

СИНТЕЗ ЛИНЕЙНО – КВАДРАТИЧЕСКОГО РЕГУЛЯТОРА СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ ПРОДОЛЬНОМ ДВИЖЕНИЕМ САМОЛЕТА ПРИ ПОСАДКЕ НА РЕЖИМЕ ГЛИССАДЫ

Рафиков Г.Ш., Чернышев Н.Н.

Донецкий национальный технический университет, г. Донецк
кафедра автоматики и телекоммуникаций

Abstract

Rafikov G.S., Chernishov N.N. Synthesis linear – quadratic controller for control system longitudinal motion airplane by landing on conditions guidance. Set out topicality the problem control of airplane by landing in a zone windshear. Solve a problem synthesis LQG controller with the plant and measurement noise. Conduct a simulation subject with LQG controller when the airplane located in a zone windshear.

Общая постановка проблемы. В настоящее время считается признанным тот факт, что по причине плохих метеорологических условий происходит до 40 % летных происшествий. Наиболее опасными метеорологическим явлением для полетов авиации является низковысотный сдвиг ветра с большими градиентами составляющих ветра по высоте и дальности, который обусловлен локальным возмущением состояния атмосферы [6]. Сдвиг ветра обычно наблюдается в области микропорыва, представляющего собой компактный, но достаточно интенсивный нисходящий поток холодного воздуха. Обычно микропорыв распространяется до высоты несколько сот метров и имеет диаметр 5 – 8 км. Попадая в зону действия микропорыва, экипаж самолета с большим трудом обеспечивает пилотирование самолетом, неожиданно возникающие возмущения состояния атмосферы чрезвычайно опасны при посадке. Так они привели к известным катастрофам [7]: в Международном аэропорту Нового Орлеана 9 июля 1982 г. при посадке разбился самолет Boeing B – 727; в Международном аэропорту Далласа, так же при посадке, 20 августа 1985 г. потерпел катастрофу самолет Lockheed L – 1011.

В виду большой актуальности проблемы, построения автоматизированных систем управления полетом, способных предотвращать такого рода катастрофы, занимались разработчики в разных странах мира. Были предложены различные алгоритмы управления, основанные на различных физических принципах и математических концепциях, построенных для различных моделей локального состояния атмосферы, которые, так или иначе, решали эту задачу.

Постановка задачи синтеза ЛКГ регулятора. В данной работе рассматривается продольное движение самолета при посадке на режиме глиссады. На самолет действует внешнее ветровое возмущение ограниченной мощности. В качестве критерия оптимальности выбирается линейно – квадратичный критерий. Цель построения системы управления – минимизация влияния внешнего ветрового возмущения на отклонение контролируемых выходов от заданных значений, характеризующих глиссаду.

Кинематические и динамические переменные для уравнения движения центра масс самолета представлены на рис. 1.

На рис. 1 введены следующие обозначения: D – сила лобового сопротивления; x , y – оси системы координат; L – подъемная сила; O – центр масс самолета; V – воздушная скорость самолета; V_e – скорость самолета относительно земли; w_x , w_y – соответственно, горизонтальная и вертикальная составляющая скорости ветра; α – угол атаки; θ – угол наклона траектории в воздушной системе координат.

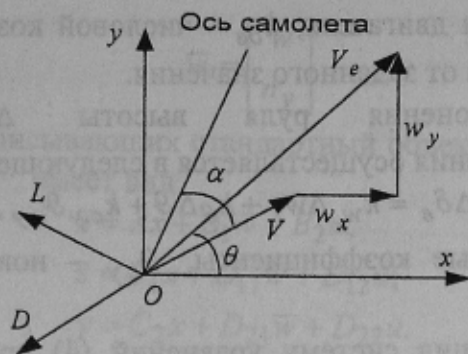


Рисунок 1 – Система координат и переменных самолета.

