

## АНАЛИТИЧЕСКОЕ КОНСТРУИРОВАНИЕ РЕГУЛЯТОРОВ ДЛЯ ОБЪЕКТОВ С ЗАПАЗДЫВАНИЕМ

Ткачев Р.Ю., аспирант,

Донбасский государственный технический университет

*Рассматривается алгоритм аналитического конструирования оптимального регулятора для одномерных линейных объектов с запаздыванием. Управляющее устройство реализуется на базе интегрирующих фильтров, приводятся выражения, обеспечивающие расчет параметров регулятора по заданным показателям качества. Задача решается в пространстве операторов.*

### *Проблема и ее связь с научными и практическими задачами.*

Известно, что динамические свойства угольных комбайнов, а также большинства процессов обогатительных фабрик аппроксимируются апериодическими звеньями первого (иногда второго) порядка с чистым запаздыванием [1,2]. Причем в процессе их функционирования изменяются коэффициент усиления, постоянная времени, время чистого запаздывания. Эти параметры объекта при увеличении скорости протекания процессов в управлении существенно ухудшают показатели качества работы замкнутой системы. Поэтому эксплуатация таких автоматических систем требует совершенствования методов управления объектами с транспортным запаздыванием.

*Анализ исследований и публикаций.* В настоящее время основное внимание уделяется адаптивным и оптимальным системам управления [2, 3]. Такие системы существенно улучшают качество управления объектом с запаздыванием, однако требуют значительных математических вычислений и предварительных оценок действующих возмущений. Адаптивный регулятор удовлетворительно работает при значительных отклонениях системы, однако не позволяет получить минимальное время переходных процессов при существенном запаздывании, т.к. с увеличением коэффициентов управления нарушается устойчивость системы [2]. Использование же методов аналитического конструирования оптимального регулятора позволит найти такой закон управления, который является оптимальным в соответствии с некоторым, заранее принятым функционалом качества, гарантирующим заданное качество управления.

**Постановка задачи.** Пусть об'єкт регулювання описується дифференціальним уравнением вида

$$\begin{aligned} & \left[ p^n + b_1 p^{n-1} + b_2 p^{n-2} \dots + b_j p^{n-j} + \dots + b_n \right] x = \\ & \left[ p^m + a_1 p^{m-1} + a_2 p^{m-2} \dots + a_j p^{m-j} + \dots + a_m \right] e^{-\tau p} U, \end{aligned} \quad (1)$$

где  $x$  – выходна координата об'єкта;

$U$  – вектор управління;

$p = d/dt$  – оператор дифференціювання;

$b_i, a_i$  – постійні коєфіцієнти;

$\tau$  – время транспортного запаздывания.

І пусь требуемые показатели качества системы управления вполне определенно задаются желаемым дифференциальным уравнением

$$\begin{aligned} & \left[ p^v + \gamma_1 p^{v-1} + \gamma_2 p^{v-2} \dots + \gamma_k p^{v-k} + \dots + \gamma_v \right] x^* = \\ & \left[ \gamma_{v-\lambda+1} p^{\lambda-1} + \gamma_{v-\lambda+2} p^{\lambda-2} \dots + \gamma_{v-k} p^{\lambda-k} + \dots + \gamma_v \right] e^{-\tau p} x_3, \end{aligned} \quad (2)$$

где  $x^*$  – выходной сигнал системи управління, обладающей заданными свойствами;

$x_3$  – задающее воздействие системи;

$\gamma_i$  – коєфіцієнти, определяющие желаемое движение в системе управління;

$v, \lambda$  – соответственно порядок и астатизм синтезированной системи.

Зададимся качеством синтезируемой системи в виде функціонала среднеквадратичной ошибки, определяющей близость передаточнїй функції замкнутой системи к желаемой (2):

$$I = \frac{1}{2\pi j} \int_{-j\infty}^{+j\infty} \left| \hat{W}(p) - \frac{W_k(p) W_o(p)}{1 + W_k(p) W_o(p)} \right|^2 dp \quad (3)$$

Задача состоит в определении из минимума функціонала (3) структури корректирующего устройства и его параметров, чтобы построенное по структуре реальное звено корректирующего устройства обеспечивало бы в реальнїй системе (регулятор + реальный об'єкт) динамические характеристики близкие к заданным.

