УДК 621.923

С.М. БРАТАН (д-р техн. наук, проф., tm@vntu.com.ua)
Д.А. КАИНОВ (канд. техн. наук, доц., tm@vntu.com.ua)
Ю.К. НОВОСЕЛОВ (д-р техн. наук, проф., tm@vntu.com.ua)
Севастопольский национальный технический университет, г. Севастополь, Украина

ПОСТРОЕНИЕ МОДЕЛИ ШЛИФОВАННОЙ ПОВЕРХНОСТИ НА ОСНОВЕ СТОХАСТИЧЕСКОГО ОПИСАНИЯ СВОЙСТВ ИНСТРУМЕНТА

Предложены модели шлифованной поверхности построенные на основе стохастического описания свойств инструмента.

Введение

В настоящее время при проектировании методов абразивно-алмазного шлифования недостаточно учитывается влияние ряда факторов, снижающих стабильность показателей качества производимых изделий [1]. Поэтому для гарантирования показателей качества технологические режимы назначают исходя из перестраховки для неблагоприятных условий. Параметры операций определяют используя статистические детерминированные модели.

Приведенные в работах [2,3] стохастические модели предназначены для осуществления расчетов лишь установившихся условий шлифования (постоянных режимов резания, геометрии режущих кромок, числа зерен и т.д.) и не позволяют учитывать изменение параметров качества внутри цикла обработки детали, вычислять параметры шероховатости по номинальным подачам, прогнозировать съем металла, износ круга, точность обработки и ряд других технико-экономических показателей. Для решения этих вопросов, нужен подход, основанный на учете не только стохастической, но и нестационарной сущности процесса.

Комплексное решение вышеуказанных задач является **целью настоящей работы.**

Основное содержание и результаты работы

При движении режущих кромок, потоков частиц в пространстве обрабатываемой детали появляется качественно новый элемент – формообразующее поле (ФП) – совокупность поверхностей, описанных режущими кромками в пространстве обрабатываемой детали, которое представляет комплекс геометрических параметров. Так положение режущих кромок инструмента по глубине определяется относительно его наружной поверхности. Границу ФП задает огибающая следов движений кромок, например, в координатах обрабатываемой поверхности детали. Положение режущих поверхностей может задаваться как в координатах детали, так и относительно границы ФП. Например, для плоского шлифования, рис.1, вершина элемента ФП может задаться координатами x, y, z, причем

$$y = y_u + W,$$

где y_u – координата точки условной границы поля; W – расстояние от границы поля до вершины элемента.

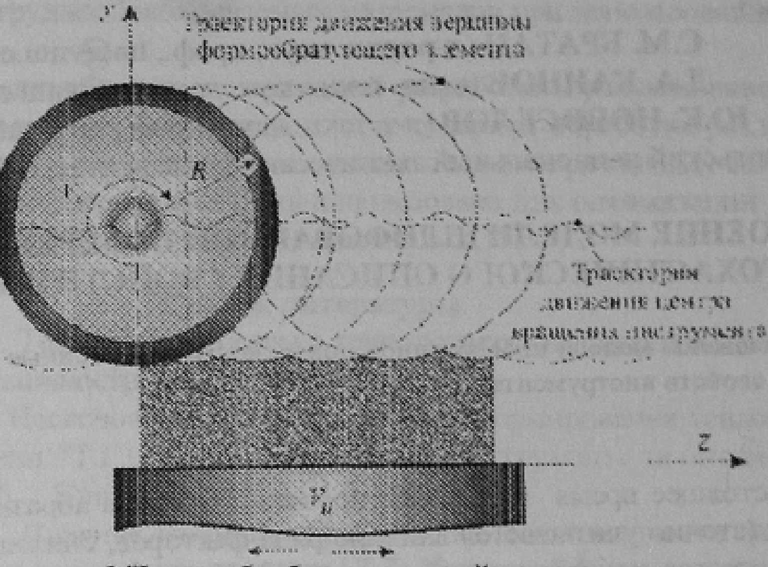

Рис.1. Схема формирования ФП при обработке плоской поверхности вращающимся инструментом

Форма границы поля может существенно отличаться от формы инструмента. Так для плоского шлифования (см. рис.1) образующие двигаются по трохоидам, а граница поля при отсутствии вибраций, деформаций, износа инструмента представляет собой плоскость, параллельную траектории движения центра инструмента.

С появлением вибраций граница поля может иметь достаточно сложную конфигурацию. При обработке плоских поверхностей вращающимся инструментом и отсутствии самоперерезания волн [4] ординаты точек границы поля определяются соотношением:

$$y_u(z,t) = y(z,t_0) + \int_{t_0}^{t} V_{0y} d\tau + \Delta y_T(z,t) + \Delta y_{yu}(z,t) + \\ + \sum_i A_{0yu,i} \cos(t \cdot \omega_{0yu,i} + \psi_{oyu,i}) - R(y,z,t). \tag{1}$$

где $y(z,t_0)$ – координата центра инструмента в момент времени t_0; V_{0y} – запланированная скорость движения центра инструмента по координате y; $\Delta y_T(z,t), \Delta y_{yu}(z,t)$ – смещение условной наружной поверхности инструмента вследствие упругих и температурных деформаций технологической системы; $A_{0yu,i}, \omega_{0yu,i}, \psi_{oyu,i}$ – амплитуда, частота и фаза j гармоники вибрационных смещений центра инструмента.

