

ОБРОБКА ІНФОРМАЦІЇ ПРО ВІДМОВИ ТЕХНІЧНИХ ВИРОБІВ НА ОСНОВІ ПОЛІНОМІАЛЬНИХ СПЛАЙНІВ

Байбуз О.Г., Приставка П.О.

Дніпропетровський національний університет

При ймовірнісній обробці даних про відмови будь-якої технічної системи за всяк час ставлять за мету проведення оцінки функції щільності розподілу, функції розподілу ймовірностей відмов та функції інтенсивності відмов. Інакше зазначену задачу можна сформулювати наступним чином. Нехай задано ймовірнісний простір $\langle \Omega, F, P \rangle$ відмов технічної системи, введено випадкову величину – функцію $\tau(\omega)$, яка відбиває $\Omega \rightarrow \mathbb{R}$. За даними вибірки $\Omega_n = T = \{t_j, j = \overline{0, n-1}\}$, де t_j – момент часу, коли відбулась відмова j -го виробу, необхідно відтворити неперервну функцію розподілу ймовірностей відмов $F(t) = P\{\omega: -\infty < \tau(\omega) < t\}$, відповідну їй функцію щільності $f(t) = dF(t)/dt$, оцінити щільність ймовірності відмови в момент часу t , при умові безвідмовної роботи системи до цього моменту, а саме: оцінити функцію інтенсивності $\lambda(t) = P\{(t < \tau(\omega) < t + \Delta t) | (\tau(\omega) > t)\} / \Delta t = f(t) / (1 - F(t))$, де $\Delta t \rightarrow 0$; $1 - F(t)$ – функція часу безвідмовної роботи виробу (ФЧБР). Окремий інтерес може викликати задача оцінки квантилів розподілу відмов – знаходження значень t_α з множини реалізацій випадкової величини $\tau(\omega)$, що відповідає наперед заданій ймовірності $\alpha = F^{-1}(t_\alpha)$.

Якщо позначити через Δ_n^k розбиття дійсної вісі точками $t_i = ih$, $i \in \square$ для непарних k та $t_{i+0,5} = (i+1/2)h$, $i \in \square$ якщо k – парне, тоді неперервно-диференційована функція $S(t) \in C^k[\mathbb{R}]$ задана на всій числовій вісі, називається сплайном k -го порядку мінімального дефекту, якщо на кожному з проміжків $l_{i+0,5} = (ih, (i+1)h)$, $i \in \square$ для непарних k та $l_i = ((i-1/2)h, (i+1/2)h)$, $i \in \square$ для k – парних вона співпадає з алгебраїчним багаточленом ступені не вище k . На сучасному етапі розвитку інформаційних технологій ефективно реалізують сплайн-функції з мінімальним носієм, так звані B -сплайни. Сплайн $B_{k,h}(t)$ з

носієм $d_0 = (-(k+1/2)h, (k+1/2)h)$, такий, що $\int_{-\infty}^{\infty} B_{k,h}(t)dt = \int_{d_0} B_{k,h}(t)dt = h$ називають B -сплайном порядку k . Якщо $B_{0,h}(t) = \begin{cases} 1, & |t| < h/2, \\ 0, & |t| \geq h/2, \end{cases}$ то сплайн $B_{k,h}(t)$ визначають за допомогою рекурентного співвідношення $B_{k,h}(t) = \frac{1}{h} \int_{t-h/2}^{t+h/2} B_{k-1,h}(t)dt, k=1,2,\dots$

