

ОПЕРАТИВНЫЙ ПРОГНОЗ ГРАФИКА ЭНЕРГЕТИЧЕСКОЙ НАГРУЗКИ ТЭС

Мокрый Г.В., Сердюк В.А.

Донецкий национальный технический университет, кафедра АСУ

Abstract

Mokry G., Serduk V. *Operational forecasting of a production schedule of a power system.* In the article the analysis of methods of forecasting, with reference to operational forecasting is made. The description of a method of exponential smoothing for operational forecasting of a production schedule of a power system is given.

Основными условиями функционирования энергетической системы, являются показатели активной и реактивной нагрузки. Поэтому главной целью оперативного управления, является выдерживание планового графика нагрузки ТЭС, работающей на данную энергосистему. Формирование плана графика активной нагрузки выполняется плановыми службами ТЭС либо задаётся директивно диспетчерской службой [1]. Учитывая, что имеются сезонное энергопотребление, месячное, а также суточное, возникает необходимость оперативного управления выполнением плана энергетической нагрузки ТЭС в текущий момент времени.

Изменение нагрузки энергосистемы или отдельных узлов рассматривается как случайный нестационарный процесс, характеризующийся дискретной или непрерывной последовательностью значений активной мощности. Только в отдельных случаях изменение нагрузки может рассматриваться как стационарный процесс, но в узком смысле.

Из анализа имеющихся методов прогнозирования, на наш взгляд, целесообразно выделить те, которые удовлетворяют двум основным требованиям:

1. Методы должны быть более приспособлены к корректировке моделей в процессе оперативного прогнозирования, т.е. достаточно адаптивными, что является решающим во многих случаях при оперативном прогнозировании.

2. Имеется хотя бы некоторый опыт апробации метода к задачам прогнозирования параметров режима энергосистемы в оперативных циклах управления.

Рассмотрим следующие методы прогнозирования: метод экспоненциального сглаживания, линейного экстраполирования, адаптивный метод фильтра Калмана, модели авторегрессий и др. Отметим, что надёжного экспериментального материала, на основе которого можно отдать предпочтение тому или иному методу, пока нет. Преимущество некоторых методов определяются в основном временными характеристиками программ и точностью прогнозов. Так адаптивный метод фильтра Кальмана, экспоненциальное сглаживание и метод авторегрессии для одномерных процессов сводится один к другому, и можно найти соответствующие соотношения между дисперсией шума динамики в марковской модели и в модели авторегрессии и в методе экспоненциального сглаживания. Поэтому точность этих методик вряд ли будет сильно отличаться. С точки зрения простоты реализации и времени счёта на первое место следует поставить метод экспоненциального сглаживания, затем – одномерный фильтр Кальмана и, наконец, модели авторегрессии.

По простоте наиболее подходящим методом является метод экспоненциального сглаживания [2,3].

Сущность метода экспоненциального сглаживания заключается в том, что временной ряд сглаживается с помощью взвешенной скользящей средней, в которой веса подчиняются экспоненциальному закону. Взвешенная скользящая средняя с экспоненциально распределенными весами характеризует значение процесса на конце интервала сглаживания, т.е. является средней характеристикой последних уровней ряда. Именно это свойство используется для прогнозирования. Исходя из существующей инерции энергетических процессов, вследствие которой процесс протекает в прогнозируемом периоде примерно в тех

же умовах, що і в аналізируемом періоді, така зважена скользяча середня може бути інструментом для прогнозу.

Графики енергетичної навантаження можна представити в виде временного ряду $y_t (t = 1, 2, \dots, n)$.

Пусть далі цей ряд описується поліномом p -ї ступені:

$$y_t = a_0 + a_1 t + \frac{a_2}{2!} t^2 + \dots + \frac{a_p}{p!} t^p + \varepsilon_t = \sum_{i=0}^p \frac{a_i}{i!} t^i + \varepsilon_t. \quad (1)$$

Требується по даним ряду y_t скласти прогноз на моменти времени $t = n + l$, ($l = 1, 2, \dots, L$) путем зважування наблюдений ряду y_t таким образом, чтобы более последним наблюдениям придавались большие веса, чем более ранним.