При анализе базового участка ФП рассматриваются геометрия режущих поверхностей, их число и распределение. Здесь принято допущение, что абразивное зерно имеет бесконечно большую жесткость, режущая поверхность определяется совокупностью траекторий движения точек контуров формообразующих элементов, которые могут одновременно участвовать в нескольких вращательных и поступательных движениях. Результирующая скорость точек контура характеризуется векторной суммой этих скоростей.

В силу малости геометрических размеров зоны резания при шлифовании с приемлемой точностью можно полагать зерно перемещающимся параллельно самому себе в этой зоне и координаты точек режущей поверхности имеют вид:

$$\begin{cases} z = z_0 + \int\limits_{t_0}^{t}\left[R(M)\cdot\omega_k\cdot\cos(\omega_k\cdot\tau+\gamma)+V_{0,z}+V_{0A,z}+V_{0yn,z}+V_{0T,z}+V_{3,z}\right]d\tau; \\ y = y_0 + \int\limits_{t_0}^{t}\left[R(M)\cdot\omega_k\sin(\omega_k\cdot\tau+\gamma)+V_{0,y}+V_{0A,y}+V_{0yn,y}+V_{0T,y}+V_{3,y}\right]d\tau; \\ x = x_0 + \int\limits_{t_0}^{t}\left[V_{0,x}+V_{0A,x}+V_{0yn,x}+V_{0T,x}+V_{3,x}\right]d\tau \end{cases} \qquad (2)$$

где ω_k – угловая скорость инструмента; x_0, y_0, z_0 – координаты точки режущей кромки в момент времени t_0; γ – фаза угла поворота круга; $R(M)$–радиус-вектор точки режущей кромки; $V_{0,x}, V_{0,y}, V_{0,z}$– скорости движения оси инструмента по соответствующим координатам; $V_{0A,x}, V_{0A,y}, V_{0A,z}$; $V_{0yn,x}, V_{0yn,y}, V_{0yn,z}$; $V_{0T,x}, V_{0T,y}, V_{0T,z}$ – скорости вибрационных и упругих и температурных перемещений оси инструмента, соответственно; V_{3x}, V_{3y}, V_{3z} – скорости изменения координат кромки относительно центра инструмента при его упругой деформации.

При исследовании законов распределения режущих поверхностей за основу взяты математические зависимости теории точности изделий, разработанные в [4].

По данным исследований [3] число элементов базового участка ФП $n_n(l_x, l_z)$ определяется по числу формообразующих элементов базового участка рабочей поверхности инструмента и кинематике и динамике процесса. Для шлифования

$$n_n(l_x, l_z) = n_3 l_x l_z \frac{V_k}{V_u} i \quad при \quad l_x = l_z = 1; \qquad n_n = n_3 \frac{V_k}{V_u}, \qquad (3)$$

где i – число контактов участка поверхности с инструментом.

Распределения элементов на базовом участке формообразующего поля по координатным осям x и z отличаются от равномерного при наличии отклонений в скорости инструмента и детали. Принимая во внимание, что плотность вероятностей $f_{\eta z}(z)$ расстояний η_z от начала координат до вершин элементов по оси z имеет вид $f_{\eta z}(z) = \frac{1}{n_n(l_x, l_z)}\cdot\frac{dn_n(l_x, l_z)}{dz}$, а число элементов базового участка поля при изменении скоростей инструмента $V_k(\tau)$ и детали $V_u(\tau)$ выражается интегралом Стилтьеса $n_n(l_x, l_z) = n_3 l_x \int\limits_0^{l_z} \frac{V_k(\tau)}{V_u(\tau)} dz(\tau)$, получим

$$f_{\eta z}(z) = \frac{V_k(\tau)}{V_u(\tau)\int_0^{t_k} \frac{V_k(\tau)}{V_u(\tau)} dz}.$$

Если, например, $V_k = const$, а скорость детали изменяется пропорционально x, плотность вероятностей расстояний от начала координат до вершин элементов поля будет уменьшаться с увеличением x, рис.2.

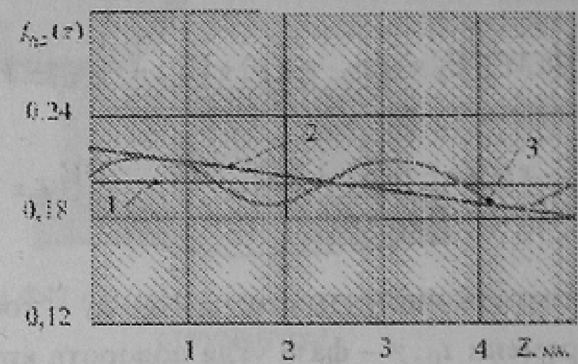

Рис. 2. Плотности распределений элементов воспроизводящего поля в направлении вектора скорости резания при: 1 – постоянстве V_k и V_u; 2 – снижении V_k; 3 – изменении V_k по синусоидальному закону

В свою очередь, изменение плотности вероятности приводит к изменению и других параметров ФП.

