

УДК 621.951

А.Г. ТАТЬЯНЧЕНКО (д-р тех. наук, доц., проф.)

З.С. СЕРГЕЕЧЕВ (асп.)

Донецкий национальный технический университет, г. Донецк, Украина

ДИНАМИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ОСЕВОГО ИНСТРУМЕНТА

Впервые в практике динамических расчетов осевого инструмента на основе методов строительной механики разработана динамическая математическая модель осевого инструмента, как системы с бесконечным числом степеней свободы. Адекватность модели подтверждена конечно-элементным моделированием собственных колебаний двухступенчатой развертки. Разработанная модель является основой для перспективных исследований особенностей вынужденных колебаний осевого инструмента.

динамическая модель, инструмент, собственная частота, балка, колебания, рекуррентный коэффициент, развертка

Введение

Современные технологии лезвийной обработки позволяют получать отверстия высокого качества лишь при малых (до 4 м/с) скоростях резания, значительно уступающим скоростям резания при других видах механической обработки. Необходимость использования операций чистовой обработки отверстий лезвийным инструментом в цикле автоматизированного производства, является серьезным сдерживающим фактором в работе обрабатывающих центров и гибких автоматических линий. Поэтому в настоящее время такие операции являются лимитирующими операциями, ограничивающими повышение производительности современного автоматизированного оборудования, а проблема повышения производительности чистовой обработки отверстий является важной научной и практической задачей современного машиностроения.

Основной причиной снижения точности чистовой обработки отверстий осевым инструментом при повышении скорости резания считается [1] развитие динамических процессов, связанных с колебаниями осевого инструмента. Выявить характерные особенности и закономерности этих процессов можно лишь на основе параметрических динамических моделей осевого инструмента, максимально точно учитывающих его геометрические особенности и условия работы в процессе обработки отверстий.

Анализ современного состояния динамических расчетов осевого инструмента показал, что существующие динамические модели осевого инструмента представляют собой модели колебаний материальной точки с двумя степенями свободы и приведенной массой M в плоскости, перпендикулярной оси инструмента [2]. Недостатком таких моделей является то, что они не учитывают не только геометрию инструмента, но и его изгибную жесткость, которая оказывает существенное влияние на развитие динамических процессов при поперечных колебаниях инструмента. В результате этого существующие динамические модели не всегда дают адекватные результаты. Развитию и совершенствованию динамических моделей осевого инструмента препятствует то, что для учета изгибной жесткости необходим переход от одномассовой системы к системе с бесконечным числом степеней свободы, что значительно усложняет модель.

Подобные динамические модели можно создавать на основе современных методов строительной механики и сопротивления материалов – метод начальных парамет-

ров, метод перемещений и метод сил. В работах [3-5] рассматриваются условия применения этих методов для динамического расчета стержневых и балочных элементов. Так как осевой инструмент по своей конструкции представляет одноосный элемент с распределенными параметрами, для его расчета можно применить указанные методы.

Поэтому в настоящей работе решается задача разработки, обоснования и оценки адекватности параметрической динамической модели осевого инструмента для чистовой обработки отверстий, учитывающей изгибную жесткость инструмента.

Основное содержание статьи

С точки зрения динамики условия закрепления и работы всех существующих и перспективных моделей осевых инструмента для чистовой обработки отверстий [6] можно охарактеризовать четырьмя основными динамическими схемами с распределенными параметрами (рис.1). Условиям закрепления и работы осевого инструмента для