Динамические уравнения движения самолета в вертикальной плоскости с учетом ветровых возмущений, действующих в проекциях на оси воздушной системы координат, задаются следующей системой нелинейных дифференциальных уравнений [1]

$$\begin{aligned} m\dot{V} &= T \cos \alpha - D - mg \sin \theta - m(\dot{w}_x \cos \theta + \dot{w}_y \sin \theta); \\ mV\dot{\theta} &= T \sin \alpha + L - mg \cos \theta + m(\dot{w}_x \sin \theta - \dot{w}_y \cos \theta); \\ J_z \dot{\varpi}_z &= M_z; \\ \dot{\vartheta} &= \varpi_z. \end{aligned} \tag{1}$$

где m - масса самолета, J_z - момент инерции самолета относительно поперечной оси z , T - сила тяги двигателей, M_z - момент сил относительно оси z , $\vartheta = \theta + \alpha$ - угол тангажа, ϖ_z - угловая скорость относительно оси z .

Управление самолетом в продольном канале осуществляется рулем высоты δ_θ и сектором газа $\delta_{c.2}$.

Эти уравнения справедливы в предположении, что направление силы тяги совпадает с осью самолета, масса самолета постоянна, Земля плоская, ветер стационарный. Вращением Земли также пренебрегаем.

Приращение угла атаки α_w определяется формулой

$$\alpha_w = (-w_x \sin \theta + w_y \cos \theta) / V. \tag{2}$$

Дифференциальное уравнение для высоты центра масс записывается в виде

$$\dot{h} = V \sin(\theta + \alpha_w) + w_y. \tag{3}$$

На заданной траектории глиссады нелинейная модель движения (1), (3) достаточно хорошо аппроксимируется линейной моделью, поэтому проведем линеаризацию нелинейных уравнений. В результате линеаризации получим систему линейных уравнений в приращениях, которая в матричной форме имеет вид

$$\dot{x}_{ла} = A_{ла} x_{ла} + B_w w + B_u u_{ла}. \tag{4}$$

Здесь $x_{ла} = (\Delta V, \Delta \theta, \Delta \varpi_z, \Delta \vartheta)^T$ - вектор состояния летательного аппарата, $w = (w_y, \dot{w}_x, \dot{w}_y)^T$ - вектор ветровых возмущений, $u_{ла} = (\Delta \delta_\theta, \Delta \delta_{c.2}^*)^T$ - вектор управления, где $\Delta \delta_\theta$ - отклонение руля высоты, $\Delta \delta_{c.2}^*$ - отклонение силы тяги, выраженное в единицах измерения сектора газа.

Дифференциальное уравнение, описывающее динамику двигателя, задается в виде

$$\Delta \dot{\delta}_{c.2}^* = -\frac{1}{T_{\delta v}} \Delta \delta_{c.2}^* + \frac{k_{\delta v}}{T_{\delta v}} \Delta \delta_{c.2}, \tag{5}$$

где $T_{\delta\theta}$ - постоянная времени двигателя, $k_{\delta\theta}$ - числовой коэффициент двигателя, $\Delta\delta_{c,z}$ - отклонение ручки сектора газа от заданного значения.

Формирование отклонения руля высоты $\Delta\delta_\theta$ с учетом контура короткопериодического движения осуществляется в следующем виде

$$\Delta\delta_\theta = k_{w_z} \Delta w_z + k_g \Delta g + k_{c,y} g_{c,y}, \quad (6)$$

где k_{w_z} , k_g , $k_{c,y}$ - числовые коэффициенты, $g_{c,y}$ - новое управление, формируемое регулятором.

Таким образом, дополнив систему уравнений (4) уравнением (5) с учетом (6) и линеаризованным уравнением для высоты (3), получаем систему уравнений

$$\dot{x} = Ax + B_{1n}w + B_{2n}u, \quad (7)$$

где $x = (\Delta V, \Delta\theta, \Delta w_z, \Delta g, \Delta h, \Delta\delta_{c,z}^*)^T$ - расширение вектора $x_{ла}$, $u = (g_{c,y}, \Delta\delta_{c,z})^T$ - новый вектор управления, матрицы A , B_{1n} , B_{2n} получены из матриц $A_{ла}$, B_w , B_u с учетом (5) и (6).

Уравнение для измеряемого выхода y в пространстве состояния в присутствии шумов измерения n_y записывается в виде

$$y = C_y x + I_y n_y, \quad (8)$$

где C_y - матрица измеряемых выходов, равная $C_y = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$, I_y - единичная матрица размерности (2×2) .