Как и для рассмотренных ранее факторов, распределение элементов базового участка формообразующего поля по глубине, зависит от соответствующего распределения элементов рабочей поверхности инструмента, кинематики и динамики движений. Так в системе отсчета обрабатываемой детали, смещение режущих контуров определяется изменением координат поверхности инструмента y_u. Их расстояния до уровня инструмента, сопрягаемого с фиксированным уровнем поля, вычисляется по зависимости:

$$u(t) = y - y_u(t_0) + \int_{t_0}^{t} V_y d\tau.$$

Мгновенная плотность вероятностей ординат вершин поля $f_{\eta y(t)}(y)$ определяется по плотности вероятностей расстояний от наружной поверхности инструмента до вершин режущих кромок

$$f_{\eta y(t)}(y) = f_{\xi u}(y - y_u(t_0) + \int_{t_0}^{t} V_y d\tau).$$

а результирующий закон $f_{\eta y}(y)$ – усреднением плотностей мгновенных распределений

$$f_{\eta y}(y)=\frac{1}{t_1-t_0}\cdot\int\limits_{t_0}^{t_1} f_{\xi u}[y-y_u(t_0)+\int\limits_0^t V_y d\tau]dt. \qquad (5)$$

При перемещении с подачей S_y

$$f_{\eta y}(y)=\frac{1}{n_{31}+n_{32}+\ldots+n_{3m}}\begin{bmatrix} n_{31}f_{\xi u}(y-y_u+S_y)+n_{32}f_{\xi u}(y-y_u+S_{y1}+S_{y2})+ \\ +\ldots+n_{3m}f_{\xi u}(y-y_u+\sum\limits_{i=1}^{m}S_{yi}) \end{bmatrix}, \qquad (6)$$

где $n_{31}+n_{32}+\ldots+n_{3m}$ и $S_{y1}+S_{y2}+\ldots+S_{ym}$ – соответственно числа зерен на единице рабочей поверхности инструмента и подачи при выполнении 1-го, 2-го,..., m-го проходов.

При многопроходной обработке, когда положение инструмента в направлении оси y, изменяется периодически, плотность вероятностей расстояний до вершин элементов поля по глубине может иметь несколько максимумов, рис.3.

Расчеты выполнены для трех последовательных проходов при $S_{y1}=S_{y2}=S_{y3}=\Delta y$.

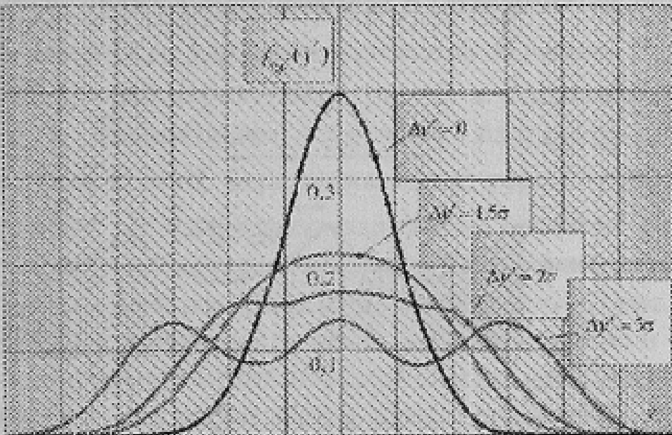

Рис. 3. Плотности вероятностей распределения режущих поверхностей по глубине формообразующего поля при дискретном сближении инструмента и детали

Для большинства процессов обрабатываемая поверхность не может быть представлена как результат простого геометрического копирования формообразующего поля, так как взаимодействие режущих кромок и материала сопровождается комплексом сложных физических и химических явлений. В то же время трудно назвать процессы, для которых бы наблюдалось абсолютное несовпадение обработанной поверхности и поля. Многочисленные экспериментальные данные показывают, что, как правило, существует тесная корреляционная, а в ряде случаев и функциональная связь между ними как по макро-, так и микрогеометрическим параметрам.

При описании базового участка за начало отсчета целесообразно принять поверхность впадин (в сечении – линию впадин), координаты которой определяются по координатам условной границы поля, величине упругих и температурных деформаций материала детали.

Описание геометрических параметров обработанной поверхности, как и формообразующего поля, можно выполнить двумя методами: а) заданием формы, геометрических размеров, законов распределения единичных рисок, кратеров, сколов; б) заданием поверхности функционалами случайного поля.

Для каждой произвольной точки $M(x, y, z)$ в граничной области материал – среда (рис. 4а) в процессе формообразования можно говорить о двух событиях: событии, заключающемся в том, что материал в этой точке будет удален, и противоположном событии (материал в точке останется неудаленным). Эти события образуют полную группу и сумма их вероятностей равна единице. Конкретные значения вероятностей в общем случае зависят от положения точки в граничной области по всем трем координатам. Например, если начало координат для поверхности с регулярным микропрофилем совместить с вершиной одного из выступов шероховатости, то при постоянстве формы единичных рисок, их глубины и равенстве расстояний между рисками l_{mp} вероятность удаления металла будет функционально зависеть от координаты x (см. рис. 4а). При координатах точки $l_{mp} - \frac{b_M}{2} \le x \le l_{mp} + \frac{b_M}{2}$, вероятность удаления металла равна нулю так как точка лежит в пределах выступа шероховатости поверхности, и вероятность удаления металла равна единице, если точка лежит за пределами указанного интервала. График зависимости вероятности удаления металла представляется кусочно-непрерывной функцией со значениями нуль и единица (рис. 4б, линия 1).