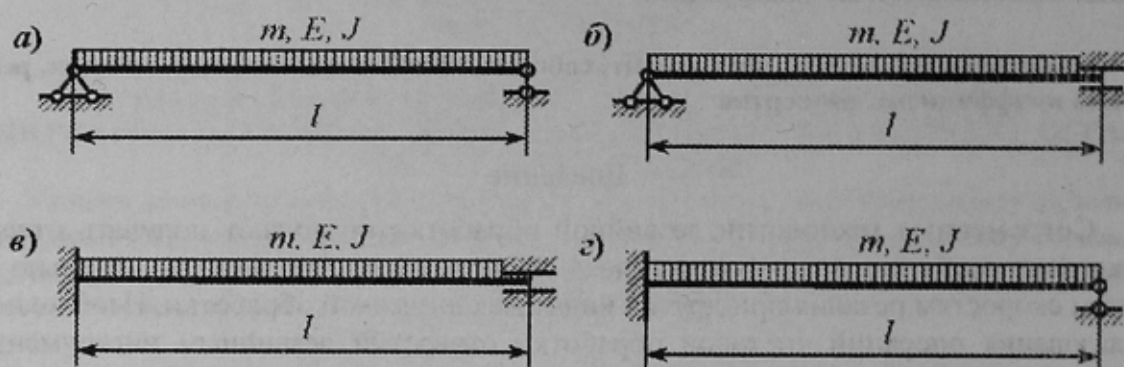


Рис.1. Характерные динамические расчетные схемы осевого инструмента

чистовой обработки отверстий при зенкерованием и развертывании наиболее точно соответствует схема с шарнирным закреплением на концах (рис.1а). Анализ геометрических параметров современных конструкций одномерного и комбинированного осевого инструмента для чистовой обработки отверстий показывает, что по длине таких инструмента существуют четыре основных участка. Так, прогрессивная развертка для чистовой обработки точных отверстий (рис.2) будет иметь следующие характерные участки – хвостовую часть 1 с переменным поперечным сечением, цилиндрическую часть 2 с постоянным поперечным сечением, чистовую ступень 3 с режущей и калибрующей частью и черновую ступень 4.

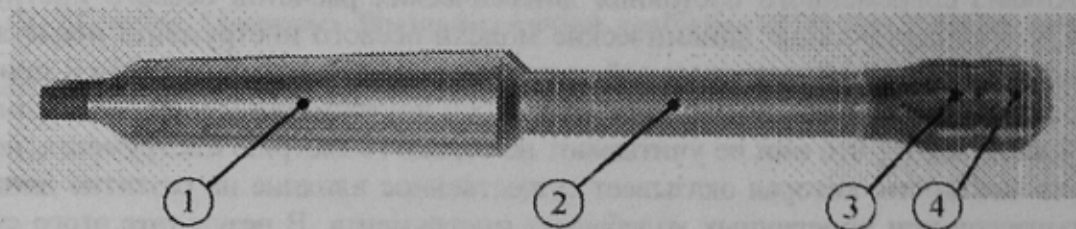


Рис.2. Двухступенчатая развертка для обработки точных отверстий [7]:

1 – хвостовая часть, 2 – цилиндрическая часть.

3 – чистовая ступень, 4 – черновая ступень

Тогда, пренебрегая скруглениями и переходными участками, расчетную динамическую модель такого инструмента можно представить в виде четырехступенчатой вешомой балки (рис.3). Определим расчетные параметры динамической модели осевого инструмента на основе такой схемы.

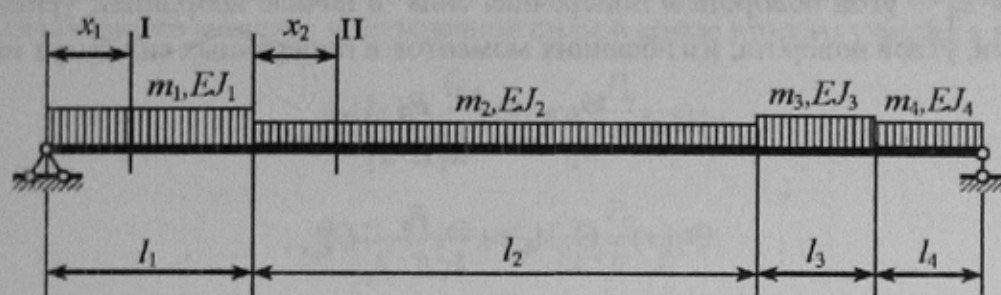


Рис.3. Динамическая расчетная модель двухступенчатой развертки как системы с распределенными параметрами

Для получения расчетных зависимостей используем уравнение изогнутой оси при поперечных колебаниях вешомого стержня в форме начальных параметров [5]

$$y(x, t) = \left(y_i A_{kx} + \frac{\Theta_i}{k} B_{kx} + \frac{M_i}{k^2 E \cdot J} C_{kx} + \frac{P_i}{k^3 E \cdot J} D_{kx} \right) \sin \omega t, \quad (1)$$

