

ВЛИЯНИЕ ТОЛЩИНЫ ПРИДОННОГО СЛОЯ НА РАСПРЕДЕЛЕНИЕ СКОРОСТЕЙ ПО ГЛУБИНЕ ПОТОКА ШАХТНОЙ ВОДЫ

Малеев В.Б. к.т.н., доц.,
Донецкий национальный технический университет

Установлен закон распределения скоростей по глубине потока шахтной воды. Проведен сравнительный анализ полученных результатов с результатами других авторов.

The law of speeds distribution according to the depth of the mine water stream has been determined. The comparative analysis of the received results with results of other authors has been carried out.

Распределение скоростей по глубине потока является его важнейшей характеристикой, зависящей от вязкости, и можно предположить, что оно также будет зависеть от толщины придонного слоя δ . Будем считать, что величина местной скорости турбулентного ядра течения в безразмерной форме $\frac{V_x}{V_*}$ выражается функцией $F(y/\delta)$. Тогда, среднюю для этой области скорость можно определить соотношением

$$\frac{V_{\text{ср}}}{V_*} = \frac{1}{R/\delta - 1} \int_0^{r/\delta} F(y/\delta) d(y/\delta), \quad (1)$$

С другой стороны, $\lambda = 2 \left(\frac{V_*}{V_{\text{ср}}} \right)^2$ и $\frac{V_{\text{ср}}}{V_*} = \sqrt{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{\lambda}}$.

Подставляя в это выражение $\frac{1}{\sqrt{\lambda}}$, получаем

$$\frac{V_{\text{ср}}}{V_*} = 6,45 \lg \frac{R}{\delta} + 5,6, \quad (2)$$

Сравнивая зависимости (1) и (2), получаем следующее интегральное уравнение для определения функции $\frac{\bar{V}_*}{V_*} = F(y/\delta)$

$$\int F(y/\delta)d(y/\delta) = \left(\frac{R}{\delta} - 1\right) \left(6,45 \lg \frac{R}{\delta} + 5,6\right), \quad (3)$$

Решение уравнения дает искомую формулу распределения скоростей в виде

$$\frac{\bar{V}_*}{V_*} = 6,45 \lg \frac{y}{\delta} + 5,6 + 2,8 \frac{y/\delta - 1}{y/\delta}, \quad (4)$$

Эта формула получена по материалам исследований широких потоков и поэтому ее применение ограничивается потоками, близкими к плоским, а величину R в данном случае можно отождествлять с глубиной потока h . Полученная зависимость дает закон распределения скорости в основной толще потока в пределах от границы придонного слоя $\frac{y}{\delta} = 1$ до поверхности воды в водосборнике

$\frac{y}{\delta} = \frac{h}{\delta}$. На границе придонного слоя она дает постоянное значение

безразмерной придонной скорости $\left(\frac{\bar{V}_X}{V_*}\right)_\delta = 5,6$ и градиент скорости

$\left[\frac{d(\bar{V}_X/V_*)}{d(y/\delta)}\right]_\delta$, также равный 5,6, что полностью соответствует кинематическим характеристикам границы придонного слоя: $\bar{V}_\delta = 5,6V_*$

и $\left(\frac{d\bar{V}_X}{dy}\right) = \frac{5,6V_*}{\delta}$.

Внутри придонного слоя, т. е. для $\frac{y}{\delta} > 1$, распределение скоростей следует прямой линии:

$$\frac{\bar{V}_X}{V_*} = 5,6y/\delta, \quad (5)$$

и поэтому зависимость (4) обеспечивает плавное, без разрыва и излома сопряжение эпюр скоростей двух различных областей течения (придонный слой и турбулентное ядро). При этом следует подчеркнуть, что кинематические характеристики границы придонного слоя

$\bar{V}_\delta = 5,6V_*$ и $\left(\frac{d\bar{V}_X}{dy}\right) = \frac{5,6V_*}{\delta}$ определены по спектрам мгновенных

скоростей течения в придонной области, а эпюра распределения ско-

ростей в основной толще турбулентного ядра получена по материалам измерений коэффициентов сопротивления русла λ .