Прогноз значень динамічного ряду y_t в момент времени $t = n + l$ строится с помощью отрезков ряду Тейлора:

$$y_{t+l}^* = y_t^{(0)} + l y_t^{(1)} + \frac{l^2}{2!} y_t^{(2)} + \dots + \frac{l^k}{k!} y_t^{(k)} + \dots + \frac{l^p}{p!} y_t^{(p)}, \quad (2)$$

где $y_t^{(k)}$ - k -я производная, взятая в момент t .

Согласно теореме Брауна – Майера [2], любая k -я производная ($k = 0, 1, 2, \dots, p$) уравнения (2) может быть выражена через лінійні комбінації експоненціальних середніх до ($p+1$) - го порядка. Основною цілью експоненціального сглажування при цьому являється використання рекуррентних поправок оценок коефіцієнтів уравнення вида (1).

Експоненціальна середня першого порядку для ряду y_t має вид

$$S_t^{[1]}(y) = \alpha \sum_{i=0}^n (1-\alpha)^i y_{t-i}, \quad (3)$$

де α - параметр сглажування ($0 < \alpha < 1$).

Експоненціальна середня k -го порядку для ряду y_t має вид

$$S_t^{[k]}(y) = \alpha \sum_{i=0}^n (1-\alpha)^i S_{t-i}^{[k-1]}(y). \quad (4)$$

Рекуррентна формула для определення экспоненциальной средней k -го порядка:

$$S_t^{[k]}(y) = \alpha S_t^{[k-1]}(y) + (1-\alpha) S_{t-1}^{[k]}(y), \quad (5)$$

из якої слідує, що нова экспоненциальная середня рівна попередній плюс доля (α) від різниці між новими наблюденнями та попередніми сглаженими значеннями.

Існує рекуррентна формула (5) всі производні в розкладі (2) можуть бути отримані за уравненням:

$$\begin{aligned} S_t^{[1]}(y) &= \alpha y_t + (1-\alpha) S_{t-1}^{[1]}(y); \\ S_t^{[2]}(y) &= \alpha S_t^{[1]}(y) + (1-\alpha) S_{t-1}^{[2]}(y); \\ &\dots \\ S_t^{[k]}(y) &= \alpha S_t^{[k-1]}(y) + (1-\alpha) S_{t-1}^{[k]}(y); \\ &\dots \\ S_t^{[n]}(y) &= \alpha S_t^{[n-1]}(y) + (1-\alpha) S_{t-1}^{[n]}(y) \end{aligned} \quad (6)$$

Проведем аналіз моделей для досягнення заданої точності.

Пусть, наприклад лінійна модель (1) включає в себе тільки перші два члена

$$y_t = a_0 + a_1 t + \varepsilon_t. \quad (7)$$

Выразить коэффициенты уравнения (7) через экспоненциальные средние, можно на основании теоремы Брауна-Майера из системы уравнений, связывающих оценки коэффициентов \hat{a}_0 и \hat{a}_1 с экспоненциальными средними $S_t^{[1]}(y)$ и $S_t^{[2]}(y)$:

$$\begin{aligned} S_t^{[1]}(y) &= \hat{a}_0 + \frac{1-\alpha}{\alpha} \hat{a}_1; \\ S_t^{[2]}(y) &= \hat{a}_0 + \frac{2(1-\alpha)}{\alpha} \hat{a}_1. \end{aligned} \quad (8)$$

Решив систему относительно \hat{a}_0 и \hat{a}_1 получим:

$$\begin{aligned} \hat{a}_0 &= 2S_t^{[1]}(y) - S_t^{[2]}(y); \\ \hat{a}_1 &= \frac{\alpha}{1-\alpha} [S_t^{[1]}(y) - S_t^{[2]}(y)]. \end{aligned} \quad (9)$$

