КЕРУВАННЯ ЯКІСТЮ РІЧКОВОЇ ВОДИ З УРАХУВАННЯМ ВАГОМОСТІ ДЖЕРЕЛ ЗАБРУДНЕННЯ ДЛЯ РЕГІОНУ ЗА УМОВ АВАРІЙНОГО ЗАБРУДНЕННЯ РІЧКИ

Мокін В.Б., Вінницький державний технічний університет

Річки здавна виконують роль приймачів стічних вод. Як правило, на джерелах забруднення (підприємств, ферм тощо) встановлюють очисні споруди, котрі очищають стічні води до нормативного стану. Відомо, що якщо N джерел забруднення скидають до річки однотипні забруднення, тоді їх "пайові" внески визначаються умовою [1, 2]:

$$\sum_{i=1}^{N} \frac{U_i}{X^*} \leq 1, \quad U_i = u_i \cdot q_i, \quad X^* = x^* \cdot Q^*. \tag{1}$$

де U_i $(i = 1, ..., N)$ — обсяг забруднення, який дозволено скидати i-ому джерелі забруднення — добуток значення концентрації речовини u_i в стічних водах на витрати цих вод q_i; X^* — задана якість води в річці — добуток гранично допустимої концентрації (ГДК) речовини x^* на витрати води Q^*.

Врахуємо в (1) те, що джерела забруднення скидають стічні води в різні створи річки, а також ненульове фонове забруднення води X_0 та дію процесів самоочищення річки на ці стічні води:

$$\frac{X_0 M(0)}{X^*} + \sum_{i=1}^{N} \frac{U_i M(i)}{X^*} \leq 1, \tag{2}$$

де X_0 — якість води в початковому (нульовому) створі ділянки річці, яка аналізується, — добуток концентрації речовини x_0 на витрати води Q_0; $M(i)$ — математична модель, що визначає який відсоток забруднення стічних вод, скинутих в i-ому створі, дійшов до створу, в якому перевіряється виконання умови (2) [3].

За умов аварійного забруднення річки і суттєвого збільшення X_0 визначені раніше квоти U_i вже не забезпечують виконання умови (2) — постає задача їх перевизначення, причому зупиняти роботу джерел забруднення не можна, оскільки це може викликати нове аварійне забруднення. Більше того, слід враховувати вагу w_i i-го джерела забруднення для регіону в цілому, оскільки, наприклад, одна справа обмежити міський молокозавод, інша справа — єдиний в Україні завод по випуску аспірину та ін.

Отже, керувати якістю річкової води будемо через керування якістю та витратами стічних вод відповідних джерел, що спричиняють забруднення цієї води. Більше того, будемо вважати, що власні очисні можливості джерел забруднення, спрямовані на зменшення u_i вичерпані повністю, отже, змінними керування є витрати стічних вод q_i. В якості критерію оптимальності пропонується лінійний критерій, який має за мету забезпечити скид якнайбільшого обсягу забруднень до річки, яке не спричинить її наднормативне забруднення:

$$J_L = \sum_{i=1}^{N} q_i . \quad (3)$$

Поставимо задачу: “Знайти такі оптимальні витрати стічних вод q_i джерел забруднення, які забезпечують максимум критерію (3) та задовольняють обмеженню (2) з урахуванням вагомості w_i цих джерел в даному еколого-економічному регіоні”.

Співвідношення для розв’язання задачі зручно сформулювати у вигляді теореми.

Теорема. Оптимальними витратами стічних вод q_i ($i = 1, 2, ..., N$) джерел забруднення, які забезпечують максимум критерію (3) та задовольняють обмеженню (2) з урахуванням вагомості w_i цих джерел забруднення в заданому еколого-економічному регіоні, є такі:

$$q_i = \alpha w_i q_i^*, \ (i = 1, 2, ..., N), \quad (4)$$

$$\alpha = \frac{\widetilde{b}}{\sum_{i=1}^{N} \widetilde{\beta}_i w_i q_i^*} = \frac{\left(x^* - x_0 M(0)\right) \cdot Q_0}{\left(u_i M(i) - x^*\right) \sum_{i=1}^{N} w_i q_i^*} . \quad (5)$$

Доведення:

Покажемо, що поставлена задача може бути зведена до вже розв’язаної автором в роботі [4]. В тій роботі задача формулюється так: «Знайти такі невід’ємні значення змінних qi (i = 1, 2, ..., N), які задовольнили б системі N лінійних обмежень та співвідношень

$$\frac{q_1}{q_1^*} = \frac{q_i}{q_i^*}, \quad i = \overline{2, N}, \; \sum_{i=1}^{N} q_i \le a, \tag{6}$$

з урахуванням обмежень фізичного характеру у вигляді нерівностей

$$0 \le q_i \le q_i^*, \quad 0 \le a \le \sum_{i=1}^{N} q_i^* \tag{7}$$

і, в той же час, забезпечили б максимум лінійному критерію оптимізації (3).”