Таким образом, математическая модель продольного движения самолета с учетом внешних ветровых возмущений в пространстве состояния описывается следующей системой уравнений:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + B_{1n}w + B_{2n}u; \\ y &= C_y x + I_y n_y. \end{aligned} \quad (9)$$

Для линейной модели продольного движения самолета с учетом внешних ветровых возмущений в пространстве состояний (9) вектор управляемых выходов z_1 может быть записан в виде

$$z_1 = C_{z_1} x, \quad (10)$$

где матрица $C_{z_1} = C_y$.

Рассмотрим вектор контролируемых выходов \bar{z} , определенный следующим образом:

$$\bar{z} = \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \end{bmatrix} \equiv \begin{bmatrix} z \\ u \end{bmatrix}. \quad (11)$$

Объединяя (9), (10) и (11), получаем систему уравнений, описывающую управляемую систему:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + B_{1n}w + B_{2n}u; \\ z_1 &= C_{z_1} x; \\ z_2 &= I_u u; \\ y &= C_y x + I_y n_y. \end{aligned} \quad (12)$$

где I_u - единичная матрица (2×2) .

Рассмотрим расширенный вектор входных возмущений

$$\bar{w} = \begin{bmatrix} w \\ n_y \end{bmatrix}. \quad (13)$$

Система уравнений, описывающих стандартный объект в пространстве состояния для расширенных векторов \bar{z} и \bar{w} , имеет вид

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + B_1 \bar{w} + B_2 u; \\ \bar{z} &= C_1 x + D_{11} \bar{w} + D_{12} u; \\ y &= C_2 x + D_{21} \bar{w} + D_{22} u. \end{aligned} \quad (14)$$

где $B_1 = [B_{1n} \quad 0_{6 \times 2}]$, $B_2 = B_{2n}$, $C_1 = \begin{bmatrix} C_{z1} \\ 0_{2 \times 6} \end{bmatrix}$, $C_2 = C_{z1}$, $D_{11} = [0_{4 \times 5}]$, $D_{12} = \begin{bmatrix} 0_{2 \times 2} \\ I_u \end{bmatrix}$, $D_{21} = [0_{2 \times 3} \quad I_y]$, $D_{22} = [0_{2 \times 2}]$, где $0_{n \times m}$ – нулевые матрицы размерностей $(n \times m)$.

В зависимости от предположений о внешнем возмущении \bar{w} и о критерии качества получаем разные оптимальные задачи теории управления.

Произведем синтез фильтра Калмана в условиях действия микропорывов ветра и возмущений, действующих в цепи измерения, необходимо синтезировать наблюдатель, позволяющий оценить переменные состояния объекта управления на основе данных о случайных внешних возмущениях и ошибках измерений. Фильтр Калмана обеспечивает оптимальное решение такой задачи.

Для системы вида (12) внешние воздействия в канале возмущений и измерений являются “белым гауссовским шумом” БГШ со следующими характеристиками [2,3]:

$$\begin{aligned} E\{w(t)\} &= E\{n_y(t)\} = 0; \\ E\{w(t)w(\tau)^T\} &= Q\delta(t - \tau); \\ E\{n_y(t)n_y(\tau)^T\} &= R\delta(t - \tau); \\ E\{n_y(t)w(\tau)^T\} &= N\delta(t - \tau), \end{aligned} \quad (15)$$

где $E\{w(t)\}$, $E\{n_y(t)\}$ – математическое ожидание шумов $w(t)$ и $n_y(t)$ соответственно, $E\{w(t)w(\tau)^T\}$, $E\{n_y(t)n_y(\tau)^T\}$ – их ковариационные матрицы, $E\{n_y(t)w(\tau)^T\}$ – их корреляционная функция.

Шум цепи измерения $n_y(t)$ поступает в систему через канал $[B_1 \quad D_{21}]^T$ и имеет совместную корреляционную функцию с шумом состояния $w(t)$

$$E\left\{ \begin{bmatrix} w(t) \\ n_y(t) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w(\tau) & n_y(\tau) \end{bmatrix}^T \right\} = \begin{bmatrix} \Xi & N_f \\ N_f^T & \theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_1 \\ D_{21} \end{bmatrix} [B_1 \quad D_{21}]^T \delta(t - \tau), \quad (16)$$

Требуется выполнить синтез наблюдателя для оценивания вектора переменных состояния объекта, который минимизирует установившуюся ошибку оценивания

$$P = \lim_{t \rightarrow \infty} E\{(x - \hat{x})(x - \hat{x})^T\}, \quad (17)$$

где $\hat{x}(t)$ – оценка вектора переменных состояния системы.