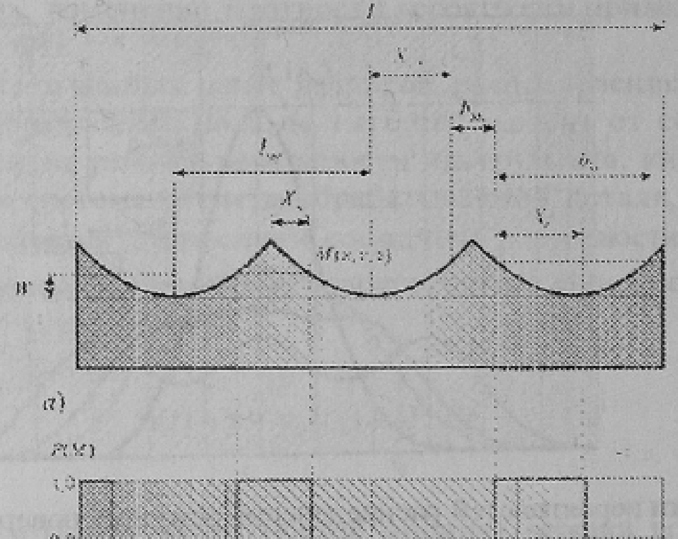

Рис. 4. К анализу граничной области: а) схема поверхности материал – среда; б) вероятность удаления материала при жестком (кривая 1) и нежестком (кривая 2) закреплениях профиля относительно начала координат

Если профиль обработанной поверхности стационарен и относительно начала координат жестко не закреплен, то вероятность удаления металла представляется прямой, параллельной оси x, рис. 4б – линия 2, а величина вероятности геометрически определяется отношением суммы длин отрезков b_{Mi}, заполненных металлом, к длине сечения l

$$P(M) = 1 - P(\overline{M}) = 1 - \lim_{l \to \infty} \frac{\sum_i b_{Mi}}{l}. \tag{8}$$

Поскольку $\sum_i b_{Mi}$ при $l \to \infty$ стремится к $l\lambda M[b_M]$, уравнение (7) может быть записано в следующем виде

$$P(M) = 1 - \lambda M[b_M], \tag{9}$$

где λ – математическое ожидание числа выступов на единицу длины сечения.

При наличии отклонений формы на поверхности, величина вероятности удаления материала будет определяться не только выбором координаты y, но и координат x и z. Для каждого из возможных сочетаний x и z может быть вычислена ордината граничной области, для которой вероятность удаления материала принимает заданное значение β_M. Совокупность таких точек образует в пространстве поверхность, а в сечении – линию равной вероятности удаления материала. Изменяя β_M, получим семейство поверхностей (линий) равной вероятности, рис. 5, а задавшись приемлемыми значениями максимального и минимального уровней, например, $\beta_{M\min} = 0.00135$ и $\beta_{M\max} = 0,99885$ – две поверхности, ограничивающие рассматриваемую область материал – среда сверху и снизу. По изменению положения уровней равной вероятности можно судить о пространственных отклонениях обрабатываемой поверхности и об изменении величины слоя, в котором распределена шероховатость (рис.5).

Вероятности удаления и вероятность неудаления материала в большей мере отражают динамику процесса формирования поверхности по сравнению с относительной опорной длиной профиля, которая вычисляется только для конкретной реализации номинального профиля.

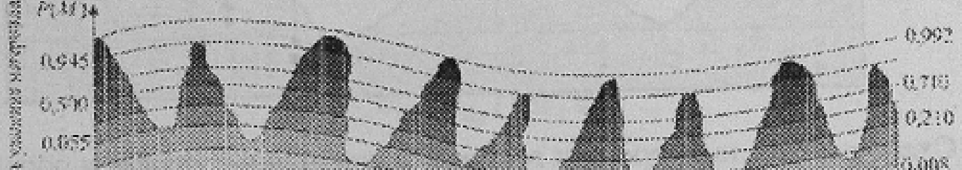

Рис. 5. Уровни равной вероятности удаления материала на обработанной поверхности

О вероятности удаления материала и её изменении можно говорить для любой точки пространства, в котором задана обрабатываемая поверхность. Математическое ожидание относительной опорной длины профиля непосредственно определяется по вероятности неудаления материала

$$t_p = \frac{1}{l}\int_0^l P(\dddot{M})dx \quad (10)$$

и численно равна ей, если $P(\dddot{M})$ не зависит от x.

Функционал вероятности удаления материала относится к функционалам, описывающим обрабатываемую поверхность как случайное поле. Для поверхностей без жесткого закрепления профиля относительно начала координат он совпадает с функцией плотности распределения ординаты профиля детали $F_w(W)$.