Формула (4) представляет зависимость, внешне напоминающую по своему типу известную формулу Прандтля [1]:

$$\frac{\overline{V}_x}{V_*} = A \lg y + B, \quad (6)$$

Однако, вместо постоянного свободного слагаемого B в формулу входит переменная величина $5,6 + 2,8 \frac{y/\delta - 1}{y/\delta}$, существенно меняющаяся в придонной области.

На больших расстояниях от придонного слоя, когда y/δ становится очень большими, отношение $\frac{y/\delta - 1}{y/\delta}$ стремится к 1 и распределение скоростей будет близко к логарифмическому закону распределения, которое дает формулу типа (6). Так же, как и обычные логарифмические формулы, зависимость (4) дает у поверхности значение, $\frac{d\overline{V}_x}{dy} \neq 0$, что является ее недостатком.

Поэтому использование этой формулы для анализа течения в области, непосредственно примыкающей к поверхности, не рекомендуется. Однако, эта формула дает хорошие результаты в придонной области, что является более важным в тех случаях, когда некоторые ее неточности у поверхности не влияют на результаты и она может быть использована для расчета течений в широких руслах. Формула (4) является эмпирической зависимостью, полученной на основе обработки экспериментального материала, и поэтому она не может претендовать на установление закона распределения скоростей в толще турбулентного потока и решить спор различных направлений полуэмпирических теорий в этом вопросе. Следовательно, данная формула не должна восприниматься как подтверждение логарифмического закона, тем более, что в наиболее важной придонной области она дает распределение градиентов скоростей, существенно отличающихся от логарифмического.

Вместе с тем, так как формула (4) представляет собой суммарную характеристику δ , учитывающую влияние степени шероховатости и числа Рейнольдса, то ее можно применять как для гладких русел, так и для шероховатых во всех областях сопротивления. Для

гладких русел, подставляя $\delta = \frac{5,6\gamma}{V_*}$, формулу (4) можно представить в виде:

$$\frac{\bar{V}_*}{V_*} = 6,45 \lg \left(\frac{1}{5,6} \cdot \frac{V_* y}{\nu} \right) + 5,6 + 2,8 \frac{\left(\frac{1}{5,6} \cdot \frac{V_* y}{\nu} \right) - 1}{\frac{1}{5,6} \cdot \frac{V_* y}{\nu}},$$

$$\frac{\bar{V}_*}{V_*} = 6,45 \lg \frac{V_* y}{\nu} + 3,55 - \frac{15,7}{\frac{V_* y}{\nu}}, \quad (7)$$

Полученная формула также относится только к основному турбулентному ядру, т. е. может применяться для $\frac{V_*}{\gamma} > 5,6$.

В целях проверки новая зависимость (4) была сопоставлена с результатами непосредственных измерений распределения скоростей в 19 потоках и лотках. Материалы наблюдений охватывали потоки со спокойными и бурными режимами течения, с насосами и без насосов, шероховатые и гладкие, с равномерной и неравномерной шероховатостью, были представлены также все области сопротивления – от режима гидравлически гладкого русла до режима с квадратичным сопротивлением. Однако, все эти измерения относились к широким потокам и к участкам с движением, близким к равномерному. Результаты сопоставления представлены графиком на рисунке 1, показывающим, что зависимость хорошо подтверждается измерениями во всей толще турбулентного ядра течения от $\frac{y}{\delta} = 1$ до $\frac{y}{\delta} = \frac{h}{\delta}$. Измерениями охватывалась также и область внутри придонного слоя при $\frac{y}{\delta} > 1$, где распределение скоростей следует зависимости $\frac{\bar{V}_X}{V_*} = 5,6y / \delta$. Из графика видно, что линейный закон распределения скоростей в придонном слое шероховатого русла достаточно хорошо подтверждается.