У подальшому поставимо собі за мету шукати наближення неперервних функцій $f(t) \in C^2, \lambda(t) \in C^2, F(t) \in C^3, t \in [0, t_{\max}]$, де t_{\max} – максимальний час відмови виробу, за використанням лінійних комбінацій B -сплайнів, а саме апарату локальних поліноміальних сплайнів близьких до інтерполяційних у середньому на основі B -сплайнів другого та третього порядків [1]. Як відомо зазначені сплайни введені для відтворення функцій заданих їх усередненими значеннями на елементах рівномірного розбиття вісі реалізації аргументу. Для нашого випадку маємо наступне. Нехай за масивом спостережень $T = \{t_j, j = \overline{0, n-1}\}, n \geq 7$, побудовано варіаційний ряд, розбитий на класи, а саме: зафіксовано рівномірне розбиття вісі спостережень Δ_h на класи точками $(i-1)h$, де h – крок розбиття, який обчислюється за формулою: $h = t_{\max}/r; r$ – кількість варіант; $i = \overline{0, r-1}$. Для варіаційного ряду, розбитого на класи, обчислені варіанти $t_i = (i-1)h + h/2, i = \overline{0, r-1}$, а також відповідні їм масиви частот, емпіричних випадковостей, емпірична функція розподілу, та масив емпіричної інтенсивності:

$$n_i, f_i = n_i/n, Fn_i, \lambda_i = n_i/(n - N_{i-1})h, i = \overline{0, r-1}, \tag{1}$$

де $N_{i-1} = \sum_{l=0}^{i-1} n_l$.

Слід зазначити, що $\bar{f}_i = \frac{1}{h} \int_{t_i-h/2}^{t_i+h/2} f(t)dt$ - усереднене значення функції $f(t)$ на i -му елементі розбиття Δ_h і є вірними рівності $f_i = P\{t_i - h/2 \leq \tau(\omega) < t_i + h/2\} = \bar{f}_i h$ і $Fn_i = P\{\tau(\omega) < t_i + h/2\} = \sum_{g=0}^i f_g$.

Саме тому, в контексті поданої постановки задачі, використання локальних поліноміальних сплайнів близьких до інтерполяційних у середньому основі B -сплайнів для відтворення функцій $f(t) \in C^2$, $\lambda(t) \in C^2$, $F(t) \in C^3$ $t \in [0, t_{\max}]$ за масивами (1) є цілком припустимим. Тоді наближення функції $f(t) \in C^2$ у вигляді локального сплайну набуває вигляду [2]:

$$S_{2,0}(p, t) = \sum_{i \in Z} p_i B_{2,h}(t - ih), \quad (2)$$

де

$$B_{2,h}(t) = \begin{cases} 0, & |t| \geq 3h/2, \\ (3+2t/h)^2/8, & t \in [-3h/2, -h/2], \\ 3/4 - (2t/h)^2/4, & t \in [-h/2, h/2], \\ (3-2t/h)^2/8, & t \in [h/2, 3h/2], \end{cases}$$

або у розгорнутому вигляді:

$$S_{2,0}(p, t) = \frac{1}{8} \left((p_{i-1} + 6p_i + p_{i+1}) + (-2p_{i-1} + 2p_{i+1})y + (p_{i-1} - 2p_i + p_{i+1})y^2 \right), \quad (3)$$

де $p_i = f_i/h$; $y = \frac{2}{h}(t - t_i) - 1$, $|y| \leq 1$; $i = \left[\frac{t}{h} \right]$; $t \in [0, t_{\max}]$.

У якості невизначених у ході експерименту значень f_{-1} , f_r , цілком достатньо узяти величини $f_{-1} = f_0$, $f_r = f_{r-1}$.

Для відтворення функції $F(t) \in C^3$ розподілу ймовірності відмов виберемо локальний поліноміальний сплайн близький до інтерполяційного в середньому на основі B -сплайну третього порядку:

$$S_{3,0}(p, t) = \sum_{i \in Z} p_i B_{3,h}(t - ih), \quad (4)$$

де

$$B_{3,h}(t) = \frac{1}{48} \begin{cases} 0, & |t| \geq 2h, \\ (4+2t/h)^3, & t \in [-2h, -h], \\ -3(2t/h)^3 - 12(2t/h)^2 + 32, & t \in [-h, 0], \\ 3(2t/h)^3 - 12(2t/h)^2 + 32, & t \in [0, h], \\ (4-2t/h)^3, & t \in [h, 2h], \end{cases}$$

