

ОЦЕНКА ЭНЕРГЕТИЧЕСКОГО СПЕКТРА ФАЗОМАНИПУЛИРОВАННОГО СИГНАЛА

Бронников В. Н., Зори А. А., Штепа А. А.

Донецкий национальный технический университет, кафедра ЭТ

Abstract

Bronnikov V.N., Zori A.A., Schtepa A.A. Estimation of power spectrum of pulsed-phase-modulated signal. The width of a power spectrum of pulsed-phase-modulated signal is determined. Its independence from an index of modulation and expediency of use of this kind of modulation is shown.

Стремление к эффективному повышению помехоустойчивости за счет расширения спектра сигнала привело к появлению новых видов модуляции.

В [1] показана возможность передачи непрерывных сообщений с ограниченным частотой f_B спектром в полосе $\Delta f = 2 \cdot f_B$ с помощью фазоамплитудной модуляции (ФАМ) при индексах модуляции до $m=2...3$ радиан. При этом динамическая ошибка не превышает минус 31дБ Этот результат является неожиданным, т.к. ширина спектра частотно-модулированного сигнала $\Delta f_{\text{чм}}=2 \cdot f_B(1+m_{\text{чм}})=(5...7)f_B$, т. е. в 2,5...3,5 раза больше.

Для понимания этого факта ниже производится исследование ширины спектра фазоманипулированного (ФМН) сигнала, из которого формируется ФАМ сигнал путем полосовой фильтрации последнего [1]. ФМН сигнал получается путем фазовой модуляции гармонического колебания ступенчатой функцией (времени). Последняя получается из непрерывного сообщения с верхней граничной частотой f_B . Длительность ступенек ступенчатой функции (в соответствии с теоремой Котельникова) $\tau \leq 1/2 \cdot f_B$.

Таким образом, ФМН сигнал есть сумма непосредственно следующих друг за другом прямоугольных радиопосылок, начальные фазы высокочастотного заполнения которых прямо пропорциональны дискретным значениям сообщения:

$$u(t) = \sum_{m=-N}^N U_m(t) \cdot \cos(\omega_0 t - \varphi_m), \tag{1}$$

где $U_m(t) = \begin{cases} U_0, & \text{при } \tau m - \tau/2 \leq t \leq \tau(m+1) - \tau/2, \\ 0, & \text{при } \tau m - \tau/2 > t > \tau(m+1) - \tau/2, \end{cases}$

$U_0, \omega_0, \varphi_m, \tau$ - амплитуда, несущая частота, начальная фаза и длительность радиопосылок, t - время.

Энергетический спектр ФМН сигнала (суммы колебаний) равен сумме энергетических и взаимных энергетических спектров суммируемых колебаний [2]:

$$F(\omega) = \sum_{m=-N}^N \sum_{n=-N}^N F_{mn}(\omega), \tag{2}$$

где

$$F_{mn}(\omega) = (1/\tau N) \cdot m_1 \{ Z_m(j\omega) \cdot Z_n(-j\omega) \} - \quad (3)$$

- энергетический спектр радиопосылки при $m=n$ и взаимный энергетический спектр при $m \neq n$ m -й и n -й радиопосылок, $m_1 \{ \cdot \}$ - символ усреднения по множеству (возможных значений начальных фаз φ_m и φ_n),

$$Z_m(j\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} U_m(t) \cdot \cos(\omega_0 t - \varphi_m) \cdot \exp(-j\omega t) dt \quad (4)$$

- комплексный спектр реализации m -й радиопосылки.

Пусть $\tau \gg 2\pi/\omega_0$. Тогда для $\omega \geq 0$ из (1), (4) следует

$$Z_m(j\omega) \approx \left(\frac{U_0^2}{2} \right) \cdot \exp[-j\varphi_m + m\tau(\omega - \omega_0)] \cdot \int_{-\tau/2}^{\tau/2} \exp[-j(\omega - \omega_0) \cdot t] dt \quad (5)$$

$$Z_n(-j\omega) \approx \left(\frac{U_0^2}{2} \right) \cdot \exp[-j\varphi_n + n\tau(-\omega - \omega_0)] \cdot \int_{-\tau/2}^{\tau/2} \exp[-j(-\omega + \omega_0) \cdot t] dt \quad (6)$$

Подставляя (5, 6) в (3), получим

$$F_{mn}(\omega) \approx U_0^2 \cdot (4N\tau)^{-1} \cdot m_1 \{ \exp[-j \cdot (\varphi_m - \varphi_n)] \} \cdot \exp[-j\tau(m-n)(\omega - \omega_0)] \cdot F_0(\omega - \omega_0), \quad (7)$$

где

$$F_0(\omega') = \int_{-\tau/2}^{\tau/2} \exp(-j\omega' \cdot t) dt \cdot \int_{-\tau/2}^{\tau/2} \exp(j\omega' \cdot t) dt$$

энергетический спектр прямоугольных радиоимпульсов.

