ТОЧНОСТЬ В УСТАНОВИВШИХСЯ РЕЖИМАХ СИСТЕМ ФАЗОВОЙ АВТОПОДСТРОЙКИ С ЭКСТРАПОЛИРУЮЩИМ КОРРЕКТИРУЮЩИМ УСТРОЙСТВОМ

Стеклов В.К., Беркман Л.Н., Охтень О.И.
Киевский институт связи ОНАС им. О.С. Попова,
факультет информационных сетей связи
E-mail: c_a_c@mail.ru

Abstract
Steklov V., Berkman L., Ochten O. Fidelity in the established modes of auto tuning systems with an extrapolating correcting device. *There is investigated accuracy of the characteristic of systems of auto tuning (PAT) with extrapolation by adjusting devices (EAD) in the established modes at slow changes of specifying influence. The accuracy is defined (determined) on the basis of a method of factors of a mistake.*

Системы ФАП используются в связи, управления, радиолокации для идентификации (согласования) фаз переменных напряжений одинаковой частоты. В частности, системы ФАП используются для устранения фазовых набегов в усилителях [1], при демодуляции фазомодулированных сигналов [2], в технике регулирования в магнитной замеси [3,4], в системах тактовой синхронизации [5] и в других системах [6]

Основными показателями качества систем фазовой автоподстройки являются точность в усилившихся решениях и быстродействия. Для повышения точности используют различные способы: комбинированное управление, дифференциальные связи включения ЭКУ.

В настоящей работе решается задача повышения точности системы ФАП с помощью ЭКУ.

Точность в установившемся динамическом режиме является одним из основных показателей качества характеризующих систему ФАП. Основным методом определения динамической ошибки системы ФАП с ЭКУ, так же как и непрерывной системы ФАП, является метод, использующий коэффициенты ошибок.

Рассчитывать динамическую ошибку при помощи коэффициентов ошибок можно двумя способами. При первом способе, как и в непрерывных системах, ошибка как функция времени разлагается в ряд по производным входного сигнала, взятым в дискретные моменты времени $t = iT$. При втором способе производится разложение в ряд по разностям задающего воздействия.

Согласно теореме о конечном значении оригинала [3], установившееся значение ошибки системы ФАП с ЭКУ равно

$$\lim_{n\to\infty}\{\Delta\varphi(nT)\} = \lim_{Z\to 1}\left\{\frac{z-1}{z}\Delta\varphi^*(z,m)\right\}, \quad (1)$$

где $\Delta\varphi^*(z,m)$ – модифицированное z - преобразование ошибки системы ФАП.

$$\Delta\varphi^*(z,m) = \left[1 - \Phi^*(z,m)\right] \cdot \alpha(z). \quad (2)$$

где $1-\Phi^*(z,m)=W_{\Delta\varphi}(z,m)$ – дискретная передаточная функция относительно ошибки $\Phi^*(z,m)$ – дискретная передаточная функция замкнутой системы ФАП с ЭКУ.

$$\Delta\varphi_{уст.}=\lim_{z\to 1}\left\{\frac{z-1}{z}\left[1-\Phi^*(z,m)\right]\cdot\alpha(z)\right\},\quad 0\le m\le 1 \tag{3}$$

В общем случае, задающее воздействие $\alpha(t)$ может быть записано в виде степенного полинома.

$$\alpha(t)=\alpha_0+\alpha_1 t+\alpha_2 t^2+\ldots+\alpha_n t^n, \tag{4}$$

соответствующее z - преобразование которого определится выражением:

$$\alpha(z)=\frac{\alpha_0\cdot z}{z-1}+\frac{\alpha_1 Tz}{(z-1)^2}+\frac{\alpha_2 T^2 z(z-1)}{2(z-1)^3}+\ldots+\ldots\frac{\alpha_n T^n z}{(z-1)^{n+1}}\cdot D_n(z), \tag{5}$$

где

$$D_n(z)=a_1 z^{n-1}+a_2 z^{n-2}+\ldots+a_n/n!$$

Выражение для ошибки системы ФАП при задающем воздействии, имеющем n производных (разностей), найдем, если подставим $W_{\Delta\varphi}(z,m)$ и значение $\alpha(z)$ из (5) в выражение (3).