Оптимальным решением является фильтр Калмана, описываемый уравнениями

$$\begin{aligned} \dot{\hat{x}} &= A\hat{x} + B_2 u + L(y - C_2 \hat{x} - D_{22} u); \\ \begin{bmatrix} y_v \\ \hat{x} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} C_2 \\ I \end{bmatrix} \hat{x} + B_1 \bar{w} + D_{21} \bar{w}, \end{aligned} \quad (18)$$

где y_v - вектор измеряемых выходов объекта управления, L - матрица коэффициентов обратной связи фильтра Калмана равная

$$L = (\Sigma C_2^T + N_f)\theta^{-1} = (\Sigma C_2^T + B_1 D_{21}^T)(D_{21} D_{21}^T)^{-1}, \quad (19)$$

где $\Sigma = \Sigma^T$ - решение уравнения Риккати вида

$$\Sigma A^T + A \Sigma - (\Sigma C_2^T + N_f)\theta^{-1}(C_2 \Sigma + N_f^T) + \Xi = 0, \quad (20)$$

Синтезируем оптимальный регулятор, с учетом необходимости обеспечить компромисс между минимально возможным отклонением контролируемых выходов (воздушной скорости и высоты) от номинальных значений и ограничениями по мощности управляющих агрегатов (двигателей и рулей высоты). С этой целью в критерий оптимальности вводят величину, характеризующую управление.

Выберем в качестве критерия оптимальности функционал стоимости вида [3,4]

$$\begin{aligned} J_{lqg} &= \lim_{T \rightarrow \infty} E \left\{ \frac{1}{T} \int_0^T \bar{z}^T(t) \bar{z}(t) dt \right\} = \lim_{t \rightarrow \infty} E \left\{ \frac{1}{T} \int_0^T [x^T u^T \begin{bmatrix} Q & N_c \\ N_c^T & R \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ u \end{bmatrix} dt] \right\} = \\ &= \lim_{t \rightarrow \infty} E \left\{ \frac{1}{T} \int_0^T [x^T u^T \begin{bmatrix} C_1^T \\ D_{12}^T \end{bmatrix} [C_1 \quad D_{12}] \begin{bmatrix} x \\ u \end{bmatrix} dt] \right\}, \end{aligned} \quad (21)$$

где $\begin{bmatrix} Q & N_c \\ N_c^T & R \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_1^T \\ D_{12}^T \end{bmatrix} [C_1 \quad D_{12}]$ - матрица интенсивности шумов состояния.

Матрица обратной связи оптимального регулятора равна

$$K = R^{-1}(B_2^T P + N_c^T) = (D_{12}^T D_{12})^{-1}(B_2^T P + D_{12}^T C_1), \quad (22)$$

где $P = P^T$ - решение уравнения Риккати вида

$$A^T P + P A - (P B_2 + N_c) R^{-1} (B_2^T P + N_c^T) + Q = 0, \quad (23)$$

Задача оптимизации состоит в том, чтобы найти совокупность векторов управляющих воздействий, обеспечивающих минимум критерия вида (17):

$$u(t) = -K \hat{x}(t), \quad (24)$$

где $\hat{x}(t)$ - оценка вектора переменных состояния системы, полученная с помощью фильтра Калмана, K - матрица коэффициентов оптимального управления.

Объединяя объект, фильтр Калмана и оптимальный регулятор, получим ЛКГ регулятор, обеспечивающий фильтрацию шумов измерений входных сигналов объекта [2,3].

Уравнения регулятора в пространстве состояния имеют вид

$$\begin{aligned} \dot{\hat{x}} &= (A - LC_2 - (B_2 - LD_{22})K)\hat{x} - Ly_v; \\ u &= -K\hat{x}. \end{aligned} \quad (25)$$

ЛКГ регулятор формирует управление

$$u = -K\hat{x}, \quad (26)$$

Модель микропорыва ветра в форме вихревого кольца. Достаточно полные и наиболее приемлемые с практической точки зрения модели основаны на теории газовой струи, соударяющейся с плоской поверхностью, и модели микропорыва ветра в форме вихревого кольца. Генерируемые профили ветра данной модели позволяют имитировать атмосферные условия, соответствующие некоторым реальным ситуациям.