где $A_{kx} = \frac{\text{ch}kx + \cos kx}{2}$, $B_{kx} = \frac{\text{sh}kx + \sin kx}{2}$, $C_{kx} = \frac{\text{ch}kx - \cos kx}{2}$, $D_{kx} = \frac{\text{sh}kx - \sin kx}{2}$

– динамические функции академика Крылова [4]; y_i , Θ_i , M_i и P_i – начальные параметры (соответственно перемещение, угол поворота, изгибающий момент и поперечная сила в начале координат);

$$k = \sqrt[4]{\frac{m \cdot \omega^2}{E \cdot J}} \quad (2)$$

– характеристический динамический параметр [4]; E – модуль упругости материала инструмента; J – момент инерции поперечного сечения; m – погонная масса; ω – частота колебаний.

Дифференцируя (1), можно получить уравнения изменения углов поворота $\Theta(x)$, изгибающих моментов $M(x)$ и поперечных сил $Q(x)$ в сечении с координатой x

$$\Theta(x) = k \cdot y_i D_{kx} + \Theta_i A_{kx} + \frac{M_i}{k \cdot E \cdot J} B_{kx} + \frac{P_i}{k^2 E \cdot J} C_{kx}, \quad (3)$$

$$M(x) = k^2 E \cdot J \cdot y_i C_{kx} + k \cdot E \cdot J \cdot \Theta_i D_{kx} + M_i A_{kx} + \frac{P_i}{k} B_{kx}, \quad (4)$$

$$Q(x) = k^3 E \cdot J \cdot y_i B_{k_0 x} + k^3 E \cdot J \cdot \Theta_i C_{kx} + k \cdot M_i D_{kx} + P_i A_{kx}. \quad (5)$$

Определим последовательно расчетные зависимости (1), (3)-(5) для каждого участка заданной балки ступенчато переменного поперечного сечения (рис.3). Для первого участка с учетом начальных параметров

$$y_1(0) = 0, \quad \Theta_1(0) = \Theta_0, \quad M_1(0) = 0, \quad Q_1(0) = P_0,$$

где Θ_0 и P_0 – угол поворота и поперечная сила в начале координат, уравнения изогнутой оси, углов поворота, изгибающих моментов и поперечных сил будут иметь вид:

$$y_1(x) = \frac{\Theta_0}{k_1} B_{k_1 x} + \frac{P_0}{k_1^3 E \cdot J_1} D_{k_1 x}, \quad (6)$$

$$\Theta_1(x) = \Theta_0 A_{k_1 x} + \frac{P_0}{k_1^2 E \cdot J_1} C_{k_1 x}, \quad (7)$$

$$M_1(x) = k_1 E \cdot J_1 \Theta_0 D_{k_1 x} + \frac{P_0}{k_1} B_{k_1 x}, \quad (8)$$

$$Q_1(x) = k_1^2 E \cdot J_1 \Theta_0 C_{k_1 x} + P_0 A_{k_1 x}. \quad (9)$$

Введем коэффициенты

$$m_1 = B_{k l_1}, \quad m'_1 = A_{k l_1}, \quad m''_1 = D_{k l_1}, \quad m'''_1 = C_{k l_1},$$

$$\rho_1 = D_{k l_1}, \quad \rho'_1 = C_{k l_1}, \quad \rho''_1 = B_{k l_1}, \quad \rho'''_1 = A_{k l_1}.$$

Тогда при $x = l_1$, с учетом $J_1 = J$ и

$$k_1 = \sqrt[4]{\frac{m_1 \omega^2}{E \cdot J}} = k,$$

согласно (6)-(9) можно определить значения прогиба, угла поворота, изгибающего момента и поперечной силы в конце первого участка в виде

$$y_1(l_1) = \frac{\Theta_0}{k} m_1 + \frac{P_0}{k^3 E \cdot J} \rho_1, \quad (10)$$

$$\Theta_1(l_1) = \Theta_0 m'_1 + \frac{P_0}{k^2 E \cdot J} \rho'_1, \quad (11)$$

$$M_1(l_1) = k \cdot E \cdot J \cdot \Theta_0 m''_1 + \frac{P_0}{k} \rho''_1, \quad (12)$$

$$Q_1(l_1) = k^2 E \cdot J \cdot \Theta_0 m'''_1 + P_0 \rho'''_1. \quad (13)$$

Для второго участка (рис.3) начальными параметрами будут:

$$y_2(0) = y_1(l_1), \quad M_2(0) = M_1(l_1), \quad \Theta_2(0) = \Theta_1(l_1), \quad Q_2(0) = Q_1(l_1).$$