На рисунке 2 эти же материалы измерений представлены в полулогарифмических координатах, где придонная область сильно

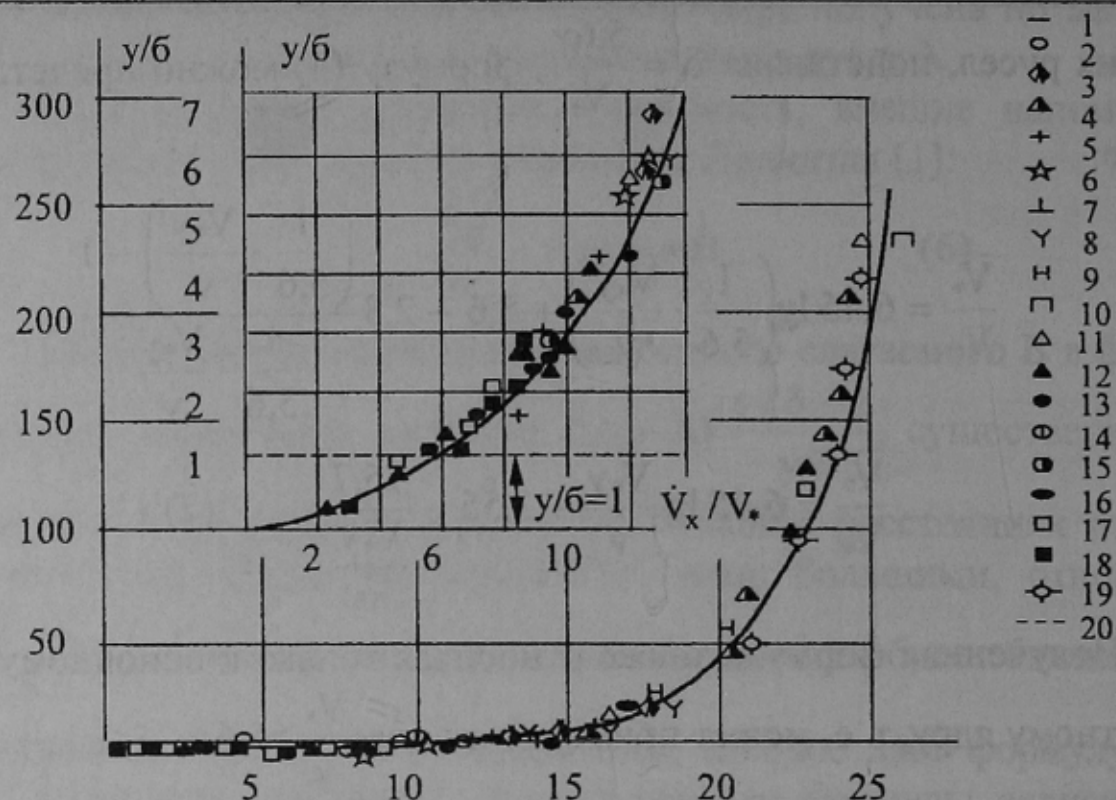


Рисунок 1 – Эпюры распределения осредненных скоростей в равномерном потоке: 1 – расчетная по формуле 4; 2 – 19 – опытные данные разных авторов; 20 – расчетная по формуле 5