Согласно этой модели [8] область микропорывов ветра формируется течением вокруг вихревого кольца, расположенного над плоской поверхностью.

Графики вертикальной w_y и горизонтальных составляющих w_x профиля ветра относительно центра вихря в зоне микропорыва ветра на высоте полета 400 м приведены на рис. 2 и 3.

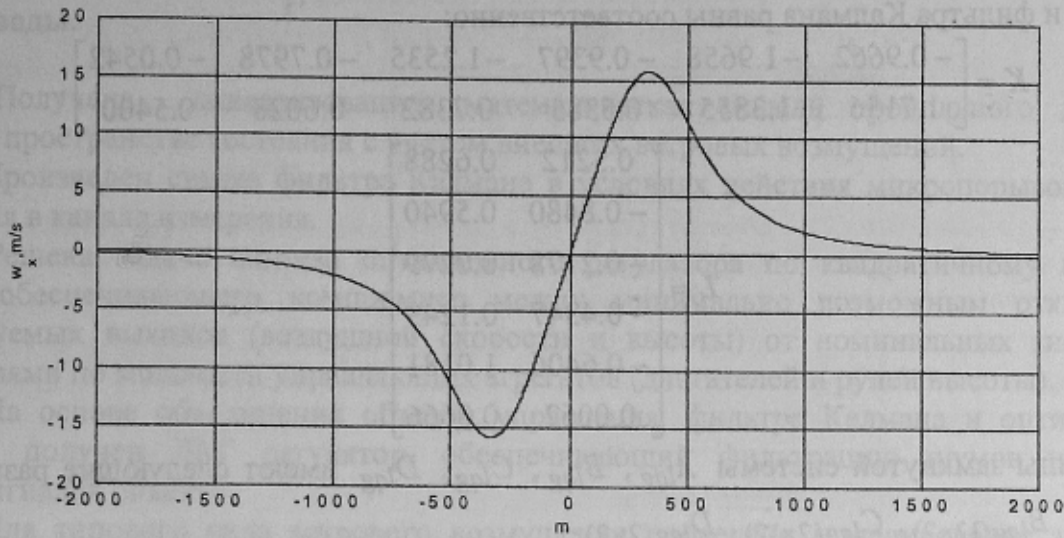


Рисунок 2 – Горизонтальная w_x составляющая профиля ветра

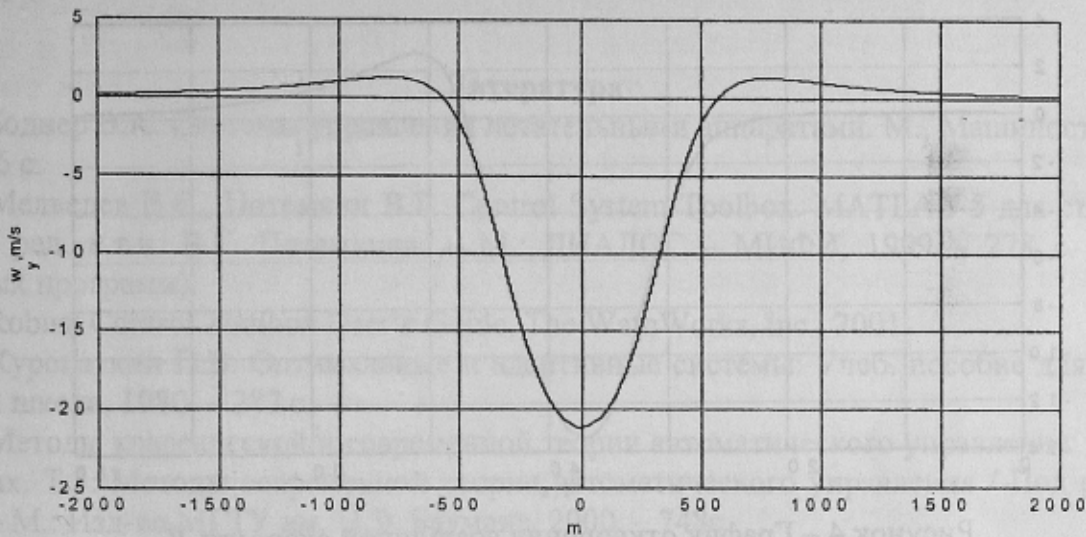


Рисунок 3 – Вертикальная w_y составляющая профиля ветра

Результаты. Рассматривается движение самолета ТУ – 154 по конкретной траектории глиссады [5]. Эта траектория в координатах высоты и дальности представляет собой прямую линию с заданным углом наклона траектории $\theta_{2л}$ ($\theta_{2л} = -2,7$ градуса). Задача системы управления состоит в том, чтобы при движении по глиссаде обеспечить постоянную воздушную скорость $V_0 = 71,375$ м/с и заданную высоту при действии ветровых возмущений (представленных на рис. 2 и 3) Постоянная времени двигателя $T_{дв} = 2,5$ с; $k_{дв} = 2600$ н/град. Коэффициенты равны: $k_{w_z} = 3,5$; $k_g = 4$; $k_{c,y} = -4$.