Таким образом, прогноз для случая линейной модели рассчитывается по формуле

$$y_{t+l}^* = \hat{a}_0 + l\hat{a}_1. \quad (10)$$

Ошибка прогноза при этом определяется следующим образом:

$$\sigma_{y_{t+1}^*} = \sigma_{\varepsilon_t} \sqrt{\frac{\alpha}{(2-\alpha)^3} [1 + 4(1-\alpha) + 5(1-\alpha)^2 + 2\alpha(4-3\alpha)l + 2\alpha^2 l^2]}, \quad (11)$$

где σ_{ε_t} - сп. квадратическая ошибка, вычисленная для отклонения от линейного тренда.

$$\sigma_{\varepsilon_t} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (y_i - y_i^*)^2}{n-p-1}} \quad (12)$$

Для квадратичной модели

$$y_t = a_0 + a_1 t + \frac{1}{2} a_2 t^2 + \varepsilon_t, \quad (13)$$

получаем следующую систему из трёх уравнений с тремя неизвестными:

$$\begin{aligned} S_t^{[1]}(y) &= \hat{a}_0 - \frac{1-\alpha}{\alpha} \hat{a}_1 + \frac{(1-\alpha)(2-\alpha)}{2\alpha^2} \hat{a}_2; \\ S_t^{[2]}(y) &= \hat{a}_0 - \frac{2(1-\alpha)}{\alpha} \hat{a}_1 + \frac{(1-\alpha)(3-2\alpha)}{\alpha^2} \hat{a}_2; \\ S_t^{[3]}(y) &= \hat{a}_0 - \frac{3(1-\alpha)}{\alpha} \hat{a}_1 + \frac{3(1-\alpha)(4-3\alpha)}{2\alpha^2} \hat{a}_2. \end{aligned} \quad (14)$$

Откуда

$$\begin{aligned} \hat{a}_0 &= 3[S_t^{[1]}(y) - S_t^{[2]}(y)] + S_t^{[3]}(y); \\ \hat{a}_1 &= \frac{\alpha}{2(1-\alpha)^2} [(6-5\alpha)S_t^{[1]}(y) - 2(5-4\alpha)S_t^{[2]}(y) + (4-3\alpha)S_t^{[3]}(y)]; \\ \hat{a}_2 &= \frac{\alpha}{(1-\alpha)^2} [S_t^{[1]}(y) - 2S_t^{[2]}(y) + S_t^{[3]}(y)]. \end{aligned} \quad (15)$$

Прогноз для квадратичной модели осуществляется по формуле

$$y_{t+l}^* = \hat{a}_0 + l\hat{a}_1 + \frac{1}{2} \hat{a}_2 l^2, \quad (16)$$

ошибка прогноза определяется следующим образом:

$$\sigma_{y_{t+1}^*} = \sigma_{\varepsilon_t} \sqrt{2\alpha + 3\alpha^2 + 3\alpha^2 l^2}. \quad (17)$$

Из формулы (5) видно, что для проведения процедуры сглаживания необходимо задать начальную величину $S_{t-1}^{[k]}(y)$.

Обычно начальные условия определяются из анализа только части временного ряда. Такой подход позволяет значительно сократить объём информации для прогнозирования, так как значения уровней ряда, вследствие небольшой величины соответствующих им весов, исключаются из анализа.

В случае отсутствия предварительных соображений, на основании которых определяются начальные условия, можно воспользоваться специальными формулами, разработанными Р.Г. Брауном. В частности, для линейной модели (7) начальные условия определяются как

$$\begin{aligned} S_{t-1}^{[1]}(y) &= a_0 + \frac{1-\alpha}{\alpha} a_1; \\ S_{t-1}^{[2]}(y) &= a_0 + \frac{2(1-\alpha)}{\alpha} a_1, \end{aligned} \quad (18)$$

а для квадратичной модели (13)

$$\begin{aligned} S_{t-1}^{[1]}(y) &= a_0 - \frac{1-\alpha}{\alpha} a_1 + \frac{(1-\alpha)(2-\alpha)}{2\alpha^2} a_2; \\ S_{t-1}^{[2]}(y) &= a_0 - \frac{2(1-\alpha)}{\alpha} a_1 + \frac{(1-\alpha)(3-2\alpha)}{\alpha^2} a_2; \\ S_{t-1}^{[3]}(y) &= a_0 - \frac{3(1-\alpha)}{\alpha} a_1 + \frac{3(1-\alpha)(4-3\alpha)}{2\alpha^2} a_2; \end{aligned} \quad (19)$$

где $S_{t-1}^{[1]}(y)$, $S_{t-1}^{[2]}(y)$ и $S_{t-1}^{[3]}(y)$ - начальные условия.