Тогда, используя зависимости (1), (3)-(5) и вводя обозначения

$$\alpha_2 = \sqrt[4]{\frac{m_2 J_1}{m_1 J_2}}, \quad k_2 = \sqrt[4]{\frac{m_2 \omega^2}{E \cdot J_2}} = \alpha_2 k, \quad \beta_2 = \frac{J_2}{J_1},$$

после преобразований аналогично (10)-(13) можно получить значения прогиба, угла поворота, изгибающего момента и поперечной силы в конце второго участка в виде

$$y_2(l_2) = \frac{\Theta_0}{k} m_2 + \frac{P_0}{k^3 E \cdot J} \rho_2,$$

$$\Theta_2(l_2) = \Theta_0 m'_2 + \frac{P_0}{k^2 E \cdot J} \rho'_2,$$

$$M_2(l_2) = k \cdot E \cdot J \cdot \Theta_0 m''_2 + \frac{P_0}{k} \rho''_2,$$

$$Q_2(l_2) = k^2 E \cdot J \cdot \Theta_0 m'''_2 + P_0 \rho'''_2,$$

где рекуррентные коэффициенты m и ρ определяются следующими зависимостями

$$m_2 = m_1 A_{k\alpha_2 l_2} + m'_1 \frac{B_{k\alpha_2 l_2}}{\alpha_2} + m''_1 \frac{C_{k\alpha_2 l_2}}{\alpha_2^2 \beta_2} + m'''_1 \frac{D_{k\alpha_2 l_2}}{\alpha_2^3 \beta_2},$$

$$\rho_2 = \rho_1 A_{k\alpha_2 l_2} + \rho'_1 \frac{B_{k\alpha_2 l_2}}{\alpha_2} + \rho''_1 \frac{C_{k\alpha_2 l_2}}{\alpha_2^2 \beta_2} + \rho'''_1 \frac{D_{k\alpha_2 l_2}}{\alpha_2^3 \beta_2},$$

$$m'_2 = m_1 \alpha_2 D_{k\alpha_2 l_2} + m'_1 A_{k\alpha_2 l_2} + m''_1 \frac{B_{k\alpha_2 l_2}}{\alpha_2 \beta_2} + m'''_1 \frac{C_{k\alpha_2 l_2}}{\alpha_2^2 \beta_2},$$

$$\rho'_2 = \rho_1 \alpha_2 D_{k\alpha_2 l_2} + \rho'_1 A_{k\alpha_2 l_2} + \rho''_1 \frac{B_{k\alpha_2 l_2}}{\alpha_2 \beta_2} + \rho'''_1 \frac{C_{k\alpha_2 l_2}}{\alpha_2^2 \beta_2},$$

$$m''_2 = m_1 \alpha_2^2 \beta_2 C_{k\alpha_2 l_2} + m'_1 \alpha_2 \beta_2 D_{k\alpha_2 l_2} + m''_1 A_{k\alpha_2 l_2} + m'''_1 \frac{B_{k\alpha_2 l_2}}{\alpha_2},$$

$$\rho''_2 = \rho_1 \alpha_2^2 \beta_2 C_{k\alpha_2 l_2} + \rho'_1 \alpha_2 \beta_2 D_{k\alpha_2 l_2} + \rho''_1 A_{k\alpha_2 l_2} + \rho'''_1 \frac{B_{k\alpha_2 l_2}}{\alpha_2},$$

$$m'''_2 = m_1 \alpha_2^3 \beta_2 B_{k\alpha_2 l_2} + m'_1 \alpha_2^2 \beta_2 C_{k\alpha_2 l_2} + m''_1 \alpha_2 D_{k\alpha_2 l_2} + m'''_1 A_{k\alpha_2 l_2},$$

$$\rho'''_2 = \rho_1 \alpha_2^3 \beta_2 B_{k\alpha_2 l_2} + \rho'_1 \alpha_2^2 \beta_2 C_{k\alpha_2 l_2} + \rho''_1 \alpha_2 D_{k\alpha_2 l_2} + \rho'''_1 A_{k\alpha_2 l_2}.$$