**Ізложение матеріала і результаты.** Из минимума функціонала (3), определяющего качество замкнутой системы с учетом (2)

определим структуру регулирующего устройства и его параметры в виде

$$W_k = \frac{R_1(p, \tau, x)}{R_2(p, \tau, x)}, \quad (4)$$

$$\text{где } R_1(p, \tau, x) = [p^n + b_1 p^{n-1} + b_2 p^{n-2} \dots + b_j p^{n-j} + \dots + b_n] \times$$

$$\times [y_{v-\lambda+1} p^{\lambda-1} + y_{v-\lambda+2} p^{\lambda-2} \dots + y_{v-k} p^{\lambda-k} + \dots + y_v];$$

$$R_2(p, \tau, x) = [ [p^v + y_1 p^{v-1} + y_2 p^{v-2} \dots + y_k p^{v-k} + \dots + y_v] -$$

$$- [y_{v-\lambda+1} p^{\lambda-1} + y_{v-\lambda+2} p^{\lambda-2} \dots + y_{v-k} p^{\lambda-k} + \dots + y_v] \times e^{-\tau p}] \times \quad (5)$$

$$\times [p^m + a_1 p^{m-1} + a_2 p^{m-2} \dots + a_j p^{m-j} + \dots + a_m].$$

Анализируя (5) можно отметить, что регулятор (4) будет физически реализуем, если

$$m + v \geq n + \lambda - 1.$$

Раскрывая (5) с учетом (4) получим

$$\begin{aligned} & [c_0 p^\mu + c_1 p^{\mu-1} + c_2 p^{\mu-2} \dots + c_j p^{\mu-j} + \dots + c_\mu] (x_3 - x) = \\ & [g_0 p^\theta + g_1 p^{\theta-1} + g_2 p^{\theta-2} \dots + g_j p^{\theta-j} + \dots + g_\theta] U, \end{aligned} \quad (6)$$

где  $c_i, g_i$  – коэффициенты, определяемые из выражений (5);

$$\mu = n + \lambda - 1;$$

$$\theta = m + v.$$

Регулятор (6) возможно реализовать на базе интегрирующих фильтров

$$\dot{y}_i = y_{i+1}, \quad (7)$$

$$\dot{y}_\mu = U^*,$$

$$\text{где } U^* = (x_3 - x) - \sum_{i=1}^{\theta} g_i y_i, \text{ а фазовые координаты фильтра (7) по-}$$

зволяют сформировать управление

$$U = \sum_{j=1}^{\mu} c_j y_j \quad (8)$$

Рассмотрим в качестве иллюстрации синтеза системы управления с запаздыванием пример.

Пусть задан объект управления математическое описание, которого характеризуется уравнением вида

$$p^3 + b_1 p^2 + b_2 p + b_3 = b_3 e^{-\tau p} U, \quad (1)$$

где  $b_1=2,167$ ;  $b_2=0,339$ ;  $b_3=0,014$ ;  $\tau=9,5$ мин.

Требуемые качественные показатели замкнутой системы управления зададим дифференциальным уравнением

$$(p^4 + \gamma_1 p^3 + \gamma_2 p^2 + \gamma_3 p + \gamma_4) y = \gamma_4 e^{-\tau p} x_3, \quad (2)$$

где  $\gamma_1=0,6$ ;  $\gamma_2=0,135$ ;  $\gamma_3=0,0135$ ;  $\gamma_4=0,0005$ ;  $\tau=9,5$ мин.,

и учитывая функционал (3) определим уравнение регулятора

$$\begin{aligned} & (p^3 + b_1 p^2 + b_2 p + b_3) \gamma_4 (x_3 - y) = \\ & = (p^4 + \gamma_1 p^3 + \gamma_2 p^2 + \gamma_3 p + \gamma_4 (1 - e^{-\tau p})) b_3 U. \end{aligned}$$

Реализация регулятора на базе интегрирующего фильтра будем осуществляться по дифференциальным уравнениям

$$\dot{y}_1 = y_2;$$

$$\dot{y}_2 = y_3;$$

$$\dot{y}_3 = y_4;$$

$$\dot{y}_4 = x_3 - y - \gamma_1 y_4 - \gamma_2 y_3 - \gamma_3 y_2 - \gamma_4 (1 - e^{-\tau p}) y_1,$$

фазовые координаты которого позволяют сформировать управление

$$U = \frac{\gamma_4}{b_3} (b_1 y_3 + b_2 y_2 + b_3 y_1).$$

Структурная схема синтезированной системы приведена на рис.1. Преобразуем систему изображенную на рис.1 к виду представленному на рис.2 и получим не что иное, как систему с регулятором Ресвика. Здесь  $\hat{W}=\beta$ , где  $\beta$  есть передаточная функция, величина выходного сигнала которой только в установившемся состоянии равна единице, а не коэффициент как указывалось в [4].