В действительности функция распределения $F_w(W)$ вычисляется (см. рис. 6) как:

$$F_W(W) = P(W < w).$$

где w – фиксированное значение случайной величины W.

Так как вероятность $P(W < w)$ любого произвольного профиля поверхности (см. рис. 6) равна вероятности попадания точки в интервалы отрезков АБ, СД, ... и т.д., для которых $W < w$, то

$$P(W < w) = \lim_{l \to \infty} \frac{l - \sum b_{Mi}}{l} = P(M).$$

При полном геометрическом копировании на детали профиля воспроизводящего поля

$$P(M) = F_w(W). \quad (11)$$

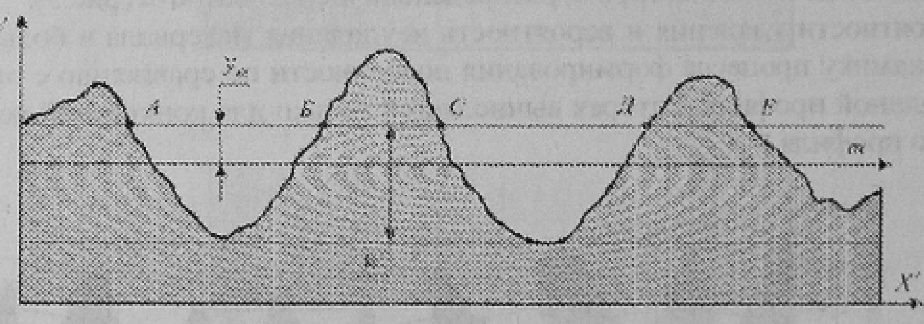

Рис.6. Схема вычисления функции распределения ординат профиля обработанной поверхности

Таким образом, при формировании поверхности в условиях преобладания одного из процессов вероятность удаления материала и функция плотности распределения ординат профиля определяются по параметрам воспроизводящего поля.

При задании ФП по первому способу могут быть определены не только вероятность удаления металла, но и форма, число, распределение единичных рисок, кратеров обработанной поверхности.

Форма единичных рисок, кратеров определяется формой единичных элементов поля, их взаимным расположением, изменением формы за счет сопутствующих и вторичных процессов. К таким процессам при обработке металлов резанием могут быть отнесены процессы упругих и пластических деформаций, процессы температурных деформаций, процессы взаимодействия металла с формообразующими элементами.

Наиболее просто устанавливается влияние на форму упругих и температурных деформаций. Величина упругих деформаций при вдавливании в поверхность индентора, может быть вычислена на основании закона Герстнера. Изменение линейных размеров отдельных выступов микронеровностей определяется по коэффициенту линейного расширения и температуре процесса формообразования. Влияние пластических деформаций и хрупкого разрушения на форму единичных рисок, кратеров не поддается точному аналитическому прогнозированию и может быть определено на основе эксперимента.

Так как вершина элемента поля относительно профиля поверхности может располагаться в различных точках, вероятность её контакта с материалом вычисляется по формуле полной вероятности

$$P_k = \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} P(\overline{M}) f_{\eta x,\eta z}(x,z)\,dxdz,$$

где $f_{\eta x,\eta z}(x,z)$ – совместная плотность распределения расстояний от начала координат до вершин элемента по осям x и z.

Элементарное приращение числа вершин рисок ΔN_p на базовом участке поверхности определяется числом вершин элементов участка воспроизводящего поля в слое Δy и вероятностью контакта вершины с материалом

$$\Delta N_p = n_n f_{\eta y}(y)\Delta y P_k,$$

а общее число рисок, кратеров на базовом участке и плотность их распределения по глубине вычисляются по зависимостям:

$$N_p = n_n \int_{-\infty}^{\infty} f_{\eta y}(y) P_k\,dy; \tag{12}$$

$$f_{\zeta cw}(y) = \frac{f_{\eta y}(y) P_k}{n_n \int_{-\infty}^{\infty} f_{\eta y}(y) P_k\,dy}. \tag{13}$$

Для процессов, когда положение вновь появляющихся элементов поля корреляционно и функционально не связано с ранее образовавшимися неровностями или когда этой связью можно пренебречь, вероятность контакта элемента поля не зависит от его координат x и z и будет равна вероятности неудаления материала на рассматриваемом уровне.

Расстояния между вершинами соседних единичных рисок, кратеров на обработанной поверхности сохраняются такими же, как и расстояния между элементами ФП, только при условии, что все они участвуют в формировании окончательного профиля поверхности. При полном геометрическом копировании это условие означает наличие в профиле поверхности всех точек вершин элементов воспроизводящего поля. Если часть из вершин перекрывается профилями других элементов, приближенная оценка может быть получена на основе анализа расстояний между активными формообразующими элементами рабочей поверхности инструмента. При выборе у инструмента произвольной вершины, оставляющей на поверхности след, число активных элементов, расположенных с ней рядом, уменьшается пропорционально соотношению числа рисок поверхности к числу элементов ФП $m^* = m\dfrac{N_p}{n_n}$, что позволяет оценить изменение уровней равной вероятности расстояний между рисками обработанной поверхности.

