

## ВЛИЯНИЕ ПОДАТЛИВОСТИ КОНТАКТИРУЮЩИХ ЗУБЬЕВ ЗУБЧАТЫХ КОЛЕС РЕДУКТОРА ПРИВОДА ИСПОЛНИТЕЛЬНОГО ОРГАНА ОЧИСТНОГО КОМБАЙНА ДЛЯ ТОНКИХ ПЛАСТОВ НА ИХ НАПРЯЖЕННО- ДЕФОРМИРОВАННОЕ СОСТОЯНИЕ

Бойко Н.Г. докт. техн. наук, проф., Сивер Л.Н. доцент  
Донецкий национальный технический университет

*Разработана математическая модель напряженного состояния контактирующих зубьев зубчатых колес привода исполнительного органа очистных комбайнов для тонких пологих пластов, позволяющая учитывать изгибную податливость зубьев при определении распределения нагрузки по ширине зубчатого венца.*

*The mathematical model of stressed condition of contacting teeth of drive's cog-wheels of coal combines' executive organ for thin gently sloping layers is worked out. It permits to account the teeth's curving pliability when defining the distribution of the loading along the width of the cog-wheels teeth.*

Задача учета изгибной податливости зубьев при определении распределения нагрузки по ширине зубчатого венца сводится к описанию прогибов контактной линии зуба при приложении сосредоточенной силы в произвольной ее точке. Условно зуб разделен поперечными сечениями на ряд консольных пластин (рис. 1, а). В результате деформации зуба эти сечения занимают новые положения и на их боковых площадках возникают реакции связи в виде распределенных нормальных и касательных сил.

Очевидно, что под действием внешней нагрузки и реакций связи пластины испытывают деформации изгиба и кручения. Приняв, что распределенные по боковым площадкам пластин реакции связи приложены в одной точке на уровне полюсной контактной линии по высоте зуба, получим достаточно простую и удобную для описания применительно к решению поставленных задач конструкцию, заменяющую зуб. Эта конструкция схематично представляет собой раму, состоящую из параллельно расположенных стержней, одни концы которых жестко заземлены, а другие связаны между собой упругой

продольной балкой, рисунок 1, б. Длина балки равна ширине зубчатого венца.