$$\Delta\varphi_{уст.}=\lim_{z\to 1}\left\{\left[1-\Phi^*(z,m)\right]\left[\begin{array}{l}\dfrac{\alpha_0 z}{z^{-1}}+\dfrac{\alpha_1 z}{(z-1)^2}+\dfrac{\alpha_2 T^2 z(z-1)}{2(z-1)^3}+\ldots\\ +\ldots+\dfrac{\alpha_n T^n z}{(z-1)^{n-1}}\end{array}\right]\frac{z^{-1}}{z}\right\}. \tag{6}$$

Рассмотрим точностные характеристики систем ФАП с ЭКУ, структурная схема которой приведена на рис.1,а. Как показано, передаточная функция такой системы имеет вид:

$$\Phi(z,m)=W_3(z)=\beta(z)/\alpha(z)=\frac{A\alpha(z)\cdot\alpha(z)+AHD(z)}{1+AH(z)D(z)}. \tag{7}$$

Передаточная функция системы ФАП с ЭКУ относительно ошибки равна

$$W_{\Delta\varphi}(z)=1-W_3(z)=\Delta\varphi(z)/\alpha(z)=\frac{1-A\alpha(z)/\alpha(z)}{1+AH(z)D(z)}. \tag{8}$$

Определим z - преобразование при учете (8), если

$$\left.A(s)=\frac{W_p(s)}{1+W_p(s)}=\frac{k}{k+s};\ \alpha(z)=\frac{Tz}{(z-1)^2};\ D(z)=\frac{z}{z-1}.\right\} \tag{9}$$

Тогда

$$\begin{gathered}A\alpha(z)=Z\left[\frac{k}{(k+s)s^2}\right]=\frac{Tz}{(z-1)^2}-\frac{(1-d)\cdot z}{k(z-1)(z-d)};\\ AH(z)=Z\left[\frac{k}{k+s}\cdot\frac{1-e^{-s\tau}}{s}\right]=\frac{1-d}{z-d},\end{gathered} \tag{10}$$

где $d = e^{-k\tau}$.

Подставив соответствующие значения (9), (10) в (8), получим

$$W_{\Delta\varphi}(z) = \frac{(z-1)^2(1-d)}{kT[(z-1)(z-d)+z(1-d)]}. \tag{11}$$

Таким образом, для данного типового задающего воздействия, изменяющегося с постоянной скоростью, и астатизма первого порядка корректируемой системы ФАП, порядок астатизма системы ФАП с ЭКУ повышается на единицу, т.е. такая система имеет нулевую ошибку при данном типовом задающем воздействии.

Выражение, характеризующее точность системы ФАП в момент паузы, определим из передаточной функции относительно ошибки при использовании модифицированного z-преобразования.

$$\begin{aligned} W_{\Delta\varphi}(z_1 m) &= 1 - W_3(z_1 m) = 1 - A\alpha(z_1 m)/\alpha(z) - \\ &- AH(z_1 m)/\left\{1 - H(z)\cdot z^{-1}[1 - W_3(z)]\right\}, \end{aligned} \tag{12}$$

где

$$\left.\begin{aligned} A\alpha(z_1 m) &= \left[\frac{T}{(z-1)^2} + \frac{mT - \frac{1}{k}}{z-1} + \frac{e^{-km\tau}}{k\left(z - e^{-k\tau}\right)}\right]; \\ AH(z_1 m) &= \frac{z-1}{z}\left[\frac{1}{z-1} - \frac{e^{-km\tau}}{z - e^{-k\tau}}\right]. \end{aligned}\right\} \tag{13}$$

Подставив соответствующее значение (13) в уравнение (12) и произведя преобразования, получим передаточную функцию системы ФАП относительно ошибки

$$W_{\Delta\varphi}(z_1 m) = (z-1)^2 \cdot N(z_1 m), \tag{14}$$

где $N(z_1 m)$ - функция, не содержащая в качестве сомножителя член $(z-1)$.

Известно уравнение экстраполирующего устройства имеет вид

$$u(s) = \Delta\varphi(s) + H(s)\cdot u^*(s), \tag{15}$$

где $$u^*(s) = \frac{1}{1 - z^{-1}}\Delta\varphi^*(s).$$

Дискретная передаточная функция звена, связывающая u и $\Delta\varphi$

$$W_{u\Delta\varphi}(z) = z/(z-1). \tag{16}$$

Структурную схему рис.1,а можно преобразовать к виду, приведенному на рис.1,б, при этом если $D^*(s) = 1/\left(e^{s\tau} - 1\right)$, тогда передаточная функция будет иметь вид аналогичный выражению (16).