В цій задачі управління здійснюється таким чином, що усім джерелам забруднення надаються рівні можливості, тобто вони можуть скидати однаковий відсоток від власних потреб q_i^*.

В роботі [4] доведено, що розв’язком задачі є такий оптимальний закон управління:

$$q_i = \frac{a q_i^*}{\sum_{j=1}^{N} q_j^*}. \tag{8}$$

За реальних умов застосування закону управління (8) зустрічається з проблемою — оскільки невідомими є витрати стічних вод q_i, не можна заздалегідь вказати значення

$$X^* = x^*(Q_0 + q_1 + q_2 + \ldots + q_N) = x^* Q^*. \tag{9}$$

Для розв'язання цієї проблеми автором було запропоновано шукати який відсоток α потреб джерел забруднення на скид стічних вод q_i^* може забезпечити виконання умови (2). Підставивши $U_i = u_i q_i = u_i \alpha q_i^*$ в (2) можна записати

$$\alpha \sum_{i=1}^{N} u_i q_i^* M(i) \le X^* - X_0 M(0). \tag{10}$$

Зрозуміло, що максимум критерію (3) забезпечується в разі, якщо ліва частина нерівності (10) (сумарний скид стічних вод) дорівнює правій (квота на скид стічних вод). З урахуванням цього, підставляючи (9) в (10), отримуємо [4]

$$\alpha = \frac{\left(x^* - x_0 M(0)\right) \cdot Q_0}{\sum_{i=1}^{N} u_i q_i^* M(i) - x^* \sum_{i=1}^{N} q_i^*}. \qquad (11)$$

Для доведення справедливості співвідношень (4), (5) врахуємо у (10) вагу джерел забруднення, від якої залежить який відсоток від власних потреб q_i^* їм дозволяється скидати:

$$\alpha \sum_{i=1}^{N} u_i w_i q_i^* M(i) \le X^* - X_0 M(0) \qquad (12)$$

або

$$\alpha \sum_{i=1}^{N} \beta_i q_i^* \le b, \qquad (13)$$

де $\beta_i = w_i u_i M(i), \quad b = X^* - X_0 M(0)$.

Врахувавши вже згаданий факт того, що величина X^* є добутком концентрації x^* на витрати води в N-ому створі Q^*, а ці витрати, в свою чергу, є сумою витрат річкової води в нульовому створі Q_0 та усіх витрат $q_1, \ldots, q_N$, котрі є невідомими, запишемо:

$$b = x^* \left(Q_0 + \alpha \sum_{i=1}^{N} w_i q_i^* \right) - x_0 Q_0 M(0) =$$

$$= \left(x^* - x_0 M(0)\right) Q_0 + x^* \alpha \sum_{i=1}^{N} w_i q_i^*.$$

Другий доданок переносимо в ліву частину нерівності (13):

$$\alpha \sum_{i=1}^{N} u_i w_i q_i^* M(i) - x^* \alpha \sum_{i=1}^{N} w_i q_i^* \le \left(x^* - x_0 M(0)\right) Q_0.$$

Приводимо подібні:

$$\alpha \sum_{i=1}^{N} \widetilde{\beta}_i w_i q_i^* \le \widetilde{b}, \qquad (14)$$

$$\widetilde{\beta}_i = u_i M(i) - x^*, \quad \widetilde{b} = \left(x^* - x_0 M(0)\right) Q_0,$$

звідки легко вивести співвідношення (5). Теорема доведена.

Легко бачити, що умови теореми повністю відповідають поставленій у цій роботі задачі, але отриманий розв'язок є коректним тільки в математичному плані. Нескладна перевірка доводить, що за певних умов (особливо, коли один з вагових коефіцієнтів дорівнює 0,7–0,95) розв'язок (4), (5) забезпечує такі значення q_i, для яких не виконуються умови (7), що мають фізичний сенс. Зокрема, має місце перевищення значеннями q_i максимально можливих витрат джерел забруднення q_i^*.