або у розгорнутому вигляді:

$$S_{3,0}(p, t) = \frac{1}{48} (-p_{i-1} + 3p_i - 3p_{i+1} + p_{i+2})y^3 + \frac{1}{16} (p_{i-1} - p_i - p_{i+1} + p_{i+2})y^2 +,$$

$$+\frac{1}{16}(-p_{i-1}-5p_i+5p_{i+1}+p_{i+2})y+\frac{1}{48}(p_{i-1}+23p_i+23p_{i+1}+p_{i+2}), \quad (5)$$

$$\text{де } p_i = Fn_i; \quad y = \frac{2}{h}(t-t_i)-1, |y| \leq 1; \quad i = \left[\frac{t}{h} \right]; \quad t \in [0, t_{\max}].$$

У якості невизначених у ході експерименту значень F_{n-1}, F_r, F_{r+1} , достатньо узяти величини $F_{n-1} = 0, F_{n_r} = 1, F_{n_{r+1}} = 1$.

Доведено [1,2], що сплайни (2), (4) мають високі апроксимаційні властивості. Адекватність застосування зазначених сплайнів при відтворенні законів розподілу реалізацій випадкових величин показано в роботі авторів [3]. Простота реалізації в програмних середовищах автоматизованої обробки даних забезпечує швидкодію та ефективність обчислювальної схеми з використанням сплайнів (2), (4).

Якщо виникає необхідність проведення інтервального оцінювання відтвореної за використанням поліноміального сплайну функції розподілу шляхом призначення довірчого інтервалу, можна скористатись результатом реалізації критерію згоди Колмогорова. В цьому разі нижня $F_{\alpha}(t)$ та верхня $F_{\alpha}(t)$ межа для $\forall t \in [0, t_{\max}]$ визначаються із співвідношення

$$F_{\alpha}(t) = F(t) \mp D_{n\alpha},$$

де $D_{n\alpha} = z_{\alpha}/\sqrt{n}$, z_{α} - критичне значення статистики Колмогорова, що визначається за значенням α (якщо $\alpha = 0,05$, то $z_{\alpha} = 1,36$, $\alpha = 0,3$, то $z_{\alpha} = 0,97$).

Для знаходження квантилів t_{α} функції розподілу відмов можна застосувати наступну процедуру [3]. Для заданої ймовірності α квантиль знаходиться за таким ітераційним алгоритмом:

- 1) покладемо $t^* = \frac{t_{\min} + t_{\max}}{2}$, де $[t_{\min}, t_{\max}]$ - інтервал, на якому відшукується значення квантиля;
- 2) обчислюється $S_{3,0}(p, t^*)$ за виразом (5);
- 3) якщо $|S_{3,0}(p, t^*) - \alpha| < \varepsilon$, де ε - задана точність, то процес завершується, і в якості шуканого квантиля обирається значення t^* , в супротивному разі - переходимо на крок 4);

4) якщо $S_{3,0}(p, t^*) > \alpha$, то значення t_{\max} замінюється на t^* , тобто далі обирається інтервал $[t_{\min}, t^*]$, інакше проводиться заміна t_{\min} на t^* , тобто далі розглядається інтервал $[t^*, t_{\max}]$ і переходимо на крок 1).

Визначення квантилів ФЧБР виробу не викликає ускладнень.

Оцінка функції $\lambda(t) \in C^2$ за використанням сплайну (2) також не є проблемою, достатньо у виразі (3) покласти $p_i = \lambda_i$, $\lambda_{-1} = \lambda_0$, $\lambda_r = \lambda_{r-1}$. Проте, така оцінка має суттєвий недолік через те, що значення λ_i , особливо на правому “хвості” розподілу відмов, одержуються з досить суттєвою похибкою за рахунок того, що величина $n - N_{i-1}$ прямує до нуля. Тому більш адекватним буде отримання наближення значення $\lambda(t)$ в будь-якій точці $t \in [0, t_{\max}]$ у вигляді

$$\lambda(t) = \frac{S_{2,0}(p, t)}{1 - S_{3,0}(p, t)}, \quad (6)$$

де $S_{2,0}(p, t)$, $S_{3,0}(p, t)$ - відповідні оцінки функцій $f(t)$, $F(t)$.