На основании изложенного двухканальную структурную схему систему ФАП рис.1,а можно представить в виде импульсной эквивалентной одноканальной структурной схемы, приведенной на рис.1,б

где

$$D(z) = \frac{z}{z-1}; \quad H(s) = \frac{1 - e^{-s\tau}}{s}.$$

Передаточная функция замкнутой эквивалентной импульсной системы равна

$$W_3(z)=\frac{D(z)HW_p(z)}{1+HW_p(z)D(z)}. \tag{17}$$

С учетом (17) передаточная функция эквивалентной системы относительно ошибки имеет вид

$$W_{\Delta\varphi}(z)=1-\frac{D(z)HW_p(z)}{1+HW_p(z)D(z)}=\frac{1}{1+HW_p(z)D(z)}. \tag{18}$$

Определим соответствующее z -преобразование, если $W_p(s)=k/s$. Тогда

$$HW_p(z)=z\left\{\frac{1-e^{-s\tau}}{s}\cdot\frac{k}{s}\right\}=\frac{kT}{z-1}. \tag{19}$$

Подставим соответствующие значения (16), (19) в (18), получим

$$W_{\Delta\varphi}(z)=\frac{(z-1)^2}{(z-1)^2+kTz}. \tag{20}$$

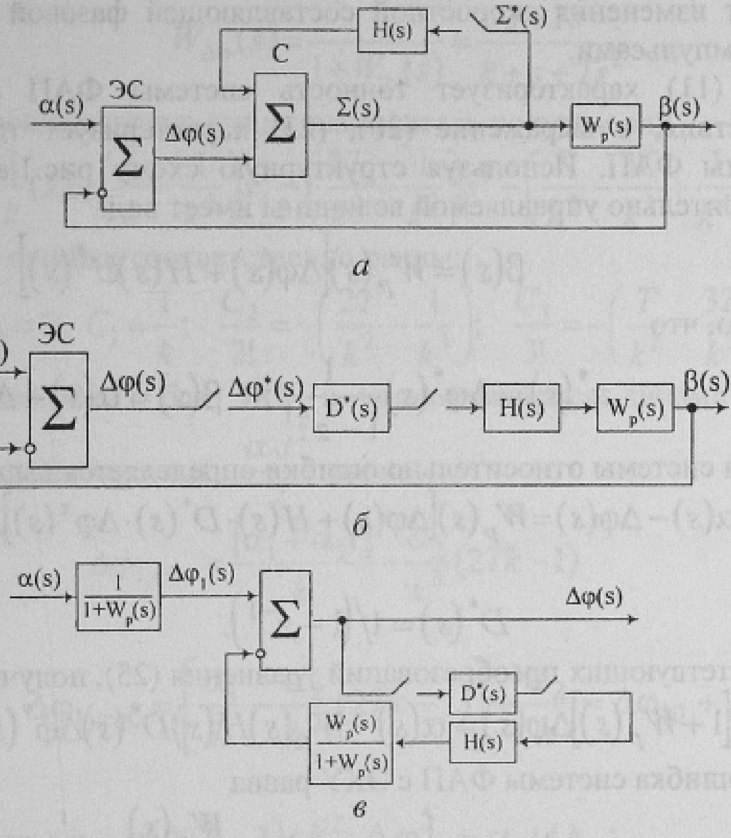

Рис.1. Структурные схемы системы ФАП с ЭКУ: а – исходная; б – преобразованная; в – эквивалентная

Полученное выражение характеризует точность системы ФАП с ЭКУ вне зависимости от вида входного воздействия, т.е. порядок астатизма эквивалентной импульсной системы ФАП повышается на единицу при различных видах медленно меняющихся задающих воздействий с ограниченным числом существенных производных. Полученную структурную схему можно использовать для определения точностных характеристик системы с двумя экстраполирующими каналами; при этом

$$H(s)=\frac{1+Ts}{T}\left(\frac{1-e^{-s\tau}}{s}\right)^2. \tag{21}$$

Тогда

$$HW_p(z)=Z\left\{\frac{1+Ts}{Ts^2}\left(1-e^{-s\tau}\right)^2\cdot\frac{k}{s}\right\}=\frac{kT(3z-1)}{2z(z-1)}. \tag{22}$$