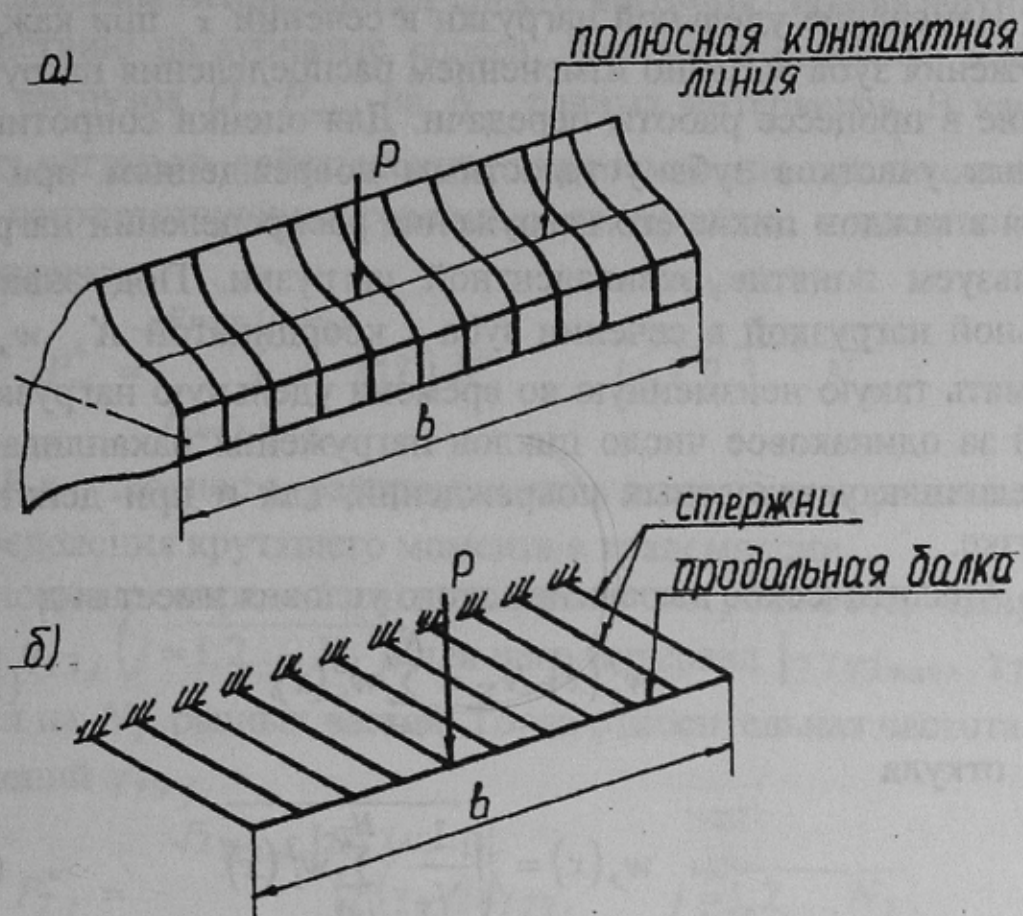


Рисунок 1 – Вид зуба цилиндрического зубчатого колеса (а) и его физическая модель (б).

При приложении к продольной балке той же нагрузки, что и к зубу, консольные стержни рамы испытывают те же виды деформации – изгиб и кручение, - что и соответствующие им части зуба. Причем, в предлагаемой конструкции рамы сохранены основные виды связей между частями зуба, имитируемые продольной балкой.

Для оценки сопротивления отдельных участков зуба зубчатого венца по ширине усталостному выкрашиванию принят метод математического моделирования накопления усталостных повреждений. При этом используется применяемая в расчетах деталей машин гипотеза суммирования усталостных повреждений [1], согласно которой величина накопленных повреждений материалом зуба в сечении с координатой  $X$  пропорциональна величине  $\sum_{i=1}^{N_{\Sigma}} w_i'(x)$ , где  $N_{\Sigma}$  - суммарное число циклов нагружения зуба;  $w_i(x)$  - удельная нагрузка, дейст-



вующая на зуб в сечении  $x$  при  $i$ -м цикле нагружения;  $r$  - показатель кривой усталости.

Изменение удельной нагрузки в сечении  $x$  при каждом цикле нагружения зуба вызвано изменением распределения нагрузки по его ширине в процессе работы передачи. Для оценки сопротивления отдельных участков зуба усталостным повреждениям при изменяющемся в каждом цикле его нагружения распределении нагрузки  $w(x)$  используем понятие эквивалентной нагрузки. Под эквивалентной удельной нагрузкой в сечении зуба с координатой  $X$ ,  $w_э(x)$  будем понимать такую неизменяющую во времени удельную нагрузку, при которой за одинаковое число циклов нагружения накапливается такая же величина усталостных повреждений, как и при действительной нагрузке.

Аналитическое выражение этого условия имеет вид

$$w_э^3(x) \cdot N_\Sigma = \sum_{i=1}^{N_\Sigma} w_i^3(x), \quad (1)$$

откуда

$$w_э(x) = \sqrt[3]{\frac{1}{N_\Sigma} \cdot \sum_{i=1}^{N_\Sigma} w_i^3(x)}. \quad (2)$$

С учетом изменения удельной нагрузки, обусловленного изменением трех основных параметров (крутящего момента, направления внешних сил и технологических погрешностей направления зубьев), в процессе работы комбайна и величины относительной частоты их появления выражение  $[-\gamma_{T3 \max}, \gamma_{T3 \max}]$  примет вид

$$w_э(x) = \sqrt[3]{\frac{1}{4} \cdot \sum_{k=1}^4 \cdot \sum_{i=1}^{N_p} P_{pi}^* w_{ijk}^3(x)}, \quad (3)$$

где  $w_{ijk}(x)$  - удельная нагрузка, действующая на зуб в сечении с координатой  $X$  при  $i$ -м значении крутящего момента,  $j$ -м значении технологических углов перекося  $\gamma_{T3}$  и  $k$ -м направлении действия внешних сил на исполнительный орган;  $P_{pi}^*$  - относительная частота появления нагрузок в интервале, соответствующем  $i$ -му их уровню  $P_i$ ;  $P_{Tj}^*$  - относительная частота появления технологических перекося в интервале, соответствующем  $j$ -му уровню  $\gamma_{T3j}$ .