Пусть сообщение будет нормальным стационарным процессом в точном смысле. Тогда двумерная плотность вероятности фаз $W(\varphi_m, \varphi_n)$ будет зависеть не от времени, а от модуля разности $|m-n| \cdot \tau = |k| \tau$ моментов времени, в которые произведены отсчеты, определяющие значения фаз φ_m, φ_n ,

$$m_1 \{ \exp[-j \cdot (\varphi_m - \varphi_n)] \} = m_1 \{ \exp[\sigma^2 R(\tau m - \tau n) - \sigma^2] \} \quad [2] \quad \text{и}$$

$$F_{mn}(\omega) = U_0^2 \cdot (4N\tau)^{-1} \cdot \{ \exp[\sigma^2 R(\tau m - \tau n) - \sigma^2] \} \cdot \exp[-j\tau(m-n)(\omega - \omega_0)] \cdot F_0(\omega - \omega_0), \quad \omega \geq 0, \quad (8)$$

где $\sigma^2, R(\tau m - \tau n)$ - дисперсия и нормированная автокорреляционная функция значений сообщения (начальных фаз m -го и n -го радиоимпульсов).

Подставляя (8) в (2), получим выражение энергетического спектра ФМ_Н сигнала:

$$F(\omega) = U_0^2 \cdot (4N\tau)^{-1} \cdot F_0(\omega - \omega_0) \cdot \sum_{m=-N}^N \sum_{n=-N}^N \{ \exp[\sigma^2 R(\tau m - \tau n) - \sigma^2] \} \cdot \exp[-j\tau(m-n)(\omega - \omega_0)], \quad (9)$$

Разбивая область суммирования на две и вводя переменную $k=m-n$, преобразуем (9) к виду [2]:

$$F(\omega) = (U_0^2 / 4N\tau) \cdot F_0(\omega - \omega_0) \cdot \sum_{k=-2N}^{2N} [1 - |k|/(2N)] \cdot \exp\{\sigma^2 [R(\tau k) - 1]\} \cdot \exp[-j\tau k(\omega - \omega_0)]. \quad (10)$$

Из (10) видно, что энергетический спектр ФМН сигнала есть произведение энергетического спектра $F_0(\omega - \omega_0)$ прямоугольного радиоимпульса с длительностью τ и частотой ω_0 и суммы произведений трех функций, из которых только последняя зависит от частоты (является периодической и четной относительно значения частоты $\omega = \omega_0$). На рис. 1 (где $T = \tau$) приведены графики суммы и энергетического спектра ФМН сигнала $F(\omega)$.