Значения коэффициентов a_0 и a_1 в формуле (18) и a_0 , a_1 и a_2 в формуле (19) рекомендуется получать методом наименьших квадратов.

При построении прогнозов с помощью метода экспоненциального сглаживания одной из основных проблем является выбор оптимального значения параметра сглаживания α . При разных значениях α результаты будут различными. Если α близка к единице, то это приводит к учёту при прогнозе в основном лишь последних наблюдений; если близка к нулю, то веса, по которым взвешиваются уровни временного ряда, убывают медленно, т.е. при прогнозе учитываются все (или почти все) прошлые наблюдения.

Вес наблюдения, отстоящего на k периодов от наблюдаемого момента, равен $\alpha(1-\alpha)^k$. Если есть уверенность, что начальные условия достоверны, то следует использовать небольшую величину параметра сглаживания ($\alpha \approx 0$). Когда параметр сглаживания мал, то функцию $S_t(y)$ ведёт себя как средняя из большого числа прошлых уровней. Если нет достаточной уверенности в прогнозировании начальных условий, то тогда следует использовать большую величину α , что приведёт к учёту при прогнозе в основном влияния последних наблюдений. Следует заметить, что небольшие изменения α мало сказываются на результатах прогноза.

Точного метода для выбора оптимальной величины параметра сглаживания α пока нет. В отдельных случаях Браун предлагает определять величину α исходя из длины интервала сглаживания. При этом α вычисляется из формулы:

$$\alpha = \frac{2}{m+1}; \quad (20)$$

где m - число наблюдений, входящих в интервал сглаживания.

Таблица 1 – Суточные данные активной нагрузки Кураховской ТЭС за 01.11.2001-20.11.2001г. (МВт) и прогноз на 21.11.2001г. (МВт)

Часы /дни	1.11.2001	2.11.2001	3.11.2001	4.11.2001	5.11.2001	6.11.2001	7.11.2001	8.11.2001	9.11.2001	10.11.2001	...	20.11.2001	Прогноз квадратичн. моделью	Ошибка прогноза
1	480	485	490	500	500	510	490	510	495	500	...	520	516,1	3,78
2	505	510	520	530	520	530	530	520	540	550	...	540	542,3	4,27
3	500	525	510	530	540	530	530	520	530	540	...	540	543,7	4,54
4	510	530	540	535	545	540	540	545	540	535	...	550	548,8	3,51
5	540	545	550	560	555	545	550	560	565	555	...	560	554,6	2,99
6	565	570	575	580	570	575	570	580	585	580	...	580	578,4	2,92
7	590	590	600	590	595	605	610	600	605	610	...	610	607,3	2,49
8	625	620	615	620	635	630	635	640	635	630	...	640	634,1	2,73
9	635	640	625	630	640	645	635	635	640	630	...	640	636,3	2,87
10	635	640	640	635	640	635	635	640	630	635	...	640	637,1	2,11
11	635	640	640	625	640	620	625	635	630	635	...	635	637,5	3,44
12	635	640	640	635	640	640	630	630	635	635	...	640	638,5	2,33
13	640	640	640	635	635	640	630	630	635	635	...	640	638,7	2,28
14	630	635	640	630	635	635	630	635	630	630	...	635	635,6	2,24
15	630	635	640	635	630	635	630	625	630	635	...	635	631,7	2,82
16	640	635	640	630	635	635	640	640	635	630	...	640	633,3	2,5
17	640	635	640	630	635	635	640	630	640	640	...	640	638,1	2,12
18	650	650	640	650	655	635	650	640	650	650	...	650	647,4	3,3
19	650	660	650	650	660	640	650	640	650	650	...	655	652,5	3,47
20	650	660	650	645	660	650	640	650	645	650	...	650	652,1	3,23
21	640	635	650	640	645	635	640	640	645	640	...	650	647,7	2,63
22	635	630	630	630	645	635	625	640	635	630	...	630	632,3	2,59
23	590	600	610	590	595	590	580	590	585	575	...	575	580,6	4,06
24	585	590	580	585	580	585	575	575	575	575	...	565	565,1	2,04
													567,5	1,47