Для моделирования процесса накопления повреждений зубьев на ЭЦВМ заменим непрерывный спектр нагрузок, эквивалентным по своему действию на зубчатые колеса. Для этого разобьем диапазон изменения нагрузок  $0 - P_{max}$  на  $N_p$  равных интервалов. В качестве дискретных нагрузок, действующих в трансмиссии, принимаются нагрузки  $P_i$ , соответствующие серединам интервалов, а частоты действия этих нагрузок

$$P_{pi}^* = \int_{P_{max}(i-1)/N_p}^{P_{max} i/N_p} P(T) dT, \quad i = \overline{1, 2, 3, \dots, N_p}, \quad (4)$$

где  $P_T$  - плотность распределения усеченного нормального закона распределения крутящего момента в трансмиссии.

Аналогично определяются значения погрешностей направления зубьев  $\gamma_{T3j}$  ( $j = \overline{1, 2, \dots, N_T}$ ), для чего интервал  $[-\gamma_{T3max}, \gamma_{T3max}]$  разбивается на  $N_T$  равных частей. Тогда относительная частота появления значений  $\gamma_{T3j}$

$$P_{Tj}^* = \frac{\int_{\sqrt{2}\gamma_{T3max}[2(j-1)/(N_T-1)]}^{\sqrt{2}\gamma_{T3max}[2j/(N_T-1)]} P(\gamma_{T3}) d\gamma_{T3}}{\sqrt{2}\gamma_{T3max}[2(j-1)/(N_T-1)]}, \quad j = \overline{1, 2, \dots, N_T}, \quad (5)$$

где  $P(\gamma_{T3})$  - плотность распределения усеченного нормального закона.

Значения  $w_{ijk}(x)$  определяются по разработанной модели напряженного состояния контактирующих зубьев передачи. При этом величина  $\gamma_{TK}$  имеет значения из интервала  $[-\gamma_{TKmax}, \gamma_{TKmax}]$ .

Распределение эквивалентной удельной нагрузки по ширине зубьев характеризует нагруженность отдельных участков контактной линии с точки зрения контактной выносливости рабочих поверхностей зубьев при заданном продольном профиле. Неравномерное распределение эквивалентной удельной нагрузки свидетельствует о разнице в контактной выносливости, а, следовательно, и долговечности отдельных участков зуба по ширине. На участках зуба с наибольшей по ширине эквивалентной удельной нагрузкой раньше, чем на других участках, появляются повреждения рабочей поверхности, которые и определяют контактную выносливость зуба.

Исследование распределения эквивалентной удельной нагрузки по ширине зубьев колес привода исполнительного органа комбайна



К-103 показало, что серийные продольные профили зубьев обуславливают нерациональное распределение эквивалентной удельной нагрузки. Это свидетельствует о том, что у серийных колес существует значительная разница в контактной выносливости отдельных участков зуба по ширине.

Таким образом, распределение эквивалентной удельной нагрузки по ширине зубьев, определяемое на основе модели напряженного состояния контактирующих зубьев передачи, дает возможность характеризовать их несущую способность по нагруженности отдельных участков зуба по его ширине.

Максимальная по ширине зубьев эквивалентная удельная нагрузка  $w_{эм} = [w_э(x)]_{max}$  характеризует контактную долговечность наиболее нагруженных их участков, а, следовательно, и всего зуба. Величина  $w_{эм}$  зависит от погрешности взаимного положения осей посадочных отверстий корпуса редуктора  $\gamma_{TK}$  и может быть различной в разных редукторах. Наибольшая возможная для всех колес данной позиции во всех выпускаемых редукторах эквивалентная удельная нагрузка  $[w_{эм}(\gamma_{TK})]_{max}$ ,  $-\gamma_{TK max} < \gamma_{TK} < \gamma_{TK max}$  характеризует минимальную контактную долговечность зубьев.

Снижение величины  $[w_{эм}(\gamma_{TK})]_{max}$ , а, следовательно, увеличение минимально возможной долговечности зубчатых колес означает увеличение гарантированного ресурса редуктора и комбайна. Поэтому в качестве критерия оценки продольного профиля зубьев исследуемых зубчатых колес принята максимально возможная во всех выпускаемых редукторах эквивалентная удельная нагрузка  $[w_{эм}(\gamma_{TK})]_{max}$ .