Подставив соответствующие значения в выражения (22) в формулу (18), получим

$$W_{\Delta\varphi}(z)=1-\frac{\frac{z}{z-1}\cdot\frac{kT(3z-1)}{2(z-1)z}}{1+\frac{z}{z-1}\cdot\frac{kT(3z-1)}{2(z-1)\cdot z}}=(z-1)^2\frac{2}{2(z-1)^2+kT(3z-1)}. \tag{23}$$

Из полученного выражения (23) видно, что как в системе ФАП с одним экстраполирующим каналом, так и в системе ФАП с двумя экстраполирующими каналами порядок астатизма системы увеличивается на единицу, при этом второй экстраполирующий канал корректирует изменения скоростной составляющей фазовой ошибки в промежутке между тактовыми импульсами.

Выражение (11) характеризует точность системы ФАП с ЭКУ для типового задающего воздействия, а выражение (20), (23) характеризует точность эквивалентной импульсной системы ФАП. Используя структурную схему рис.1,а, уравнение движения системы ФАП относительно управляемой величины имеет вид:

$$\beta(s)=W_p(s)\left[\Delta\varphi(s)+H(s)U^*(s)\right]. \tag{24}$$

С учетом того, что

$$u^*(s)=\Delta\varphi^*(s)\frac{1}{1-z^{-1}};\quad \beta(s)=\alpha(s)-\Delta\varphi(s).$$

уравнение движения системы относительно ошибки определяется выражением

$$\alpha(s)-\Delta\varphi(s)=W_p(s)\left[\Delta\varphi(s)+H(s)\cdot D^*(s)\cdot\Delta\varphi^x(s)\right], \tag{25}$$

где

$$D^*(s)=1/\left(1-z^{-1}\right).$$

После соответствующих преобразований уравнения (25), получим:

$$\left[1+W_p(s)\right]\Delta\varphi(s)=\alpha(s)-W_p(s)H(s)D^*(s)\Delta\varphi^*(s). \tag{26}$$

Из выражения (26) ошибка системы ФАП с ЭКУ равна

$$\Delta\varphi(s)=\frac{1}{1+W_p(s)}\alpha(s)-\frac{W_p(s)}{1+W_p(s)}H(s)D(s)\Delta\varphi^*(s). \tag{27}$$

Используя выражение (27), составлена расчетная структурная схема системы ФАП с ЭКУ относительно ошибки, приведенная на рис.1,в.

Из выражения (27) следует, что формула

$$\Delta\varphi^*(s)=W_{\Delta\varphi}(s)\alpha^*(s)-AH^*(s)D^*(s)\Delta\varphi^*(s), \tag{28}$$

где

$$W_{\Delta\varphi}(s)=\frac{1}{1+W_p(s)};\ A(s)=\frac{W_p(s)}{1+W_p(s)};$$

Преобразовав уравнение (28) получим:

$$\Delta\varphi^*(s)\left[1+AH^*(s)D^*(s)\right]=\Delta\varphi_1{}^*(s), \tag{29}$$

где $$\Delta\varphi_1^*(s)=W_{\Delta\varphi}(s)\alpha^*(s).$$

Из уравнения (29) получим дискретную передаточную функцию относительно фазовой ошибки импульсной части системы ФАП

$$W_{\Delta\varphi\Delta\varphi_1}(z)=\frac{\Delta\varphi(z)}{\Delta\varphi_1(z)}=\frac{1}{1+AH(z)D(z)}. \tag{30}$$

Используя выражения (27) и (30), можно вычислить ошибку системы ФАП с ЭКУ. Так, например, если передаточная функция разомкнутой корректируемой системы ФАП имеет вид

$$W_p(s)=\frac{k}{(Ts+1)s}, \tag{31}$$

то передаточная функция системы ФАП по ошибке равна

$$W_{\Delta\varphi}(s)=\frac{1}{1+W_p(s)}=\frac{s+Ts^2}{k+s+Ts^2}. \tag{32}$$

Почленным делением числителя на знаменатель получим ряд

$$W_{\Delta\varphi}(s)=\frac{1}{k}(s)+\left(\frac{T}{k}-\frac{1}{k^2}\right)s^2-\left(\frac{2T}{k^2}-\frac{1}{k^3}\right)s^3-\left(\frac{T}{k^2}-\frac{3T}{k^3}+\frac{1}{k^4}\right)s^4, \tag{33}$$