Нарешті, маємо звернути увагу ще на одну проблему. Особливість інформації про відмови високонадійних технічних виробів, зокрема авіаційних систем, складається в тому, що обсяг даних n за всяк час обмежений ($20 \leq n \leq 40$ - у загальноприйнятому розумінні “обмежений обсяг” і $n \leq 20$ - у багатьох реальних задачах). У зв'язку з цим виникає задача опрацювання даних обмеженого обсягу яка знайшла своє рішення у цілій низці методів, деякі з них вже вважаються класичними: методи прямокутних внесків, зменшення невизначеності, апіорно-емпіричних функцій, тощо. В роботі авторів [4] проведено дослідження та показано адекватність підходу для поповнення даних за використанням локальних сплайнів сутність якого в наступному. Нехай задано масив спостережень $T = \{t_j, j = \overline{0, n-1}\}$, $n \geq 7$. Припустимо, що кожне з t_j є значенням деякої параметричної функції $t(v) \in C^2$, взяте з рівномірним цілочисельним кроком h , кратним величині яка визначає у скільки разів ми маємо намір збільшувати кількість початкових даних. Якщо знайти неперервне наближення функції $t(v)$ у вигляді локального сплайну на основі B -сплайну другого порядку, то за рахунок його аналітичного вигляду,

можна одержати будь-яку кількість елементів, що імітують статистичні властивості вихідного масиву T . Саме тому маємо:

$$S_{2,0}(t, v) = \sum_{j \in Z} t_j B_{2,h}(v - jh), \quad (7)$$

або у розгорнутому вигляді:

$$S_{2,0}(t, v) = \frac{1}{8} \left((t_{j-1} + 6t_j + t_{j+1}) + (-2t_{j-1} + 2t_{j+1})y + (t_{j-1} - 2t_j + t_{j+1})y^2 \right), \quad (8)$$

де $y = \frac{2}{h}(v - jh)$, $|y| \leq 1$, $j = \overline{0, n-1}$.

У випадку h -кратного збільшення кількості даних достатньо взяти h значень змінної y на кожному j -му проміжку рівномірного розбиття:

$$y_g = -1 + \frac{2}{h} \cdot \sum_{k=0}^g k, \quad g = \overline{0, h-1}.$$

У якості невизначених у ході експерименту значень t_{-1} , t_n , достатньо брати величини $t_{-1} = t_0$, $t_n = t_{n-1}$.

Зауваження. Показано [4], що для статистичної обробки, пов'язаної з розв'язанням задач знаходження характеристик масиву та оцінки функції розподілу ймовірностей, кращі результати "розмиття" вихідного масиву можна отримати після попереднього його сортування.

Розроблена інформаційна технологія обробки даних обмеженого обсягу та оцінки функції інтенсивності відмов була застосована для аналізу бортових систем літака ІЛ-62. Дані про відмови було отримано у Державному науково-дослідному інституті цивільної авіації Росії. Аналіз даних про відмови вказує на їхню обмеженість за обсягом у багатьох випадках, що потребує проведення "розмиття". Для цього було використано описаний алгоритм, оснований на локальному поліноміальному сплайні другого порядку вигляду (8). За результатами "розмиття" даних про відмови курсової системи та пульта управління САУ-ІТ відтворено функцію щільності (рис.1,4) та функцію розподілу (рис.2,5) напрацювання до відмови вказаних авіаційних систем. Одним з основних показників надійності є функція інтенсивності відмов. На рис.3,6 зображено функції інтенсивності авіаційних систем трьох типів: 1) функція інтенсивності за емпіричними даними; 2) функція інтенсивності на основі

згладжування емпіричної інтенсивності за допомогою S_{20} ; 3) функція інтенсивності отримана на основі (6).