Таким образом, можно последовательно переходить от одного участка к другому и пересчитывать рекуррентные коэффициенты m и ρ . Для i -ог участка (при условии $i \neq 1$) значения прогиба, угла поворота, изгибающего момента и поперечной силы в конце участка примут вид

$$y_i(l_i) = \frac{\Theta_0}{k} m_i + \frac{P_0}{k^3 E \cdot J} \rho_i, \quad (14)$$

$$\Theta_i(l_i) = \Theta_0 m'_i + \frac{P_0}{k^2 E \cdot J} \rho'_i, \quad (15)$$

$$M_i(l_i) = k \cdot E \cdot J \cdot \Theta_0 m''_i + \frac{P_0}{k} \rho''_i, \quad (16)$$

$$Q_i(l_i) = k^2 E \cdot J \cdot \Theta_0 m'''_i + P_0 \rho'''_i, \quad (17)$$

где

$$m_i = m_{i-1} A_{k\alpha, l_i} + m'_{i-1} \frac{B_{k\alpha, l_i}}{\alpha_i} + m''_{i-1} \frac{C_{k\alpha, l_i}}{\alpha_i^2 \beta_i} + m'''_{i-1} \frac{D_{k\alpha, l_i}}{\alpha_i^3 \beta_i},$$

$$\rho_i = \rho_{i-1} A_{k\alpha, l_i} + \rho'_{i-1} \frac{B_{k\alpha, l_i}}{\alpha_i} + \rho''_{i-1} \frac{C_{k\alpha, l_i}}{\alpha_i^2 \beta_i} + \rho'''_{i-1} \frac{D_{k\alpha, l_i}}{\alpha_i^3 \beta_i},$$

$$m'_i = m_{i-1} \alpha_i D_{k\alpha, l_i} + m'_{i-1} A_{k\alpha, l_i} + m''_{i-1} \frac{B_{k\alpha, l_i}}{\alpha_i \beta_i} + m'''_{i-1} \frac{C_{k\alpha, l_i}}{\alpha_i^2 \beta_i},$$

$$\rho'_i = \rho_{i-1} \alpha_i D_{k\alpha, l_i} + \rho'_{i-1} A_{k\alpha, l_i} + \rho''_{i-1} \frac{B_{k\alpha, l_i}}{\alpha_i \beta_i} + \rho'''_{i-1} \frac{C_{k\alpha, l_i}}{\alpha_i^2 \beta_i},$$

$$m''_i = m_{i-1} \alpha_i^2 \beta_i C_{k\alpha, l_i} + m'_{i-1} \alpha_i \beta_i D_{k\alpha, l_i} + m''_{i-1} A_{k\alpha, l_i} + m'''_{i-1} \frac{B_{k\alpha, l_i}}{\alpha_i},$$

$$\rho''_i = \rho_{i-1} \alpha_i^2 \beta_i C_{k\alpha, l_i} + \rho'_{i-1} \alpha_i \beta_i D_{k\alpha, l_i} + \rho''_{i-1} A_{k\alpha, l_i} + \rho'''_{i-1} \frac{B_{k\alpha, l_i}}{\alpha_i},$$

$$m'''_i = m_{i-1} \alpha_i^3 \beta_i B_{k\alpha, l_i} + m'_{i-1} \alpha_i^2 \beta_i C_{k\alpha, l_i} + m''_{i-1} \alpha_i D_{k\alpha, l_i} + m'''_{i-1} A_{k\alpha, l_i},$$

$$\rho'''_i = \rho_{i-1} \alpha_i^3 \beta_i B_{k\alpha, l_i} + \rho'_{i-1} \alpha_i^2 \beta_i C_{k\alpha, l_i} + \rho''_{i-1} \alpha_i D_{k\alpha, l_i} + \rho'''_{i-1} A_{k\alpha, l_i}.$$