Варьируя продольный профиль зубьев сопряженных колес каждой передачи, можно указать один оптимальный для каждой передачи профиль, при котором величина максимальной эквивалентной удельной нагрузки будет наименьшей. Аналитическое выражение этого условия имеет вид

$$[w_{эм}(\gamma_{TK})]_{max} \rightarrow min. \quad (6)$$

Снижение нагруженности зубьев за счет оптимального их профилирования обуславливает возможность повышения энерговооруженности привода, а, следовательно, и производительности комбайна. При неизменной же энерговооруженности привода оптимальные продольные профили зубьев зубчатых колес дают возможность повы-

силь их контактную долговечность и ресурс привода исполнительного органа комбайна.

Из введенного определения оптимального продольного профиля следует важный практический вывод о том, что каждая передача привода исполнительного органа комбайна имеет единственный продольный профиль, обеспечивающий наибольшую несущую способность зубчатых колес при прочих равных условиях. Причем этот профиль зависит от всех конструктивных и режимных параметров комбайна, влияющих на распределение нагрузки по ширине зубьев.

В основу теоретических исследований распределения нагрузки по ширине зубьев положен метод решения контактных конструктивных задач – метод суперпозиции деформаций от действия сосредоточенных усилий [2].

Рассмотрим взаимодействие пары зубьев с произвольной формой их продольных профилей в полюсе зацепления, рисунок 2. Систему координат  $XOY$  с началом на торце зуба ведущего зубчатого колеса и осью  $OX$ , параллельной оси зубчатого венца, жестко свяжем с телом этого колеса. Аналогично зададим вспомогательную систему координат  $X_1O_1Y_1$ , связанную с телом зубчатого колеса.

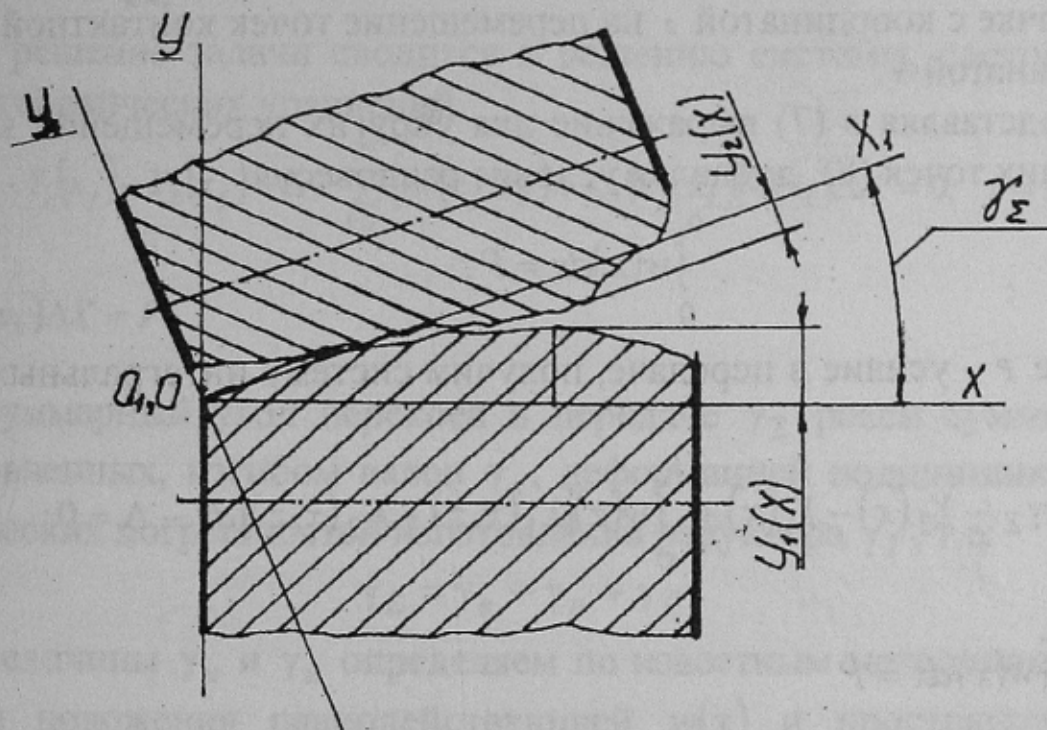


Рисунок 2 – Схема взаимодействия контактирующих зубьев зубчатых колес

Под действием нагрузки произойдут следующие перемещения контактирующих зубьев: кинематическое сближение на величину  $\Delta$ ,