В результате линеаризации нелинейной системы (1) в точке траектории с параметрами $x_1 = V = 71,375$ м/с, $x_2 = \theta_{2л} = -2,7$ град, $x_3 = \varpi_z = 0$, $x_4 = \vartheta = 0$, $x_5 = h = 400$ м, $x_6 = T = 52540$ н

получена линейная модель объекта управления, соответствующая (12), где матрицы $A_{(6 \times 6)}$, $B_{1n(6 \times 3)}$, $B_{2n(6 \times 2)}$, $C_y(2 \times 6) = C_{z_1}(2 \times 6)$.

Для исследуемого объекта проведен синтез ЛКГ регулятора, матрицы оптимального регулятора и фильтра Калмана равны соответственно:

$$K = \begin{bmatrix} -0.9662 & -1.9658 & -0.9397 & -1.2535 & -0.7978 & -0.0542 \\ 1.7156 & 1.3855 & 0.5385 & 0.7382 & 0.6028 & 0.5400 \end{bmatrix},$$

$$L = \begin{bmatrix} 0.5212 & 0.6288 \\ -0.8480 & 0.5940 \\ -0.2178 & 0.0279 \\ -0.4347 & 0.1249 \\ -0.6406 & 1.0181 \\ 0.0062 & 0.0666 \end{bmatrix}.$$

Матрицы замкнутой системы A_{lqg} , B_{lqg} , C_{lqg} , D_{lqg} имеют следующие размерности $A_{lqg}(12 \times 12)$, $B_{lqg}(12 \times 2)$, $C_{lqg}(2 \times 12)$, $D_{lqg}(2 \times 2)$.

На рис. 4 и 5 представлены отклонения соответственно воздушной скорости V и высоты h от номинального значения.