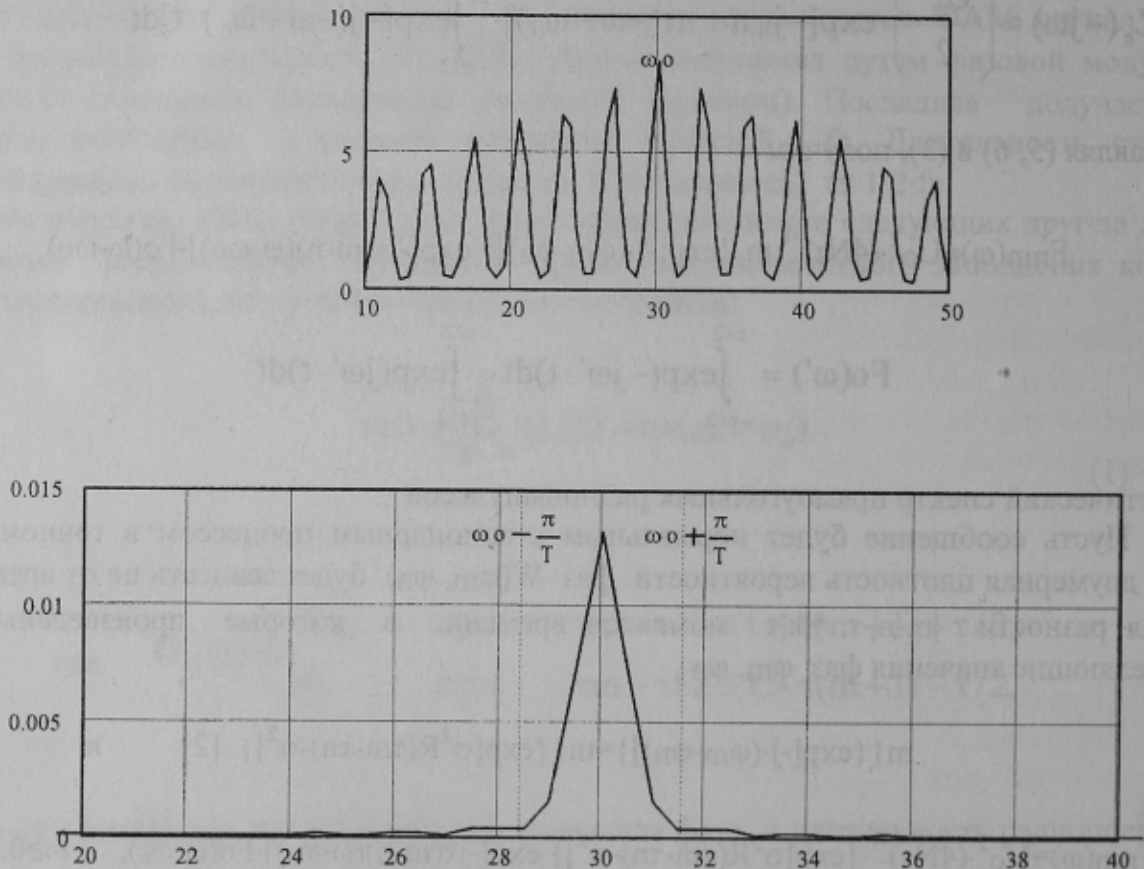


Рисунок 1 – Графики суммы и энергетического спектра ФМН сигнала (где $T = \tau$).

Отсюда следует, что подавляющая доля мощности ФМн сигнала заключена в области частот $(f_0 - q_0/\tau, f_0 + q_0/\tau)$, где $q_0 \approx 1$ - величина, зависящая от доли мощности той части спектра, которая заключена в отмеченной области частот [3]. Таким образом здесь ширина спектра определяется также, как и в случае отдельного прямоугольного радиоимпульса.

Полагая $q_0=1$ и $\tau=1/f_B$, получим ширину спектра ФМн сигнала $\Delta f_{\text{фмн}} = 2 \cdot f_B$ независимо от значения индекса модуляции. При фазовой и частотной модуляции в случае использования индекса модуляции $m_{\text{фм}}=2.5$ ширина спектра

$$\Delta f_{\text{фм}} = 2 \cdot f_B \cdot (1 + m_{\text{фм}}) = 7 \cdot f_B,$$

т.е. в 3,5 раз больше.

Объяснить этот эффект можно тем, что при модуляции непрерывным сообщением гармонического колебания спектры отдельных радиопосылок (на которые можно разбить фазомодулированный сигнал) имеют различные средние частоты, отстоящие от средней частоты ω_0 тем больше, чем больше индекс модуляции. Следует заметить, что в ФМн сигнале индекс модуляции ограничен величиной π радиан и выбирается приближенно равным 2,5 радиан [1].

Выводы

Сосредоточение подавляющей доли мощности ФМн сигнала в полосе частот шириной $\Delta f_{\text{фмн}} = 2 \cdot f_B$ независимо от значения индекса модуляции объясняет упомянутую выше возможность получения в ряде случаев достаточно небольших значений динамических ошибок, которые могут быть уменьшены компенсационным способом [5]. Это делает привлекательным использование фазоамплитудной модуляции в качестве компонента комбинированных видов модуляции.

Литература

1. Бронников В.Н. Оценка помехоустойчивости и динамической ошибки приема сигналов с фазоамплитудной модуляцией // Радиотехника. - 1980. - № 9. - С. 38 - 41.
2. Левин Б.Р. Теоретические основы статистической радиотехники. - М.: Сов. радио, 1969. - 752 с.
3. Гоноровский И. С. Радиотехнические цепи и сигналы М.: Радио и связь, 1986. - 512 с.
4. Верзунов М.В. Однополосная модуляция в радиосвязи. - М.: Связь, 1972. - 296 с.
5. А. с. 513522 СССР, МКИ Н 04 L 27/22. Приемник сигналов с фазоамплитудной модуляцией / В.Н. Бронников, Ю.В. Васильев. - Заявлено 20.06.75, опубл. 05.06.76, Бюл. № 17. - 2 с.