перемещение вследствие упругих деформаций зубьев  $V_1(x)$  - ведущего и  $V_2(x)$  - ведомого колес, перекося осей колес вследствие деформаций валов, подшипников и корпуса редуктора, которые характеризуются углом  $\gamma_\Sigma$ . На рабочих поверхностях зубьев образуются площадки контакта. Так как продольный размер площадки контакта намного больше поперечного, то можно считать, что нагрузка плотностью  $w(x)$  распределена по контактной линии.

В результате этих перемещений точки продольных профилей  $Y_1(x)$  - ведущего и  $Y_2(x)$  - ведомого колес займут новое положение. Причем для точек, находящихся в контакте, должно выполняться условие совместности перемещений

$$X\gamma_\Sigma - Y_2(x) - Y_1(x) + V_1(x) + V_2(x) - \Delta = 0. \quad (7)$$

Выражение для упругих перемещений некоторой точки с координатой  $x$  профилей представим в следующем виде

$$V_i(x) = \int_0^{b_w} \lambda_i(x, z) w(z) dz, \quad i = \overline{1, 2}, \quad (8)$$

где  $\lambda_i(x, z)$  - функция влияния единичной нагрузки, приложенной в точке с координатой  $z$  на перемещение точек контактной линии с координатой  $x$ .

Подставляя в (7) выражение для упругих перемещений контактирующих точек (8), добавляя условие равновесия

$$\int_0^{b_w} w(x) dx = P,$$

где  $P$  - усилие в передаче, получим систему интегральных уравнений

$$\begin{cases} X\gamma_\Sigma - Y_2(x) - Y_1(x) + \int_0^{b_w} w(z) [\lambda_1(x, z) + \lambda_2(x, z)] dz - \Delta = 0; \\ \int_0^{b_w} w(x) dx = P. \end{cases} \quad (9)$$

Решив эту систему, найдем искомое распределение нагрузки по ширине зубчатого венца  $w(x)$  для произвольных продольных профилей контактирующих зубьев.

Таким образом, уравнения (9) дают возможность определить распределение нагрузки по ширине зубчатого венца при известных значениях нагрузки в передаче и координат продольных профилей зубьев. Из приведенных выше зависимостей также следует, что форма продольных профилей контактирующих зубьев может быть произвольной.

Для упрощения решения интегральных уравнений (9) примем допущение о наличии дискретного контакта в точках, расположенных в серединах равных интервалов контактной линии длиной  $\Delta X = b_w / N$ . В этих точках возникают усилия  $q_j$ ,  $j = \overline{1, N}$ . Удельную нагрузку на участках длиной  $\Delta X$  будем считать равномерно распределенной

$$w(x_j) = q_j / \Delta X.$$

Тогда выражение для упругих перемещений контактной линии в  $j$ -й точке примет вид

$$V_i(x_j) = \sum_{k=1}^N \lambda_{ii}(x_j, x_k) w(x_k) \Delta X; \quad j = \overline{1, N}; \quad i = \overline{1, 2}; \quad (10)$$

и решение задачи сводится к решению системы, состоящей из  $N+1$  алгебраических уравнений

$$\begin{cases} \gamma_{\Sigma} x_j - Y_1(x_j) - Y_2(x_j) - \Delta + \sum_{k=1}^N [\lambda_1(x_j, x_k) + \lambda_2(x_j, x_k)] w(x_k) \Delta X = 0; & j = \overline{1, N}; \\ \sum_{k=1}^N w(x_k) \Delta X = P. \end{cases} \quad (11)$$

Суммарный угол перекоса в передаче  $\gamma_{\Sigma}$  равен сумме углов, обусловленных, изгибом валов  $\gamma_{\epsilon}$ , деформацией подшипников  $\gamma_n$  и технических погрешностей изготовления редуктора  $\gamma_T$ , т.е.

$$\gamma_{\Sigma} = \gamma_{\epsilon} + \gamma_n + \gamma_T. \quad (12)$$

Величины  $\gamma_u$  и  $\gamma_n$  определяем по известным методикам [3, 4] с учетом положения равнодействующей  $w(x)$  и пространственного расположения передач в редукторе.