Для рассматриваемой схемы осевого инструмента (рис.3) $i = 4$. Тогда, с учетом граничных условий

$$\text{при } x = l_4 \quad y_4(l_4) = 0 \text{ и } M_4(l_4) = 0,$$

согласно (14)-(17) расчетные уравнения для определения неизвестных начальных параметров Θ_0 и P_0 будут иметь вид

$$y_4(l_4) = \frac{\Theta_0}{k} m_4 + \frac{P_0}{k^3 E \cdot J} \rho_4 = 0, \quad (18)$$

$$M_4(l_4) = k \cdot E \cdot J \cdot \Theta_0 m''_4 + \frac{P_0}{k} \rho''_4 = 0, \quad (19)$$

где

$$m_4 = m_3 A_{k\alpha, l_4} + m'_3 \frac{B_{k\alpha, l_4}}{\alpha_4} + m''_3 \frac{C_{k\alpha, l_4}}{\alpha_4^2 \beta_4} + m'''_3 \frac{D_{k\alpha, l_4}}{\alpha_4^3 \beta_4},$$

$$\rho_4 = \rho_3 A_{k\alpha_4 l_4} + \rho_3' \frac{B_{k\alpha_4 l_4}}{\alpha_4} + \rho_3'' \frac{C_{k\alpha_4 l_4}}{\alpha_4^2 \beta_4} + \rho_3''' \frac{D_{k\alpha_4 l_4}}{\alpha_4^3 \beta_4},$$

$$m_4'' = m_3 \alpha_4^2 \beta_4 C_{k\alpha_4 l_4} + m_3' \alpha_4 \beta_4 D_{k\alpha_4 l_4} + m_3'' A_{k\alpha_4 l_4} + m_3''' \frac{B_{k\alpha_4 l_4}}{\alpha_4},$$

$$\rho_4'' = \rho_3 \alpha_4^2 \beta_4 C_{k\alpha_4 l_4} + \rho_3' \alpha_4 \beta_4 D_{k\alpha_4 l_4} + \rho_3'' A_{k\alpha_4 l_4} + \rho_3''' \frac{B_{k\alpha_4 l_4}}{\alpha_4}.$$

Система линейных однородных уравнений (18) и (19) имеет единственное не-тривиальное решение, когда ее главный определитель равен нулю

$$\Delta = \begin{vmatrix} \frac{m_4}{k} & \frac{\rho_4}{k^3 E \cdot J} \\ k \cdot E \cdot J \cdot m_4'' & \frac{\rho_4''}{k} \end{vmatrix} = 0,$$

или
$$\frac{1}{k^2} (\rho_4'' m_4 - \rho_4 m_4'') = 0 \quad (20)$$

Условие (20) можно использовать для определения различных динамических характеристик осевого инструмента. При собственных колебаниях инструмента это будут собственные частоты ω_i , которые связаны с параметром k_i зависимостью (2).

Проверим адекватность разработанной динамической модели на основе численного моделирования динамических процессов в рассматриваемой конструкции развертки при помощи метода конечных элементов (МКЭ). Использование полномасштабного моделирования на основе МКЭ (физическое моделирование) позволяет учитывать в конечно-элементной модели инструмента все особенности его конструкции (рис.4) и, таким образом, оценить те допущения, которые были сделаны при разработке динамической модели по методу начальных параметров (математическое моделирование). Для физического моделирования использовался программный комплекс МКЭ ANSYS.

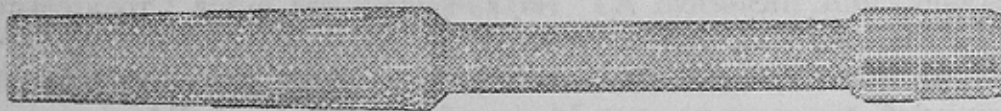


Рис.4. Конечно-элементная модель двухступенчатой развертки

В таблице 1 приведены основные динамические параметры двухступенчатой развертки, полученные при математическом и физическом моделировании собственных колебаний. Сравнение собственных частот, полученных двумя методами, показывает, что принятые в математической модели допущения, связанные с геометрией, оказались несущественными. Таким образом, разработанная математическая динамическая модель осевого инструмента является адекватной и может использоваться для других динамических расчетов осевого инструмента, в частности, для исследования динамических процессов при различных внешних динамических воздействиях.