Более точную оценку можно дать для расстояний между вершинами профилей сечений рисок. Вероятность события $P(\kappa_x < x)$, заключающегося в том, что расстояния между двумя соседними рисками, рис. 7 будет меньше некоторого значения, равна вероятности

$$P(\kappa_x < x) = 1 - P(\kappa_x \geq x) = 1 - \prod_i (P_i(\kappa_x \geq x)),$$

где $P_i(\kappa_x \geq x)$ – вероятность события, заключающегося в том, что вершина сечения $i-го$ элемента поля не попадает на участок криволинейного треугольника ABC, которая определяется зависимостью

$$P_i(\kappa_x \geq x) = 1 - P_i(\kappa_x < x) = 1 - \int_{-\infty}^{\infty} f_{\mu w}(W) \int_0^x \int_{W_{\min}}^{W_{\max}} f_{Lmpi}(x) f_{\eta cw}(W_э) dW_э dx dW,$$

здесь $f_{\mu w}(W)$ – плотность вероятностей расстояния до впадины сечения риски; $f_{Lmpi}(x)$ – плотность вероятностей расстояния до i-й вершины сечения элемента поля по оси X; $f_{\eta cw}(W_э)$ – плотность вероятностей расстояний до вершины сечения элемента поля по оси W; $W_{\max}$ – координата точки стороны AC криволинейного треугольника; $W_{\min}$ – координата точки стороны AB криволинейного треугольника (см. рис.7).

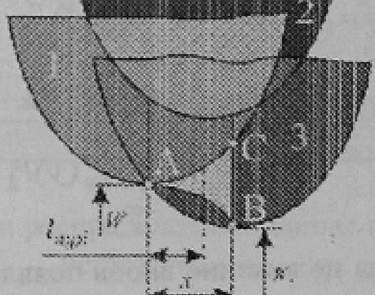

Рис.7. Схема расчета расстояний между низшими точками сечений рисок обработанной поверхности нормальной плоскостью

Описание формы, числа и законов распределения единичных рисок дает полную пространственную картину состояния базовых участков обработанной поверхности и содержит в себе информации, намного превышающую используемую в настоящее время для конкретных технологических задач. На практике состояние поверхности оценивается в ее сечении нормальной плоскостью. Математическая модель поверхности в этом случае значительно упрощается, уравнения (12), (13) принимают вид:

$$N = m_э \int_{-\infty}^{\infty} f_{\eta cw}(W) P_k(W) dW, \qquad f_{\mu w}(W) = \frac{f_{\eta cw}(W) P_k(W)}{\int_{-\infty}^{\infty} f_{\eta cw}(W) P_k(W) dW}, \tag{14}$$

где $m_э$ – число элементов поля на единицу длины сечения; $f_{\eta cw}(W)$ – плотность распределений вершин сечений элементов поля по оси y.

Число единичных рисок (выбросов ординат профиля обработанной поверхности) может быть определено и при задании рабочей поверхности инструмента совокупностью элементарных режущих профилей. Для этого необходимо определить плотности распределения выбросов ординат ФП для каждого из элементарных режущих профилей, участвующих в формообразовании рассматриваемого базового участка поверхности.

Элементарное приращение выбросов случайного процесса для ординат профиля поверхности ΔN в её сечении нормальной плоскостью, перпендикулярной вектору скорости резания, вычисляется [6]:

$$\Delta N = \Delta N_{Э1} P_{K1} + \Delta N_{Э2} P_{K2} + ... + \Delta N_{ЭK} P_{Kk},$$

где $\Delta N_{Э1}, \Delta N_{Э2} ... \Delta N_{ЭK}$ – приращение числа выбросов первого, второго и т.д. элементарных режущих профилей базового участка,

$$\Delta N_{Э1} = f_{\xi u}(u_1) N_{Э1} \Delta y;$$

$P_{K1}, P_{K2} .. P_{Kk}$ – вероятности контакта выбросов первого, второго, $k-го$ элементарных режущих профилей с обрабатываемым материалом на заключительной стадии процесса, для стационарного процесса при независимом наложении профилей $P_{K1} = P_{K2} ... = P_{Kk}$ и $N_{Э1} = N_{Э2} = .. N_{ЭK} = N_Э$ уравнение имеет вид

$$\Delta N = N_Э [1 - P(M)] [f_{\xi u}(u_1) + f_{\xi u}(u_2) + ... + f_{\xi u}(u_k)])$$

При представлении обработанной поверхности совокупностью единичных рисок, вероятность удаления материала может быть определена непосредственно по размерам рисок, (см. рис. 8).