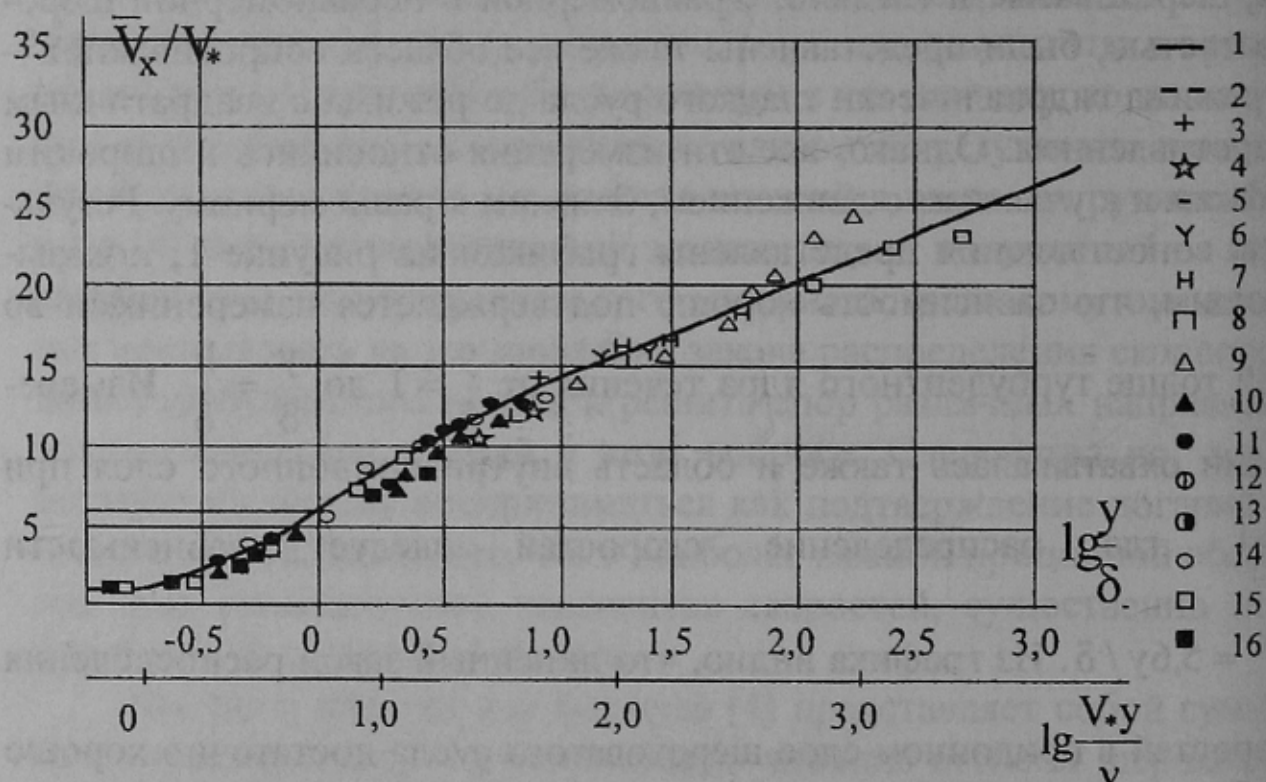


Рисунок 2 – Распределение осредненных скоростей течения в водоотливных канавках и водосборниках: 1, 2 – соответственно по зависимостям 4 и 5; 3 – 14 – опыты различных авторов; 15 – опыты Минского; 16 – опыты Зари

растянута, что облегчает сопоставление экспериментальных и расчетных данных в этой очень важной зоне течения. График показывает, что зависимость (4) хорошо согласуется с зависимостью $\frac{\overline{V}_X}{V_*} = 5,6 \frac{y}{\delta}$, для придонного слоя и в переходной области нет необходимости. Введение же отдельной переходной области, которое обычно делается в целях перехода от логарифмической эпюры к линейному распределению скоростей в вязком слое, свидетельствует лишь о том, что существующие логарифмические формулы плохо отражают действительную картину распределения скоростей в придонной области. Зависимость (4) справедлива как для гладких, так и шероховатых русел. Поэтому в целях удобства сопоставления результатов измерений, представленных на рис. 2, с другими измерениями, выполненными в гладких руслах, на графике, кроме шкалы $\lg \frac{y}{\delta}$, нанесена также шкала $\lg \frac{V_* y}{\nu}$, принятая обычно для гладких русел и труб. Зависимость (4) разрабатывалась для потоков шахтных вод в водосборниках, т. е. потоков с открытой поверхностью. Однако, между течениями в водосборнике, в трубе и в пограничном слое на пластине нет принципиальной разницы. Об этом свидетельствуют графики рисунков 3 и 4 где зависимость (4), преобразованная в (7) сравнивается с материалами измерений Никурадзе, Рейхордта и Лауфера в гладких трубах, а также с измерениями Шульц-Грюнова, Клебанова и Диля, Людвиг и Тильмана [2] в пограничном слое на гладкой пластине. Графики показывают сходимость формулы (4) с опытом во всем диапазоне выполненных измерений и свидетельствуют о том, что при сравнительном выборе структуры формулы распределения скоростей в делении турбулентного ядра течения на переходную область, слой постоянного напряжения и другие нет необходимости.