Также несложно показать, что полученную схему регулятора Ресвика можно преобразовать в систему с упредителем Смита. Для этого запишем

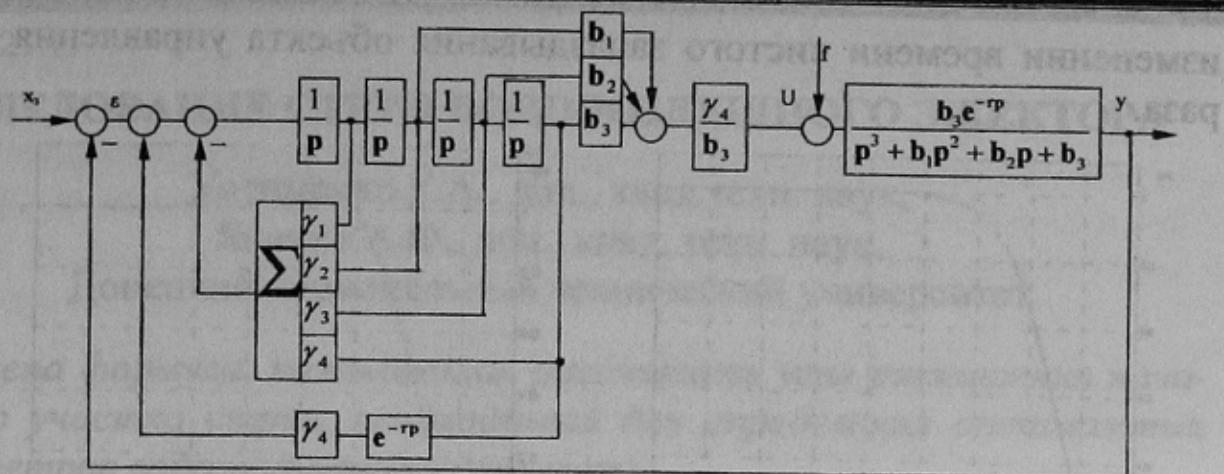


Рисунок 1 – Блок-схема замкнutoй АСР на базе интегрирующего фільтра.