Якщо піти по простому шляху — в разі, коли $q_i > q_i^*$, призначати $q_i = q_i^*$, тоді обмеження (7) будуть виконуватись, але отримані значення q_i не будуть забезпечувати максимум критерію (3). Треба змінити вираз (5) таким чином, щоб невикористана частина квоти j-го джерела забруднення, для якого зафіксовано $q_j = q_j^*$, розподілялася б між рештою джерел забруднення. Для цього перепишемо (5) у вигляді

$$\alpha\left(u_i M(i) - x^*\right) \sum_{i=1, i\neq j}^{N} w_i q_i^* + \left(u_j M(j) - x^*\right) q_j^* = \left(x^* - x_0 M(0)\right) Q_0,$$

$$\alpha\left(u_i M(i) - x^*\right) \sum_{i=1, i\neq j}^{N} w_i q_i^* = \left(x^* - x_0 M(0)\right) Q_0 + \left(x^* - u_j M(j)\right) q_j^*. \quad (15)$$

Із (15) отримуємо

$$\alpha = \frac{\left(x^* - x_0 M(0)\right) Q_0 + \left(x^* - u_j M(j)\right) q_j^*}{\left(u_i M(i) - x^*\right) \sum_{i=1, i\neq j}^{N} w_i q_i^*}. \quad (16)$$

Таким чином в теоремі замість виразу (5) слід використовувати вираз (16). Якщо ж і після використання виразу (16) замість (5) знову для деякого джерела забруднення не будуть виконуватись умови (7), тоді процес перерахунку слід повторити.

Отже, пропонується такий алгоритм розв'язання поставленої задачі (рис. 1):

Прокоментуємо алгоритм, зображений на рис. 1:

1. За теоремою знаходяться оптимальні значення q_i $(i = \overline{1, N})$.

2. Здійснюється порівняння значень q_i з відповідними q_i^* $(i = 1, 2, ..., N)$: якщо всі умови (7) виконуються, тоді задача вважається розв'язаною — здійснюється перехід до пункту 5 цього алгоритму; в протилежному випадку — до наступного пункту.

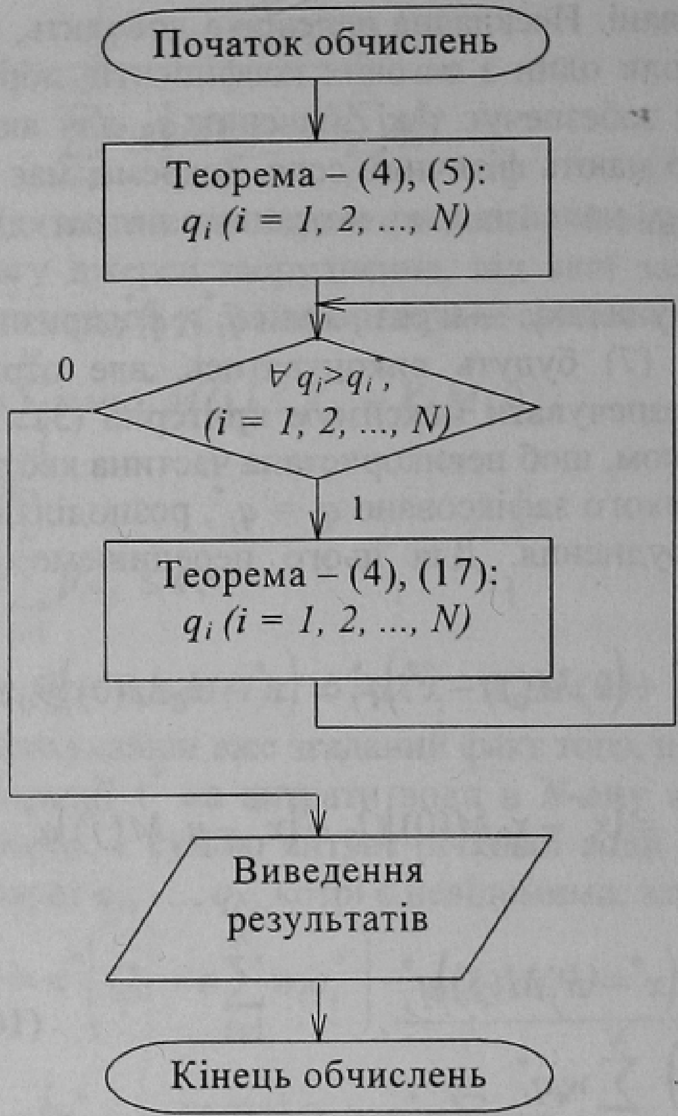

Рисунок 1. Алгоритм розв'язання задачі

3. Для усіх K джерел забруднення ($j \in \Theta_A$), для яких $q_j > q_j^*$ призначається $q_j = q_j^*$. Для $(N\text{-}K)$ інших витрат q_i ($i \in \Theta_B$; $\Theta_B \cup \Theta_A = \Theta$ — множина усіх N джерел забруднення) розрахунки проводяться за формулою (4), в якій

$$\alpha = \frac{\left(x^* - x_0 M(0)\right)Q_0 + \sum\limits_{j \in \Theta_A}\left(x^* - u_j M(j)\right)q_j^*}{\left(u_i M(i) - x^*\right)\sum\limits_{i \in \Theta_B} w_i q_i^*}. \qquad (17)$$

4. Перехід до пункту 2 алгоритму.