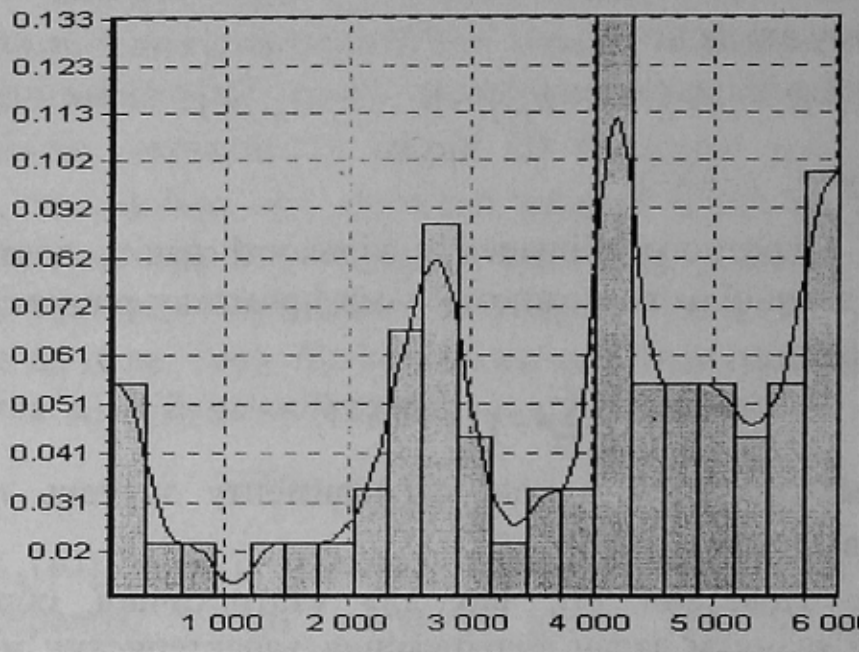


Рисунок 1 - Гістограма та функція щільності напрацювання до відмови курсової системи