откуда коэффициенты ошибки соответственно равны:

$$C_0=0;\ C_1=\frac{1}{k};\ \ \frac{C_2}{2!}=-\left(\frac{2T}{k^2}-\frac{1}{k^3}\right);\ \ \frac{C_3}{3!}=-\left(\frac{T}{k^2}-\frac{3T}{k^3}\frac{1}{k^4}\right). \tag{34}$$

Ошибка системы ФАП без ЭКУ в установившемся динамическом режиме при входном воздействии $\alpha(t)=\alpha_0+\alpha_1 t+\frac{\alpha_2 t^2}{2}$ равна

$$\Delta\varphi_{1уст.}=\frac{[\alpha_1+\alpha_2 t]}{k}-\frac{\alpha_2}{k^3}(2Tk-1)$$

или

$$\Delta\varphi_{1уст.}=\left[\frac{\alpha_1}{k}-\frac{\alpha_2}{k^2}(2Tk-1)\right]+\frac{\alpha_2}{k}=\Delta\varphi_{10}+\Delta\varphi_{10}^*t, \tag{35}$$

где $$\Delta\varphi_{10}=\alpha_1/k-\alpha(2Tk-1)/k^2;\Delta\varphi_{10}^*=\alpha_2 t/k.$$

Коэффициенты ошибки импульсной части системы ФАП определим, используя выражения (30). С учетом выражения (31) получаем

$$A(s)=\frac{W_p(s)}{1+W_p(s)}=\frac{kв}{(s+q)(s+r)}, \tag{36}$$

где

$$q=\frac{в}{2}-\sqrt{\frac{в^2}{4}-4kв};\ \ r=\frac{в}{2}+\sqrt{\frac{в^2}{4}-4kв};\ \ в=\frac{1}{T};$$

Тогда

$$AH(z)=Z\left\{\frac{k\text{в}}{(s+q)(s+r)}\cdot\frac{1-e^{-s\tau}}{s}\right\}=\frac{k\text{в}}{qr(q-r)z\left(z-e^{-q\tau}\right)\left(z-e^{-r\tau}\right)}\cdot \tag{37}$$

$$\cdot(q-r)\left(z-e^{-q\tau}\right)\left(z-e^{-r\tau}\right)+rz(z-1)\left(z-e^{-r\tau}\right)-qz(z-1)\left(z-e^{-q\tau}\right);$$

$$W_{\Delta\varphi_1\Delta\varphi}(z)=\frac{1}{1+AH(z)\cdot D(z)}=\frac{1}{m}(z-1)\cdot qr(q-r)\left(z-e^{-q\tau}\right)\left(z-e^{-r\tau}\right), \tag{38}$$

где

$$m=(z-1)\left(z-e^{-q\tau}\right)\left(z-e^{-r\tau}\right)\cdot qr(q-r)+k\text{в}(q-r)\left(z-e^{-q\tau}\right)\left(z-e^{-r\tau}\right)+$$

$$+k\text{в}rz(z-1)\left(z-e^{-r\tau}\right)-k\text{в}qz(z-1)\left(z-e^{-q\tau}\right).$$

Так как $W_{\Delta\varphi_1\Delta\varphi}(z)$ имеет нуль при $z=1$, то первый коэффициент $C_0=0$.

Пользуясь импульсным преобразованием, формулу (38) можно переписать в виде:

$$W_{\Delta\varphi_1\Delta\varphi}(s)=R^*(s)\left(e^{-s\tau}-1\right), \tag{39}$$

где

$$\left.\begin{aligned}
&R^*(s)=\frac{1}{n}qr(q-r)\left(e^{s\tau}-e^{-q\tau}\right)\left(e^{s\tau}-e^{-r\tau}\right);\\
&n=\left(e^{s\tau}-1\right)\left(e^{s\tau}-e^{-q\tau}\right)\left(e^{s\tau}-e^{-r\tau}\right)\cdot qr(q-r)+k\text{в}(q-r)\left(e^{s\tau}-e^{-q\tau}\right)\cdot\left(e^{s\tau}-e^{-r\tau}\right)+\\
&+k\text{вв}\cdot e^{s\tau}\left(e^{s\tau}-1\right)\left(e^{s\tau}-e^{-r\tau}\right)-k\text{вв}\cdot e^{s\tau}\left(e^{s\tau}-1\right)\left(e^{s\tau}-e^{-q\tau}\right).
\end{aligned}\right\} \tag{40}$$