На основе имеющихся данных за период 01.11.2001-20.11.2001гг. ставится задача спрогнозировать активную нагрузку методом экспоненциального сглаживания на 21.11.2001г. Из за огромного объёма вычислений рассмотрим прогноз 1-го часа на 21.11.2001г.

Для предсказания активной нагрузки 1-го часа на 21.11.2001г. используется значение нагрузки 1-го часа за период 01.11.2001-20.11.2001 гг. приведенные в табл 1.

Воспользуемся квадратичной моделью для описания тренда (13).

Для нахождения коэффициентов a_0 , a_1 и a_2 воспользуемся методом наименьших квадратов.

Тренд этого ряда достаточно хорошо описывается параболой

$$y_t = 482,1491 + 3,1251t - 0,0729t^2. \quad (21)$$

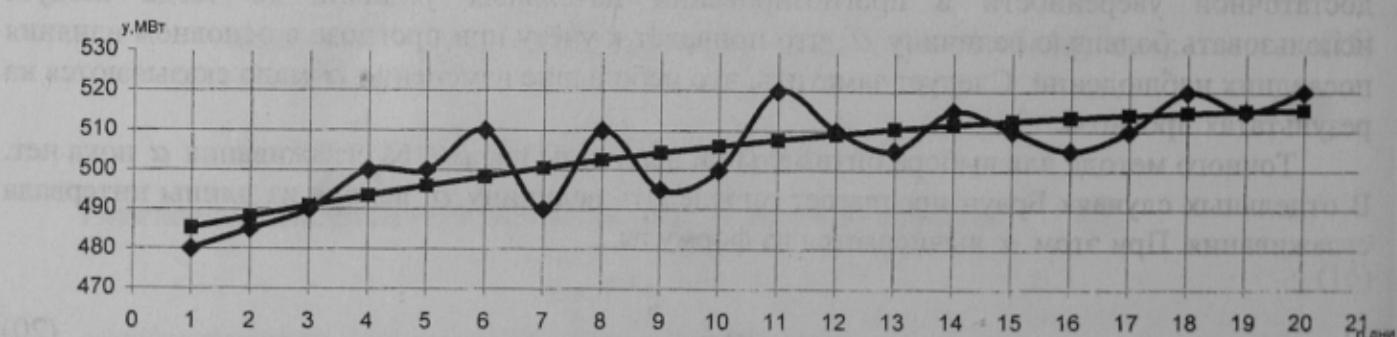


Рисунок 1 – Временной ряд активной мощности и его квадратичный тренд

Таблица 2 – Последовательное построение прогноза по методу экспоненциального сглаживания