Таблица 1. Динамические параметры двухступенчатой развертки

<i>i</i>	Математическое моделирование		Физическое моделирование	$\Delta, \%$
	k_i	ω_b, c^{-1}	ω_b, c^{-1}	
1	25,57	14858	14641	1,48
2	51,65	60595	59564	1,73
3	82,107	153130	149769	2,24

Выводы

1. Впервые в практике динамических расчетов осевого инструмента разработана динамическая математическая модель осевого инструмента для чистовой обработки отверстий, как системы с бесконечным числом степеней свободы, учитывающая особенности его геометрии и изгибную жесткость.

2. Адекватность разработанной динамической модели подтверждена численным моделированием динамических процессов на основе МКЭ. При моделировании собственных колебаний двухступенчатой развертки ошибка в определении собственных частот не превышала 2,24%.

3. Разработанная динамическая модель осевого инструмента является основой для дальнейшего исследования динамических процессов в осевом инструменте при различных видах внешних динамических воздействий.

Список литературы

1. Кудинов В.А. Динамика станков / В.А. Кудинов. – М.: Машиностроение, 1967. – 359 с.
2. Холмогорцев Ю.П. Оптимизация процессов обработки отверстий / Ю.П. Холмогорцев. – М.: Машиностроение, 1984. – 184 с.
3. Шевченко Ф.Л. К расчету на прочность отвальной стрелы отвалообразователя в режиме шагания / Ф.Л. Шевченко, А.Г. Татьянченко // Изв. вузов. Строительство и архитектура. – 1990. – №3. – С. 92–95.
4. Киселев В.А. Строительная механика. Спец. курс.: динамика и устойчивость сооружений: [учеб. для вузов по спец. "Автомобильные дороги", "Мосты и тоннели" и "Стр-во аэродромов"] / В.А. Киселев. – [3-е изд., испр. и доп.]. – М.: Стройиздат, 1980. – 616 с.
5. Шевченко Ф.Л. Механика упругих деформируемых систем. Ч. 3. Динамическое воздействие нагрузок / Ф.Л. Шевченко. – К.: ИСИО, 1993. – 184 с.
6. Татьянченко О.Г. Про динамічну сталість осьового інструмента / О.Г. Татьянченко, З.С. Сергеевич // Наукові праці Донецького національного технічного університету. Серія: Машинобудування і машинознавство. – 2009. – №6. – С. 130–136.
7. Спосіб обробки циліндричних отворів двоохступінчатим осьовим інструментом: А.С. №59745 МКИ 7 B23D77/02 / Малишко І.О., Татьянченко О.Г., Дядюшек В.В.; Опубл. 15.09.2003. Бюл. №7.

О.Г. ТАТЬЯНЧЕНКО

З.С. СЕРГЕЄЧЕВ

Донецький національний технічний університет

ДИНАМІЧНА МОДЕЛЬ ОСЬОВОГО ІНСТРУМЕНТА

Уперше в практиці динамічних розрахунків осьового інструмента на основі методів будівельної механіки розроблена динамічна математична модель осьового інструмента, як системи з нескінченним числом ступенів свободи. Адекватність моделі підтверджена кінцево-елементним моделюванням власних коливань двоступінчастої розвертки. Розроблена модель є основою для перспективних досліджень особливостей змушених коливань осьового інструмента.

динамічна модель, інструмент, власна частота, балка, коливання, рекурентний коефіцієнт, розвертка

A.G. TATYANCHENKO

Z.S. SERGEYECHEV

Donetsk National Technical University

DYNAMIC MODEL OF THE ROUND-SHANK TOOL

For the first time in practice of dynamic calculations of the round-shank tool on the basis of methods of building mechanics the dynamic mathematical model of the round-shank tool, as systems with infinite number of degrees of freedom is developed. Model adequacy is confirmed the finite element simulation of natural vibrations the combination reamer. The developed model is a basis for perspective researches of features the forced vibrations of the round-shank tool.

dynamic model, tool, natural frequency, beam, vibration, recurrent coefficient, reamer

Рецензент: д.т.н., проф. Гусев В.В.

Надійшла до редколегії 28.04.10