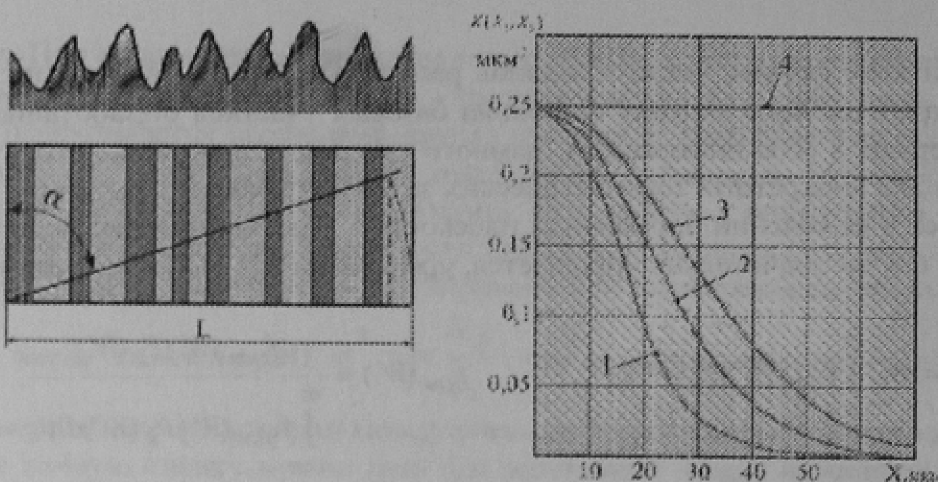

Рис.8. Корреляционные функции профилей поверхности в сечениях, направленных под углом α к вектору скорости резания: 1 – $\alpha = 90°$; 2 – $\alpha = 45°$; 3 – $\alpha = 32{,}5°$; 4 – $\alpha = 0°$

Размер $i-го$ выступа в нормальном сечении поверхности определяется расстоянием между рисками L_p и размерами X_{i-1}, X_i от впадин рисок до точек профиля, ограничивающих выступ шероховатости: $b_{Mi} = L_p - X_i - X_{i-1}$.

Размер произвольно взятого выступа шероховатости поверхности является величиной случайной с математическим ожиданием

$$M[b_M] = \int_0^{\infty}\int_0^{\infty}\int_{X_{i-1}+X_i}^{\infty} (L_p - X_i - X_{i-1}) f_{Lp,X_{i-1},X_i}(X_{Lp}, X_{i-1}, X_i)\, dX_{Lp}\, dX_{i-1}\, dX_i, \tag{15}$$

где $f_{Lp,X_{i-1},X_i}(X_{Lp}, X_{i-1}, X_i)$ – совместная плотность распределения случайных величин X_{Lp}, X_{i-1}, X_i (см. рис. 8).

Уравнение (15) справедливо как для случайных, так и для регулярных профилей, так как любая детерминированная величина может рассматриваться как случайная при одном её возможном значении. Например, при точении в условиях отсутствия вибраций, упругих и пластических деформаций в пределах слоя шероховатости всегда $L_p \geq X_i + X_{i-1}$. Первое слагаемое при почленном разложении уравнения (19) можно интегрировать сначала по X_i и X_{i-1} отклонений формы, а затем по L_p. Интегралы $\int_0^{\infty} f_{Xi}(X_i)dX_i$ и $\int_0^{\alpha} f_{X_{i-1}}(X_{i-1})dX_{i-1}$ равны единице, а $\int_{X_{i-1}+X_i}^{\infty} L_p f_{Lp}(X_{Lp})dX_{Lp}$ – математическому ожиданию L_p. Учитывая, что для рассматриваемого случая $M[L_p] = S_x$, а $M[X_{i-1}] = \sqrt{w(2\rho - w)}$, где ρ – радиус закругления при вершине зерна, получим известную в теории резания зависимость: $b_M = S_x - 2\sqrt{w(2\rho - w)}$.

Полученные расчетные зависимости вероятности удаления материала, формы, числа, плотности распределения единичных рисок позволяют рассмотреть вопрос прогнозирования качества базовых участков обработанной поверхности. Все наиболее важные параметры шероховатости поверхности могут быть определены аналитически по технологическим факторам. Относительная опорная длина профиля вычисляется по вероятности удаления материала по предложенной выше зависимости. Среднее арифметическое отклонение профиля связано с относительной опорной длиной профиля. Для стационарных нормальных процессов

$$R_a = 2\int_0^{\infty} t_p dy_m, \qquad (16)$$

где y_m – расстояние от уровня до средней линии профиля (см. рис 6).

Наибольшая высота неровностей профиля и высота неровностей профиля по десяти точкам определяются как

$$R_{\max} = h_{\max 1} + h_{\min 1};$$

$$R_z = \frac{1}{5}\sum_{i=1}^{5} h_{\max i} + \frac{1}{5}\sum_{i=1}^{5} h_{\min i},$$

где расстояния от средней линии до пяти наибольших минимумов $h_{\min 1}, h_{\min 2}, ..., h_{\min 5}$ и пяти наибольших максимумов $h_{\max 1}, h_{\max 2}, ..., h_{\max 5}$ профиля являются величинами случайными. Математическое ожидание и дисперсия минимумов определяются по плотности вероятностей распределения вершин сечений рисок по оси ординат.

Средний шаг неровностей профиля в пределах базовой длины вычисляется по числу единичных рисок

$$S = \frac{1}{N-1}, \qquad (17)$$

где N – определяется из уравнения (17).