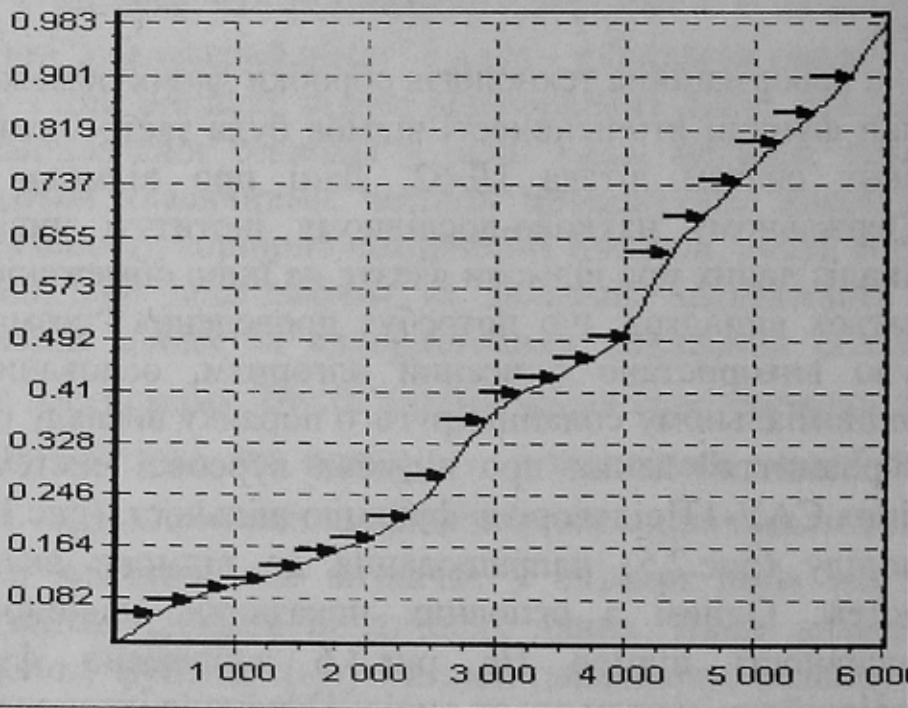
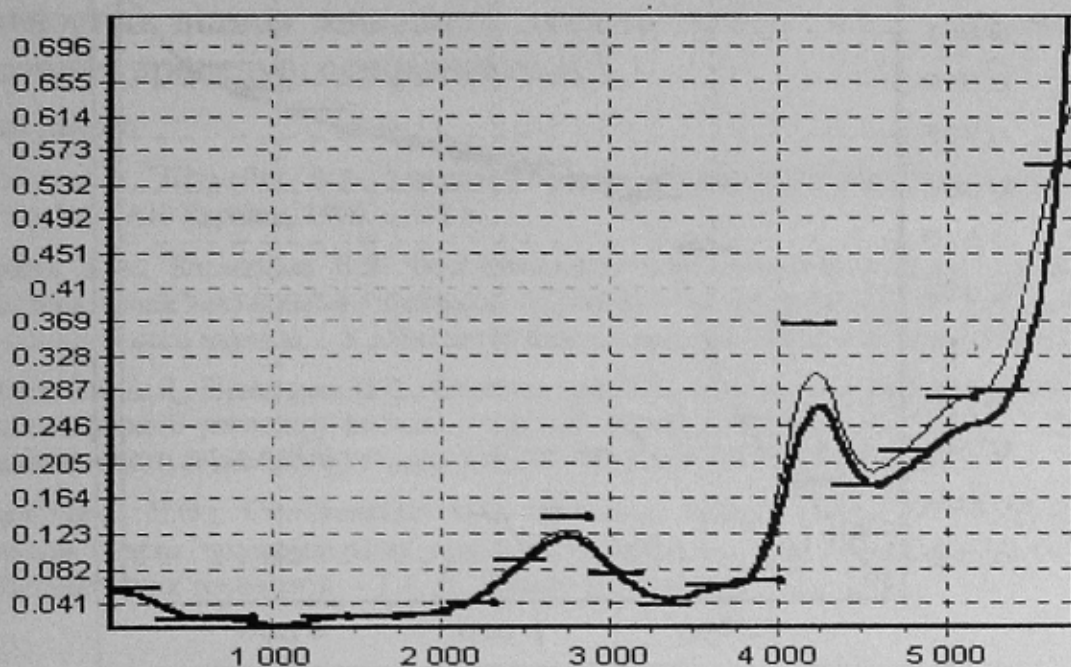


Рисунок 2 - Емпірична та теоретична функція розподілу напрацювання до відмови курсової системи



- кусково-стала функція інтенсивності
- функція інтенсивності на основі S_{20}
- функція інтенсивності на основі (6)