Распространяя логарифмический закон на шероховатые трубы, Прандтль приходит к зависимости:

$$\frac{\overline{V}_*}{V_*} = 5,75 \lg \frac{y}{\Delta} + C_2, \quad (8)$$

где Δ – абсолютная шероховатость, равная средней высоте выступов, и C_2 – неизвестная функция $\frac{\Delta V_*}{\nu}$.

Формула интересна тем, что подчеркивает отсутствие принципиальных различий между течениями в гладких и шероховатых трубах, но, копируя структуру формулы (7), она должна обладать и свойственным ей несовершенством, заключающимся в ограниченности применения пределами сравнительно узкой области турбулент-

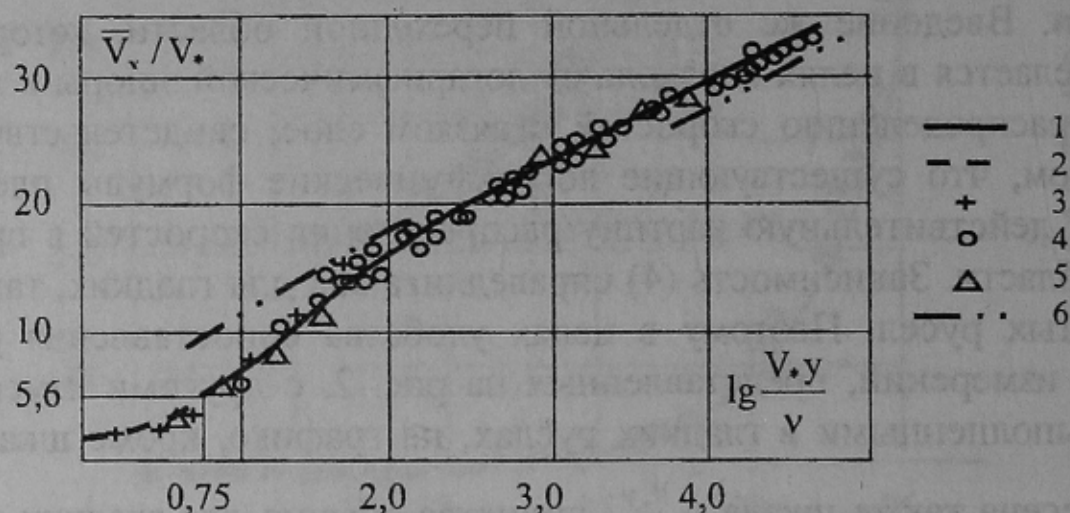


Рисунок 3 – Распределение осредненных скоростей течения в гладких трубах: 1 – по формуле 4; 6 – по формуле Никурадзе; 2, 3 – измерения Рейхардта; 4 – измерения Никурадзе в круглой трубе; 5 – измерение Ласуфера в круглой трубе.