На основании полученных критериев может быть определена и корреляционная функция ординат профиля поверхности, если известен ее вид. Так, для поверхностей, не имеющих регулярного микропрофиля корреляционная функция наиболее часто апроксимируется выражением

$$k_y(X_1, X_2) = D[Y_m] \cdot e^{-a^2(X_2 - X_1)^2},$$

где $D[Y_m]$ – дисперсия расстояний точек профиля до средней линии.

Для нормального стационарного процесса математическое ожидание числа максимумов на единичном интервале $M[N] = m_N$ вычисляется по второй $K''(0)$ и четвертой $K^4(0)$ производным корреляционной функции

$$m_N = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{K^4(0)}{K''(0)}}.$$

Решение приведенного уравнения позволяет определить коэффициент a, $a=\sqrt{\frac{2}{3}}\pi m_N$. С учетом полученных зависимостей корреляционная функция записывается в виде

$$k_y(X_1,X_2)=D[Y_m]\cdot e^{-\frac{2\pi^2}{3}m_N^2(X_2-X_1)^2}. \qquad (18)$$

Корреляционная функция вида (18) может быть определена для любого произвольно выбранного нормального сечения обработанной поверхности. Математическое ожидание числа максимумов равно математическому ожиданию числа минимумов, а число минимумов определяется по входным технологическим факторам, уравнение (16). Так, для сечений поверхности в виде параллельных рисок, плоскостями, направленными под углом α к вектору скорости резания, рис.9, корреляционные функции представляются в виде семейства кривых, при $\alpha \neq 0$ асимптотически стремящихся к 0.

При $\alpha = 0$ корреляционная кривая вырождается в прямую, параллельную оси X. Другой граничной кривой рассматриваемого семейства является кривая, соответствующая сечению поверхности нормальной плоскостью, перпендикулярной направлению рисок. Для этого сечения наблюдается наиболее быстрое затухание корреляционной связи между ординатами случайного профиля.

Уравнения (16…18) позволяют определять значения параметров микрорельефа поверхности на любом ее базовом участке с учетом возможных изменений и отклонений элементов режима резания и состояния рабочей поверхности инструмента. В пределах одной поверхности разброс значений параметров при наличии закономерных изменений технологических факторов может быть определен вычислением шероховатости на участках, где она принимает максимальные и минимальные значения. При наличии случайных отклонений вычисляются плотности вероятностей соответствующих параметров.

Выводы

В статье рассмотрены вопросы аналитического моделирования параметров формообразующего поля и обработанной поверхности.

Приведенные в ней функционалы позволяют вскрыть основные пространственно-временные связи между подсистемами *и* проследить за отображением входных переменных на параметры качества обрабатываемой поверхности по всем этапам процесса и выполняются в сочетании рассмотренных принципов с основными положениями энергетического подхода.

Список литературы

1. Основы теории резания материалов:учебник для высших учебных заведений / Мазур Н.П., Внуков Ю.Н., Доброскок В.Л. и др.; под общей редакцией Н.П. Мазура. – Львов: Новый свет, 2010. – 422 с.

2. Королев А.В. Теоретико – вероятностные основы абразивной обработки. Ч. 2. Взаимодействие инструмента и заготовки при абразивной обработке / А.В. Королев, Ю.К. Новосёлов. – Саратов: Изд-во Сарат. ун-та, 1989. – 160 с.

3. Королев А.В. Теоретико – вероятностные основы абразивной обработки. Ч. 1. Состояние рабочей поверхности инструмента / А.В. Королев, Ю.К. Новосёлов. – Саратов: Изд-во Сарат. ун-та, 1987. – 160 с.

4. Новоселов Ю.К. Динамика формообразования поверхностей при абразивной обработке / Ю.К. Новоселов. – Саратов: Изд-во Сарат. ун-та, 1979. – 232 с.

5. Братан С.М. Вероятностный подход при имитационном моделировании электроэрозионного шлифования / С.М. Братан // Вестник СевГТУ. Серия: Автоматизация процессов и управление. - 1997 – Вып.7. – С.140 – 144.

6. Братан С.М. Оценка распределения длин стружек при чистовом и тонком шлифовании / С.М. Братан, Ю.К. Новоселов, Д.А Каинов // Межд. науч. - техн. сб. Резание и инструмент в технологических системах. –2003 – Вып.64 – С. 31-36.

С.М. БРАТАН, Д.О. КАІНОВ, Ю.К. НОВОСЬОЛОВ
Севастопольський національний технічний університет, м. Севастополь, Україна

ПОБУДОВАМОДЕЛІ ШЛІФОВАНОЇ ПОВЕРХНІ НА ОСНОВІ СТОХАСТИЧНОГО ОПИСУ ВЛАСТИВОСТЕЙ ІНСТРУМЕНТУ

Запропоновані моделі шліфованої поверхні, побудовані на основі стохастичного опису властивостей інструменту.

S.M. BRATAN, D.A. KAINOV, J.K. NOVOSELOV
Sevastopol National Technnical University, Sevastopol, Ukraine

CONSTRUCTION OF THE POLISHED SURFACE MODEL BASED ON STOCHASTIC PROPERTIES DESCRIPTION OF INSTRUMENT

The models of the polished surface are developed on the basis of instrument properties stochastic description.

Рецензент: Гусев В.В. *Надійшла до редколегії 12.04.10*