Определим коэффициенты ошибки импульсной части системы:

$$\left.\begin{aligned}
&C_0=\lim_{s\to 0}W^*_{\Delta\varphi_1\Delta\varphi}(s)=0;\\
&\frac{dW^*_{\Delta\varphi_1\Delta\varphi}(s)}{ds}\Big|_{s=0}=\left[R^*(s)Te^{s\tau}+R^{*\prime}(s)\left(e^{s\tau}-1\right)\right]_{s=0}=TR^*(0)=C;
\end{aligned}\right\} \tag{41}$$

Из выражения (40) определим $R^*(s)|_{s=0}$.

$$R^*(0)=qr/k\text{в};$$

Тогда

$$C=\frac{qr\cdot T}{k\text{в}}=N_1\cdot\frac{1}{k};\qquad N_1=\frac{qr}{k\text{в}}; \tag{42}$$

Для определения коэффициента C_2 имеем

$$\frac{d^2W^2_{\Delta\varphi_1\Delta\varphi}(s)}{ds^2}\Big|_{s=0}=T\left[TR^*(0)+R^{*\prime}(0)\right]=C_2.$$

Взяв производную от выражения (40) при $s=0$, получим

$$R^*(0)=k\textit{в}q^2Tr\left(1-e^{-q\tau}\right)-q^2r^2T\left(1-e^{-q\tau}\right)\left(1-e^{-r\tau}\right)-$$
$$-\frac{k\textit{в}Tqr(q-r)\left(1-e^{-q\tau}\right)-qk\textit{в}r^2T\left(1-e^{-r\tau}\right)}{k^2\textit{в}^2(q-r)\left(1-e^{-q\tau}\right)\left(1-e^{-r\tau}\right)}=N_2;$$

Тогда

$$C_2=T\left[N_1\frac{1}{k}+N_2\right]. \tag{43}$$

Используя выражение (35), (41), (42) и (43), определим ошибку системы ФАП с ЭКУ

$$\Delta\varphi(t)=C_0\Delta\varphi_1(t)+C_1\frac{d\Delta\varphi_1(t)}{dt}+\frac{C_2}{2!}\frac{d^2\Delta\varphi_1(t)}{dt^2}+\ldots, \tag{44}$$

где

$$\frac{d\Delta\varphi_1(t)}{dt}=\Delta\varphi_{10}^*;\qquad \frac{d^2\Delta\varphi_2(t)}{dt^2}=0. \tag{45}$$

Подставляя полученные выражения (41), (42), (43) и (45) в (44), получим

$$\Delta\varphi_{\textit{уст.}}(t)=N_1\frac{1}{k}\varphi_{10}^*=const \tag{46}$$

Таким образом, при задающем воздействии $\alpha(t)=\alpha_0+\alpha_1 t+\dfrac{\alpha_2 t}{2}$, ошибка системы ФАП с ЭКУ в установившемся режиме с ЭКУ будет изменяться по закону (46), т.е. порядок астатизма системы ФАП с ЭКУ увеличивается на единицу.

Литература

1. Автоматическая подстройка фазового набега /Под ред. М.В. Капранова - М.: Сов радио, 1972 - 175 с.
2. Гинсбург В.В., Каяцкас А.А. Теория синхронизации демодуляторов. – М.: Связь, 1974 – 216с.
3. Зайцев Г.Ф., Стеклов В.К. Радиотехнические системы автоматического управления высокой точности. - К.: Техника. 1988 - 208 с.
4. Зайцев Г.Ф., Стеклов В.К., Юрасов В.С. Автоматическое регулирование в магнитной записи. - К.: Техника, 1979 - 168 с.
5. Скляренко С.Н. и др. Системы фазовой синхронизации. - К.: Техника, 1994 - 160 с.
6. Системы фазовой автоподстройки с элементами дискретизации// В.В. Шахгильдян, А.А. Ляховкин, В.Л. Карякин и др. Под ред. В.В. Шахгильдяна – М.: Связь, 1979 – 224с.