Рисунок 3 - Функції інтенсивностей відмов курсової системи

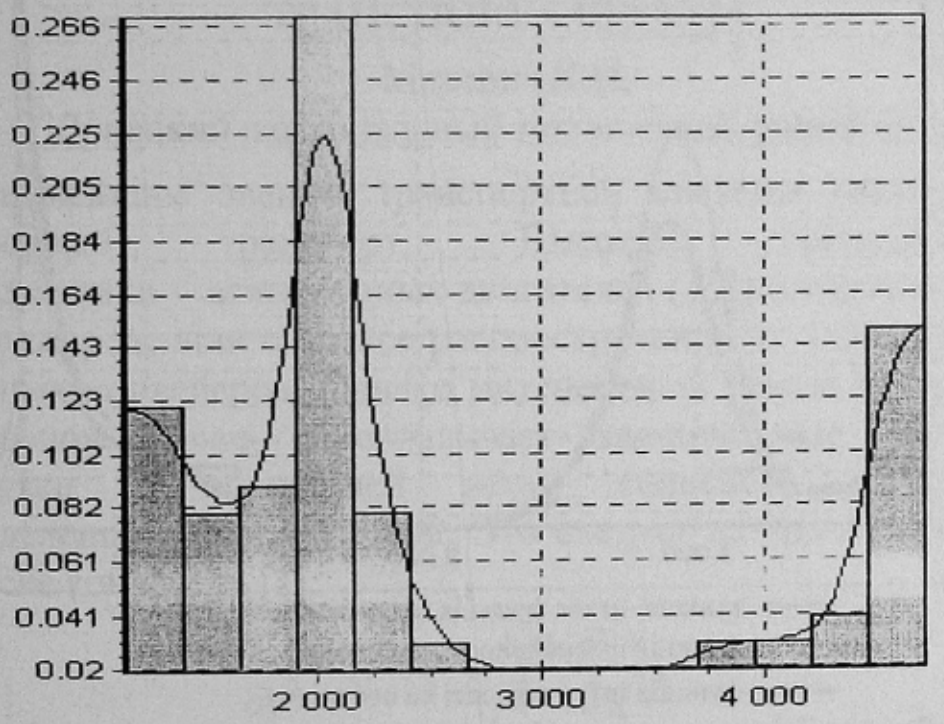


Рисунок 4 - Гістограма та функція щільності напрацювання до відмови пульта управління САУ-1Т

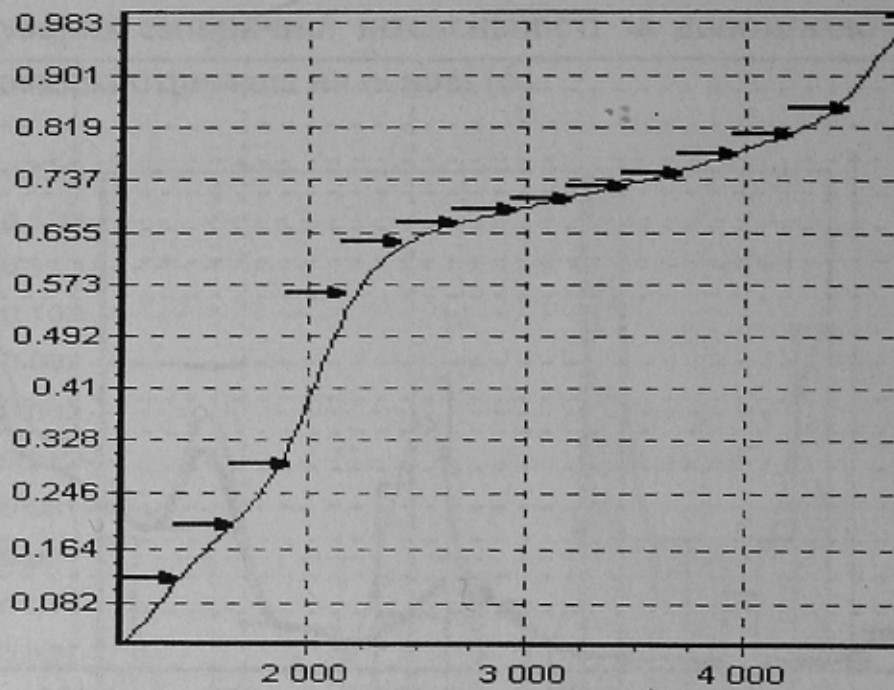
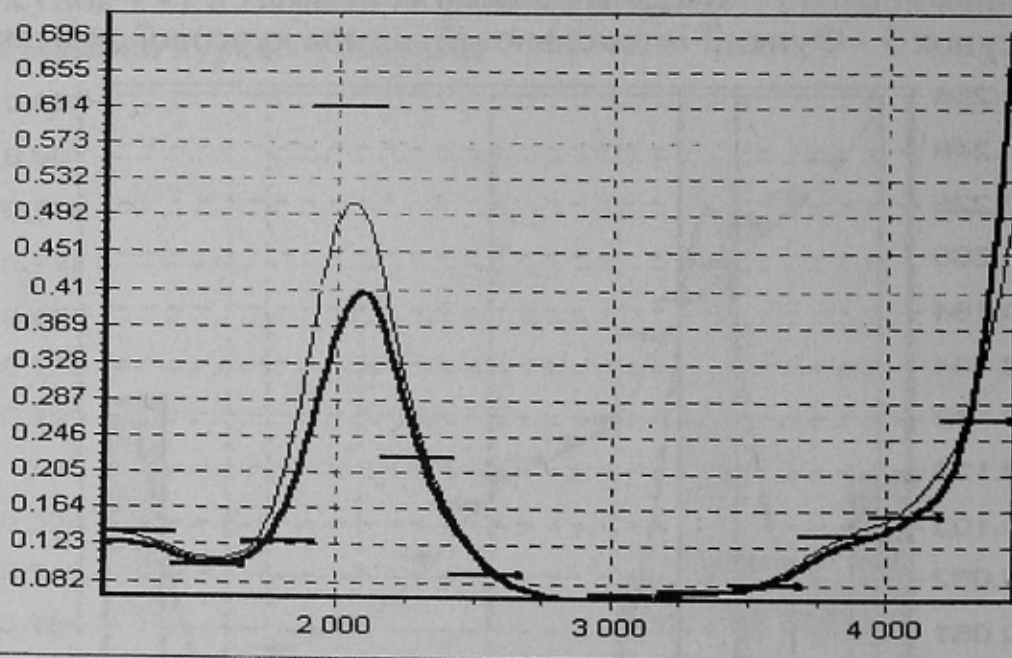