5. Виведення результатів розрахунку.

Проілюструємо роботу алгоритму на чисельних прикладах.

Нехай на ділянці річки, що розглядається, є $N = 3$ джерела забруднених стічних вод, які скидають однотипні забруднення, на відстані, відповідно, $z_1 = 1$ км, $z_2 = 5$ км та $z_3 = 8$ км від початкового створу ділянки. Процеси самоочищення в річці описуються моделлю у вигляді:

$$M(i) = 1 - 0{,}8 \cdot e^{-0{,}1 z_i}.$$

Має місце аварійна ситуація — в початковому створі ділянки річки витрати вод и збільшились до $Q_0 = 250$ м^3/с, а концентрація певної хімічної речовини перестала бути нульовою: $x_0 = 5$ мг/л.

Для наочності прикладів нехай стічні води усіх трьох джерел забруднення (скорочено "ДЗ") мають однакову концентрацію цієї ж хімічної речовини: $u_1 = u_2 = u_3 = 10$ мг/л. Приклади значень усіх вхідних та вихідних величин приведено в табл. 1, 2. Зокрема, в табл. 1 проілюстровано випадок, коли одне джерело забруднення має суттєво більшу вагу 0,7, друге — малу 0,25, а третє — дуже малу 0,05. А в табл. 2 — випадок, коли одне джерело забруднення має дещо більшу вагу 0,4, а два інших — меншу, але однакову 0,3.

Розроблене математичне та алгоритмічне забезпечення реалізовано в ліцензійному середовищі Delphi 5.0 спільно зі студентом Вінницького державного технічного університету Катасоновим А. І. в пакеті програм «ЕкоКерування».

Таблиця 1

Приклади розрахунку нових ГДС за умов аварійного забруднення річки для джерел забруднення, вага яких сильно відрізняється

Величини		ДЗ № 1	ДЗ № 3	ДЗ № 3
1		2	3	4
вага w_i, один.		0,05	0,70	0,25
витрати q_i^*, м^3/с		12	40	75
1		2	3	4
№	x^*, мг/л	нові ГДС на витрати q_i, м^3/с		
1	3,2	0,262	12,24	8,197
2	3,8	1,818	40,0	56,797
3	3,93	1,594	40,0	75,0

Таблиця 2

Приклади розрахунку нових ГДС за умов аварійного забруднення річки для джерелі забруднення майже однієї ваги

Величини		ДЗ № 1	ДЗ № 3	ДЗ № 3
вага w_i, один.		0,4	0,3	0,3
витрати q_i^*, м^3/с		12	40	75
№	x^*, мг/л	нові ГДС на витрати q_i, м^3/с		
1	3,2	2,570	6,425	12,047
2	3,8	12,0	34,088	63,915

Висновки

Вибираючи вагові коефіцієнти w_i так, щоб сума їх дорівнювала одиниці, та застосовуючи запропонований ітераційний алгоритм розв'язання задачі, можна визначити нові нормативи ГДС для стічних вод, сумарний вплив яких не призведе до перевищення нормативу на якість річкових вод. Комп'ютерна програмна реалізація цього алгоритму дозволяє легко розв'язувати поставлену задачу на практиці.

Список джерел

1. Економіка і екологія водних ресурсів Дніпра: Посібник / В.Я. Шевчук, М.В. Гусєв, О.О. Мазуркевич та ін.; За ред. В. Я. Шевчука. — К.: Вища шк., 1996. — 207 с.

2. Мокін В. Б. Синтез оптимальної системи управління скидами стічних вод у річку в разі її аварійного забруднення // Вісник ВПІ. — Вінниця: ВДТУ, 2002. — № 2. — С. 36–41.

3. Мокін В.Б., Мокін Б.І. Математичні моделі та програми для оцінювання якості річкових вод. — Вінниця: УНІВЕРСУМ-Вінниця, 2000.— 152 с.

4. Розробка моделей та законів управління якістю річкової води. Розробка інструментальних програмних засобів реалізації законів управління якістю річкової води: Звіт про НДР / Б.І. Мокін, В.Б. Мокін / Винниц. гос. техн. ун-т. — 84-Д-227; № ДР 0202U004181.— К., 2002.— 52 с.