Угол перекоса  $\gamma_T$  не зависит от нагрузок, действующих на исполнительные органы комбайна.



Среди технологических погрешностей изготовления элементов передачи, влияющих на распределение нагрузки по ширине зубьев, выделим две группы.

К первой группе отнесем погрешности, вызывающие изменение распределения нагрузки по ширине зубьев  $w(x)$  в процессе работы передачи. Очередной цикл нагружения каждого зуба осуществляется его вступлением в контакт с новым зубом сопряженного колеса. Продольные профили зубьев вследствие технологических погрешностей зубчатых колес не одинаковы, что приводит к перераспределению удельной нагрузки по ширине зубьев. Эти погрешности характеризуются погрешностью направления зуба  $F$ , максимальное значение которой  $F_{\beta}$  регламентируется ГОСТ 1643-85.

Ко второй – погрешности, не влияющие на изменение распределения удельной нагрузки по ширине зубьев в процессе работы передачи, но обуславливающие различие распределений  $w(x)$  в разных редукторах. Сюда относятся погрешности положений осей посадочных отверстий корпуса редуктора, которые характеризуются  $f_y$  - допуском на перекося и  $f_x$  - допуском на не параллельность осей.

Обычно влияние погрешностей изготовления на распределение нагрузки по ширине зубьев учитывается дополнительным углом перекося в передаче  $\gamma_T$ . Тогда погрешности первой группы приводят к дополнительному углу перекося в передаче  $\gamma_{T3} = F b_w^{-1}$ , изменяющемуся при работе передачи в интервале  $[-\gamma_{T3max}, \gamma_{T3max}]$ , где  $\gamma_{T3max} = F_{\beta} \cdot b_w^{-1}$  - максимальный технологический угол перекося в передаче, вызванный погрешностями изготовления одного зубчатого колеса.

Погрешности второй группы выражаются углом  $\gamma_{TK}$ , который в разных корпусах может принимать значения из интервала  $[-\gamma_{TKmax}, \gamma_{TKmax}]$ , где  $\gamma_{TKmax} = 0,01 \sqrt{0,12 f_x^2 + 0,88 f_y^2}$  - максимальный технологический угол перекося в передаче, вызванный погрешностями изготовления корпуса редуктора [4].

Значения функций  $\lambda$  определяются на основании решения задачи о нагружении зуба сосредоточенной силой с использованием разработанной модели напряженно-деформированного состояния зуба исследуемых зубчатых колес.

При численном решении задачи о распределении нагрузки по ширине контактирующих зубьев следует учитывать особенности входящих в систему (11) величин:

1. Неизвестные значения удельной нагрузки  $w(x_j)$ ,  $j = \overline{1, N}$  и кинематическое сближение зубьев  $\Delta$  должны удовлетворять неравенствам  $w(x_j) > 0$ , ( $j = \overline{1, N}$ ),  $\Delta > 0$ , вытекающим из физического смысла этих величин. Следовательно, необходимо совместное решение системы, состоящей из интервалов и приведенных выше неравенств.

2. Значение суммарного угла перекоса  $\gamma_\Sigma$  зависит от координаты точки приложения результирующего усилия в передаче, т.е. при заданной нагрузке  $P$  зависит от искомых величин  $w(x_j)$  и  $\Delta$ .

Эти особенности предопределили итерационный метод решения задачи о распределении нагрузки по ширине зубьев передачи.

Список источников:

1. Серенсен С.В. Сопротивление материалов усталостному и хрупкому разрушению. – М.: Атомиздат, 1975. – 192 с.
2. Биргер И.А., Шорр Б.Ф., Иосилевич Г.Б. Расчет на прочность деталей машин. – М.: Машиностроение, 1979. – 702 с.
3. Серенсен С.В., Громан М.Б., Когаев В.П., Шнейдерович Р.М. Валы и оси. Конструирование и расчет. – М.: Машиностроение, 1970. – 320 с.
4. Бейзельман Р.Д., Цыпкин Б.П., Перель Л.Я. Подшипники качения. – М.: Машиностроение, 1975. – 574 с.