Рисунок 5 - Емпірична та теоретична функція розподілу напрацювання до відмови пульта управління САУ-1Т



- кусково-стала функція інтенсивності
- функція інтенсивності на основі S_{20}
- функція інтенсивності на основі (6)

Рисунок 6 - Функції інтенсивностей відмов пульта управління САУ-1Т

Аналіз одержаних результатів по відтворенню вигляду функції інтенсивностей відмов авіаційної техніки вказує на більш якісне використання процедур, основаної на (6).

Список джерел

1. Лигун А.А., Шумейко А.А. Асимптотические методы восстановления кривых. – Київ, ІМ НАН України, 1996. – 358 с.
2. Лигун А.А., Кармазина В.В. Восстановление эмпирической функции плотности распределения локальными сплайнами // Современные вопросы теории приближения и комплексного анализа. – К.: Институт математики АН УССР – 1990. – с. 78-88.
3. Білецький А.Я., Приставка П.О., Смойловська О.О. Алгоритмізація непараметричної оцінки функції розподілу ймовірностей при обробці статистичних даних // Вісник національного авіаційного університету. К.: Вид-во НАУ №2(9). С.195-201.
4. Приставка П.О., Смойловська О.О. Обробка вибірок обмеженого обсягу з використанням поліноміальних сплайнів // Актуальні проблеми автоматизації та інформаційних технологій. – Т.4. Д.: Вид-во Дніпропетр. ун-ту, 2001. – С.86-95.

АВТОМАТИЗИРОВАННЫЙ ЧАСТОТНО-УПРАВЛЯЕМЫЙ ЭЛЕКТРОПРИВОД МАГИСТРАЛЬНОГО КОНВЕЙЕРА – НОВОЕ РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ СОВЕРШЕНСТВОВАНИЯ ТРАНСПОРТА ШАХТЫ

Маренич К.Н.

Донецкий национальный технический университет

Важнейшим звеном транспортной системы шахты является конвейерный транспорт. Высокие эксплуатационные характеристики асинхронных двигателей (АД) с короткозамкнутым ротором определили широкое распространение их в электроприводах ленточных конвейеров. Однако интенсивный разгон ротора АД при контактом пуске обуславливает значительные динамические перегрузки в сбегающей ветви конвейера - объекта с распределенными параметрами. Это следует из уравнения движения при пуске конвейера [1]:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = a^2 \left(1 + \mu \frac{\partial u}{\partial t} \right) \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}; \quad (1)$$

где μ - коэффициент затухания колебаний в ленте; a - скорость распространения упругой волны в тяговом органе конвейера; u -