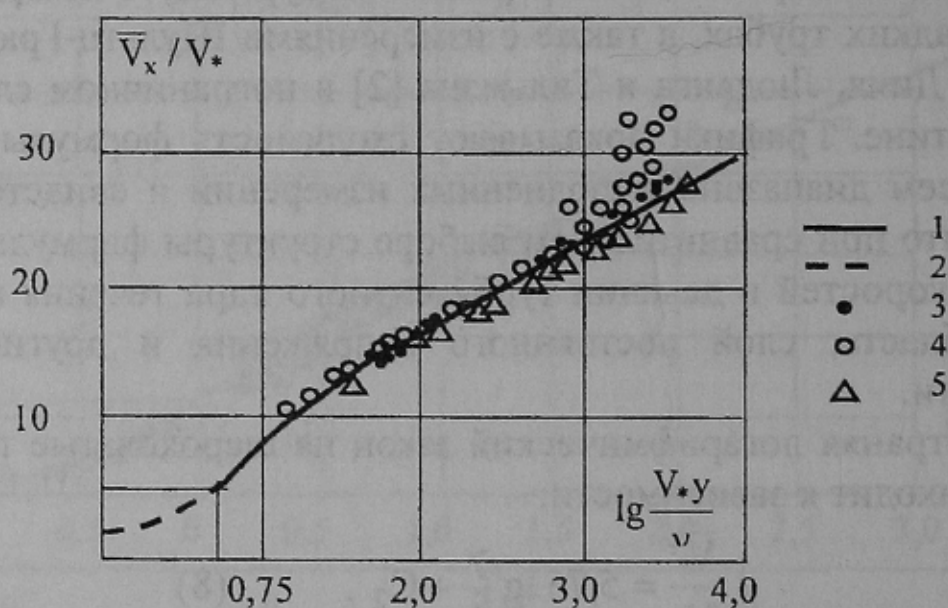


Рисунок 4 – Распределение осредненной скорости в пограничном слое на гладкой пластине: 1 – расчетная формула 7; 2 – измерение Зари; 3 – опыты Шульца – Грюнова; 4 – опыты автора; 5 – измерение Людвиг и Тельмана.

ного ядра течения, какой является слой постоянного напряжения. Сопоставляя прандтлевскую формулу (8) с формулой (4), видим, что в ней под знаком логарифма вместо суммарной характеристики – толщины придонного слоя δ введена абсолютная шероховатость Δ . Кроме того, отсутствует переменный член, существенно влияющий на распределение скоростей в придонной области. Поэтому формула в этом виде должна давать в различных условиях заведомо расходящиеся результаты. Для приведения в ее соответствие с экспериментом часто делают попытки исправления этой зависимости путем введения переменного коэффициента при логарифмическом члене (переменной γ), несмотря на то, что по идее Прандтля этот коэффициент должен быть постоянным. В целях поправки формулы часто величину Δ лишают ее простого физического смысла – геометрической высоты выступа шероховатости и вводят неясное понятие абсолютной шероховатости, определяемой гидравлическими соображениями. Для определения переменной γ и лишённой физического смысла абсолютной шероховатости Δ каких-либо теоретических обоснований не имеется. Поэтому, попытки исправления с их помощью логарифмики Прандтля, по существу, является «лечением» неправильной зависимости путем введения эмпирических переменных коэффициентов.

Не следует, конечно, толщину придонного слоя δ считать единственным параметром, полностью определяющим всю структуру турбулентного течения. Это была бы крайность не менее опасная, чем полное игнорирование влияния δ . Поэтому эмпирическая зависимость (4) не является законом и лишь приближенно отражает действительную картину течения. В особенности это относится к поверхностной области, в которой необходима корректировка формулы. Для выполнения ее требуется дальнейшее накопление материалов исследования структуры течения в поверхностных слоях.

Список источников

1. Прандтль Л. Гидроаэромеханика. ИЛ, М., 1951
2. Никитин И.К. О зависимости неразмывающей скорости от диаметра частиц и глубины потока. ДАН УзССР, №1, 1955, с. 102 – 108.