Число	y_t	\hat{y}_t	$S_t^{[1]}(y)$	$S_t^{[2]}(y)$	$S_t^{[3]}(y)$	\hat{a}_0	\hat{a}_1	\hat{a}_2	y_t^*	$y_t - y_t^*$
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
1.11.2001	480	485,20	---	---	---	---	---	---	---	---
2.11.2001	485	488,11	442,55	387,68	319,25	483,85	2,84	-0,15	486,62	-1,62
3.11.2001	490	490,87	446,59	393,29	326,30	486,20	2,65	-0,15	488,78	1,22
4.11.2001	500	493,48	450,73	398,76	333,20	489,09	2,53	-0,15	491,55	8,45
5.11.2001	500	495,95	455,42	404,16	339,96	493,74	2,60	-0,14	496,27	3,73
6.11.2001	510	498,27	459,67	409,44	346,58	497,24	2,55	-0,14	499,72	10,28
7.11.2001	490	500,45	464,46	414,68	353,06	502,39	2,68	-0,13	505,00	-15,00
8.11.2001	510	502,48	466,89	419,66	359,41	501,11	2,16	-0,14	503,20	6,80
9.11.2001	495	504,37	471,00	424,55	365,61	504,96	2,19	-0,14	507,09	-12,09
10.11.2001	500	506,11	473,28	429,19	371,66	503,95	1,74	-0,15	505,62	-5,62
11.11.2001	520	507,70	475,83	433,63	377,57	504,16	1,45	-0,15	505,53	14,47
12.11.2001	510	509,15	480,03	438,05	383,33	509,28	1,67	-0,14	510,88	-0,88
13.11.2001	505	510,45	482,89	442,32	388,94	510,65	1,50	-0,14	512,08	-7,08
14.11.2001	515	511,61	484,99	446,38	394,42	510,25	1,18	-0,15	511,35	3,65
15.11.2001	510	512,62	487,85	450,33	399,74	512,30	1,12	-0,14	513,35	-3,35
16.11.2001	505	513,49	489,96	454,11	404,92	512,48	0,89	-0,15	513,30	-8,30
17.11.2001	510	514,20	491,39	457,66	409,94	511,15	0,53	-0,15	511,60	-1,60
18.11.2001	520	514,78	493,17	461,04	414,81	511,18	0,33	-0,16	511,44	8,56
19.11.2001	515	515,21	495,72	464,34	419,53	513,66	0,40	-0,15	513,99	1,01
20.11.2001	520	515,49	497,56	467,51	424,10	514,25	0,28	-0,15	514,45	5,55
21.11.2001	---	---	499,69	470,57	428,52	515,89	0,27	-0,14	516,09	

В гр. 2 табл. 2 представлены фактические значения уровней.

В гр. 3 табл. 2 представлены рассчитанные по формуле (21) значения уровней.

В гр. 10 табл. 2 представлены прогнозные значения.

В качестве интервала сглаживания для расчёта параметра α использовался период с 01.11.2001 по 20.11.2001г. т.е. 20 дней.

$$\alpha = \frac{2}{20+1} = 0,0952; \quad (22)$$

Как видно из формул (15), для определения оценок коэффициентов \hat{a}_0 , \hat{a}_1 , \hat{a}_2 помимо значения α необходимо найти экспоненциальные средние $S_t^{[1]}(y)$, $S_t^{[2]}(y)$ и $S_t^{[3]}(y)$.

Сначала были определены по формуле (19) $S_{t-1}^{[1]}(y) = 438,61$, $S_{t-1}^{[2]}(y) = 381,91$ и $S_{t-1}^{[3]}(y) = 312,05$. Затем были подсчитаны по (6) $S_t^{[1]}(y) = 442,55$, $S_t^{[2]}(y) = 387,68$ и $S_t^{[3]}(y) = 319,25$. После этого найдены $\hat{a}_0 = 483,85$, $\hat{a}_1 = 2,84$, $\hat{a}_2 = -0,15$ и осуществлён прогноз 1-го часа на 21.11.2001г, который равен $y_t^* = 516,09$.

Таблица 3 – Прогноз активной мощности на 21.11.2001г. (1 час)

Число	Прогноз	Ошибка прогноза	Верхняя граница	Нижняя граница
21.11.2001(1 час)	516,09	3,78	519,88	512,31

Аналогичным образом прогнозируется активная мощность на следующие часы данных суток.