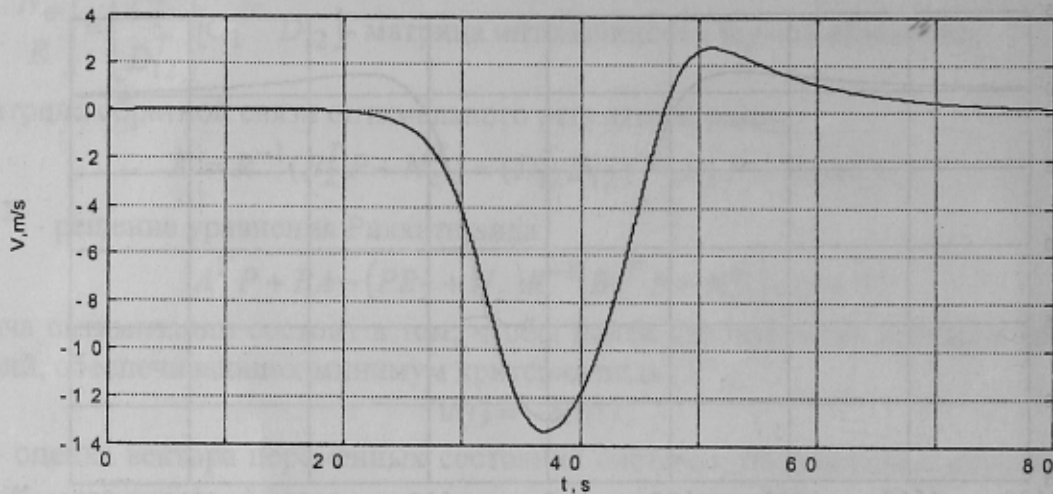


Рисунок 4 – График отклонения воздушной скорости V

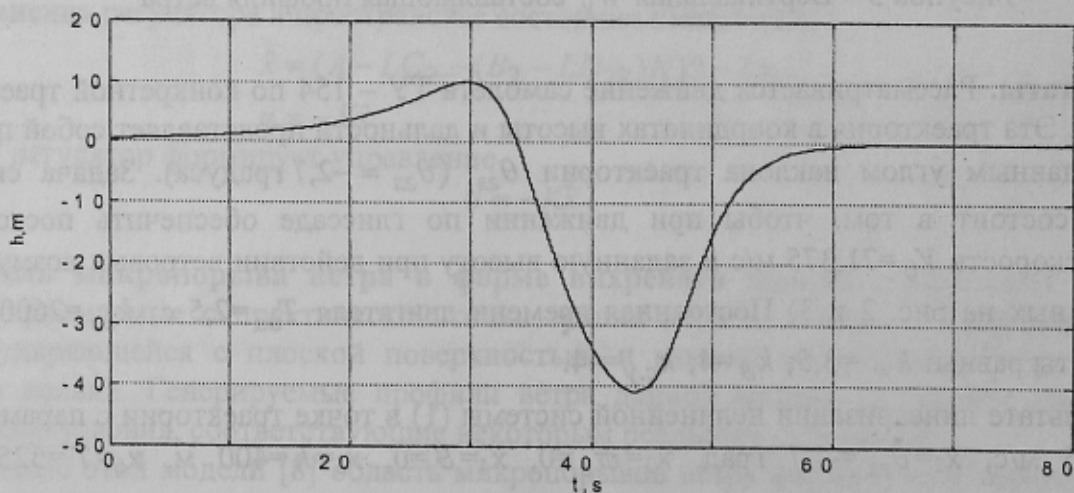


Рисунок 5 – График отклонения высоты h

Из рисунков видно, что максимальное отклонение скорости составляет около 14 м/с, а максимальное отклонение высоты – 41 м.

Выводы.

1. Получена линеаризованная математическая модель продольного движения самолета в пространстве состояния с учетом внешних ветровых возмущений.
2. Произведен синтез фильтра Калмана в условиях действия микропорывов ветра и возмущения в канале измерения.
3. Решена задача синтеза оптимального регулятора по квадратичному критерию качества, обеспечивающего компромисс между минимально возможным отклонением контролируемых выходов (воздушной скорости и высоты) от номинальных значений и ограничениями по мощности управляющих агрегатов (двигателей и рулей высоты).
4. На основе объединения объекта управления, фильтра Калмана и оптимального регулятора получен ЛКГ регулятор, обеспечивающий фильтрацию шумов измерений входных сигналов объекта.
5. Для типового вида ветрового возмущения проведено моделирование замкнутой системы управления с ЛКГ регулятором. Результаты моделирования показывают, что отклонения контролируемых выходов от номинальных значений находятся в допустимых пределах [5].

Литература

1. Боднер В.А. Системы управления летательными аппаратами. М., Машиностроение, 1973. – 506 с.
2. Медведев В.С., Потемкин В.Г. Control System Toolbox. MATLAB 5 для студентов/ Под общ. ред. к.т.н. В.Г. Потемкина. – М.: ДИАЛОГ – МИФИ, 1999 – 278 с. (Пакеты прикладных программ).
3. Robust Control Toolbox User's Guide, The MathWorks, Inc., 2001.
4. Куропаткин П.В. Оптимальные и адаптивные системы: Учеб. пособие для вузов. – М.: Высш. школа, 1980. – 287 с.
5. Методы классической и современной теории автоматического управления: Учебник в 3-х томах. Т.3: Методы современной теории автоматического управления / Под ред. Н.Д. Егупова. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2000. – 748с.
6. Miele A., Wang T., Melvin W. W. Optimization and acceleration guidance of flight trajectories in a wind shear.//J. Guid. Contr. And Dyn. vol. 10. №4, 1987.
7. Miele A., Wang T., Melvin W.W. Gamma guidance scheme for flight in a windshear// J. Guid. Contr. and Dyn., vol. 11. №4, 1998.
8. Ivan M. A Ring Vortex Downburst Model for Flight Simulation // J. Aircraft, vol. 23. №3. March 1986.