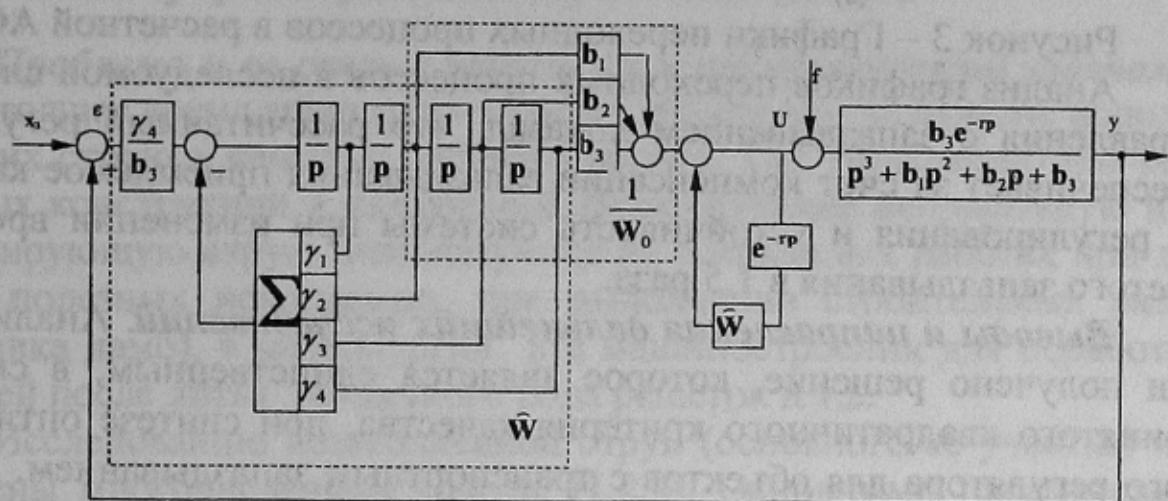


Рисунок 2 – Блок-схема замкнutoй АСР с регулятором Ресвика

$$\hat{W}(p) \cdot W_m^{-1}(p) = \frac{W_r(p)}{1 + W_r(p)W_m(p)},$$

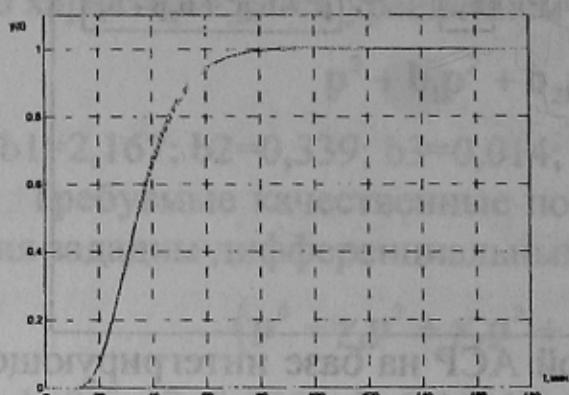
и определим передаточную функцию регулятора в системе с упредителем Смита в виде

$$W_r(p) = \frac{\hat{W}(p)W_m^{-1}}{1 - \hat{W}(p)}.$$

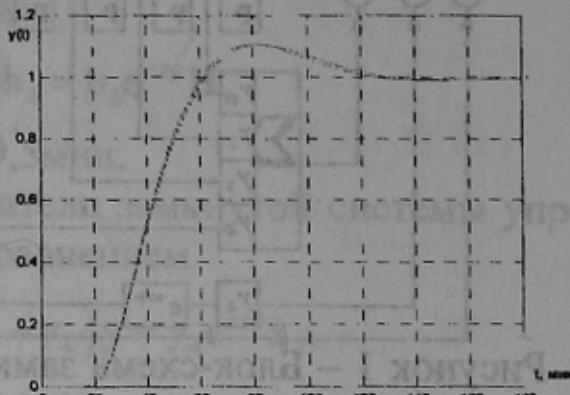
Здесь  $W_m$  передаточная функция модели инерционной части объекта управления, а  $W_r$  передаточная функция регулирующего устройства в схеме с упредителем Смита [4]

Проведем сравнительный анализ графиков переходных процессов в системах с рассчитанным регулятором (рис.3). Здесь на рис.3(а) изображен график переходного процесса в рассчитанной системе с заданным временем запаздывания объекта управления, а на рис.3(б) –

изменении времени чистого запаздывания объекта управления в 1.5 раза.



(a)



(б)

Рисунок 3 – Графики переходных процессов в расчетной АСР

Анализ графиков переходных процессов в исследуемой системе управления с запаздыванием показал, что рассчитанный регулятор обеспечивает за счет компенсации запаздывания приемлемое качество регулирования и устойчивость системы при изменении времени чистого запаздывания в 1.5 раза.

**Выводы и направления дальнейших исследований.** Аналитически получено решение, которое является единственным, в смысле принятого квадратичного критерия качества, при синтезе оптимального регулятора для объектов с транспортным запаздыванием. Полученное решение поставленной задачи привело к уже имеющимся техническим решениям, принятым в свое время интуитивно [4], что говорит о корректности решения. Кроме того, разработанный инженерный метод синтеза систем управления для объектов с запаздыванием позволяет строить регулятор Ресвика реализуемый для любого объекта управления n-го порядка. А применение компенсации влияния запаздывания на устойчивость и качество системы позволит в дальнейшем использовать непосредственно методы теории оптимального управления для объектов с транспортным запаздыванием.

#### Список источников.

1. Загороднюк В.Т. Автоматизация самоходных бурильных установок. Ростов-на-Дону: Ростовский университет, 1975. –208с.
2. Ульшин В.А., Зубов Д.А. Адаптивное управление технологическими процессами: Монография. –Луганск: СНУ, 2002. –210с.
3. Кіку А.Г., Білоус Т.І. Квазіоптимальні регулятори для об'єктів з чистим запізнюванням. // Праці міжнародної конференції з управління “Автоматика 2000” – Львів: 2000. Том 2, С.115–120.
4. Гурецкий Х. Анализ и синтез систем управления с запаздыванием. Пер. с польского. – М.: Машиностроение, 1974. -328с.

Дата поступления статьи в редакцию: 24.10.06