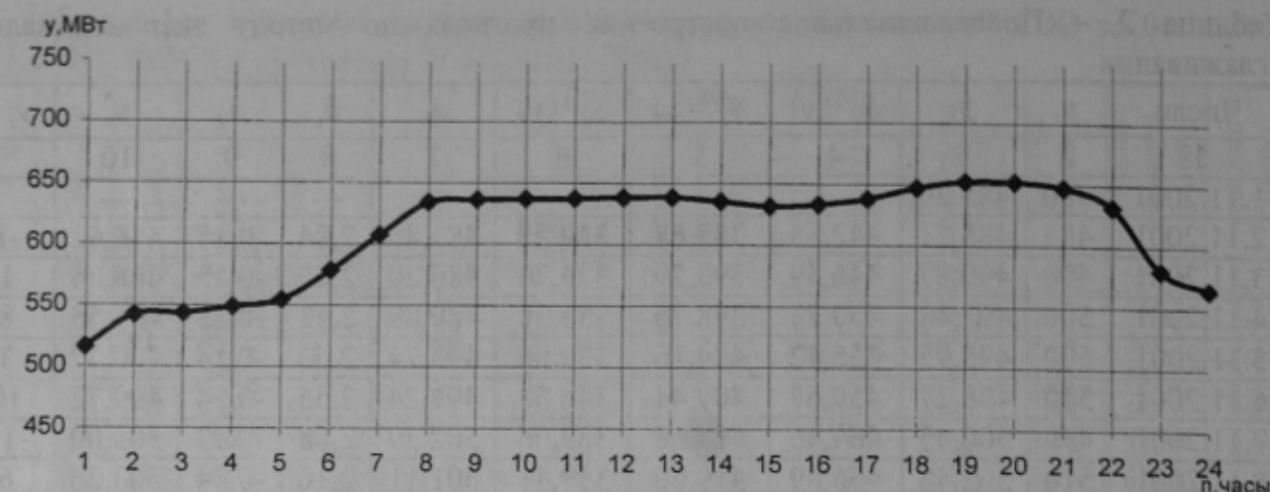


Рисунок 2 – Прогноз активної потужності на 21.11.2001г.

Із сравнення квадратичної і лінійної моделей видно, що лінійна модель ділить більше точний прогноз, це видно з ошибки прогноза. Исходя з того, що ошибка прогноза у лінійної моделі во всіх случаях менше, ніж у квадратичної моделі можна предположити, що для даного случая (20 наблюдений) більше подходить лінійна модель.

Експериментально було установлено, що квадратична модель показує точніший прогноз і меншу ошибку, ніж лінійна при аналізі временных рядов з кількістю наблюдень більше 50.

Предложенный в данной работе метод экспоненциального сглаживания разработан для анализа временных рядов, состоящих из большого числа наблюдений, при увеличении числа наблюдений точность прогноза должна возрастать. При анализе коротких временных рядов (10-15 наблюдений) метод не «срабатывает», так как часто не «успевает» отразить изменения при быстрых темпах роста. Если явление протекает в одних и тех же условиях, то точность прогноза определяется величиной периода предыстории явления (базисного периода) и длительности прогнозируемого периода. Количественно это влияние можно оценить по имеющемуся ряду динамики, если одну часть рассматривать как предысторию, а вторую – как прогнозируемую. Получив прогнозируемую функцию по базисному периоду, по второй части ряда можно оценить реальные ошибки прогноза. Изменяя число элементов рядов предыстории и прогноза, получим зависимость точности прогноза от периода предыстории и величины прогнозируемого периода.

Література

1. Информационное обеспечение диспетчерского управления в электроэнергетике Алимов Ю.И., Гамм А.З., Ополева Г.Н. И др. – Новосибирск: Наука, 1985.
2. Бокс Дж., Дженкінс Г. Анализ временных рядов. Прогноз и управление. (Пер. С англ.) Под ред. В. Ф. Писаренко. - М: Мир, 1974.- 406 с.
3. Чуев Ю. В., Михайлов Ю. Б., Кузьмин В. И. Прогнозирование количественных характеристик процессов. - М: Советское радио, 1975.-398 с.
4. Гурский С.К. Адаптивное прогнозирование временных рядов в электроэнергетике. - Мин.: Наука и техника, 1983.-271 с.
5. Кильдишев Г.С., Френкель А.А. Анализ временных рядов и прогнозирование. - М: Статистика, 1973.-103 с.