ДИСКРЕТНЫЕ ИНТЕГРАТОРЫ И ДИФФЕРЕНЦИАТОРЫ С КВАЗИИДЕАЛЬНЫМИ ЧАСТОТНЫМИ ХАРАКТЕРИСТИКАМИ ДЛЯ КОНТУРА ПОДСТРОЙКИ АДАПТИВНОЙ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ

Ситников В.С.
Одесский национальный политехнический университет

При построении контура подстройки цифровой адаптивной системы управления возникает задача интегрирования и дифференцирования сигналов. Например, при определении интегральной оценки уровня входного шума или при нахождении скорости изменения полезного сигнала. Задача усложняется еще тем, что для увеличения быстродействия контура подстройки требуются цифровые интеграторы и дифференциаторы низкого порядка.

В классических разработках по численному интегрированию и дифференцированию получаемые оценки интегрирования и дифференцирования основаны на методах аппроксимации полиномами. При этом возникают фазовые смещения и амплитудные искажения частотных характеристик, которые приводят к неточности и неустойчивости.

Используемые в настоящее время алгоритмы интегрирования и дифференцирования также требуют введения коррекции в получаемые оценки.

Поэтому целью данной работы является получение новых интеграторов и дифференциаторов на основе применения корректирующих устройств низкого порядка к элементарным дискретным интеграторам и дифференциаторам.

Нормированные идеальные частотные характеристики для дискретных интеграторов и дифференциаторов определим через идеальные характеристики непрерывных. Тогда АЧХ $\overline{H}_I(\overline{\omega})$ и ФЧХ $\overline{\varphi}_I(\overline{\omega})$ дискретного интегратора можно записать в виде

$$\overline{\mathrm{H}}_{\mathrm{II}}(\overline{\omega}) = \frac{1}{\overline{\omega}}, \quad \overline{\varphi}_{\mathrm{II}}(\overline{\omega}) = -\frac{\pi}{2},$$

а для дискретного дифференциатора как

$$\overline{H}_{ID}(\overline{\omega}) = \overline{\omega}, \quad \overline{\varphi}_{ID}(\overline{\omega}) = +\frac{\pi}{2},$$

где $\overline{\omega}$ - относительная частота.

Следует отметить, что для дискретных устройств характерно представление частотных характеристик в относительной частоте $\overline{\omega}$

$$\overline{\omega} = 2\pi \frac{\omega}{\omega_d} = \omega T ,$$

где ω - текущая частота, $T = \dfrac{1}{f_d} = \dfrac{2\pi}{\omega_d}$ - период дискретизации.

Для получения описания элементарного дискретного интегратора и дифференциатора воспользуемся известными численными методами интегрирования и дифференцирования. Из анализа реакций элементарного устройства на стандартные входные воздействия определим нормированную передаточную функцию элементарного дискретного интегратора [1] в виде

$$\overline{H}_{EDI}(z) = \frac{1}{1 - z^{-1}},$$

а для элементарного дискретного дифференциатора как

$$\overline{H}_{EDD}(z) = 1 - z^{-1}.$$

Для получения достаточно хорошего приближения к желаемой характеристике в теории автоматического регулирования предлагается ввести корректирующее устройство или корректирующую связь [2].

Корректирующее устройство может быть введено последовательно, параллельно, а также в местную или в главную обратные связи. При этом отмечается, что выбор той или иной схемы определяется удобством и возможностями технической реализации.

Следует отметить, что корректирующее устройство должно так скорректировать частотные характеристики устройства, чтобы остаточные их искажения были минимальными в соответствии с заданным показателем точности и обеспечивать устойчивость устройства при минимальном составе аппаратных средств.

Рассмотрим последовательное соединение элементарного устройства с корректирующим устройством $H_{KU}(z)$ не выше второго порядка вида

$$H_{KU}(z) = k_{KU}\frac{1+\sum_{i=1}^{m} a_i z^{-i}}{1+\sum_{k=1}^{n} b_k z^{-k}}, \quad n \ge m, \qquad (1)$$

где k_{KU} - коэффициент усиления корректирующего устройства,

a_i, b_k - коэффициенты числителя и знаменателя.

Для проведения параметрической оптимизации коэффициентов корректирующего устройства введем показатель точности воспроизведения идеальной АЧХ $\gamma(\overline{\omega})$ в виде относительной погрешности, т.к. она показывает величину искажения устройством амплитуды отдельной гармонической составляющей входного сигнала на относительной частоте.

Минимизация интеграла от квадрата относительной погрешности $\gamma^2(\overline{\omega})$ позволяет минимизировать как случайные, так и систематические составляющие. Тогда минимизируя критерий качества по параметрам k_{KU}, a_i, b_k передаточной функции корректирующего устройства на множестве R действительных чисел можно синтезировать наилучший дискретный интегратор и дифференциатор.

В результате проведенных исследований можно отметить, что применение рекурсивных корректирующих устройств позволяет значительно повысить точность воспроизведения идеальной АЧХ и расширить рабочий частотный диапазон входных сигналов.

Полученные АЧХ передаточных функций дискретных интеграторов находятся ниже 6% относительной погрешности, а при порядке корректирующих устройств 11 и 12 (mn – порядок числителя и знаменателя корректирующего устройства) ниже 1% до частоты $\overline{\omega} \approx 2.39\, rad$, что соответствует текущей частоте входного сигнала около $0.38 f_d$. При порядке 21 корректирующего устройства АЧХ находится ниже 1% до частоты $\overline{\omega} \approx 2.83\, rad$ или до текущей частоты входного сигнала $0.45 f_d$.

Для дискретных дифференциаторов АЧХ полученных передаточных функций находятся ниже 3.5% относительной погрешности, а при 12 порядке корректирующего устройства ниже 0.6% до частоты $\overline{\omega} \approx 2.39\, rad$, что соответствует текущей частоте входного сигнала около $0.38 f_d$. При этом остается проблема усиления высокочастотной помехи.

Поскольку основное внимание уделялось улучшению АЧХ, то ФЧХ полученных устройств остались не идеальными, но достаточно хорошо предсказуемы и линейны.

Комплексное исследование для получения квазиидеальных частотных характеристик рассматриваемых устройств позволило определить условия коррекции ФЧХ и получить требования, предъявляемые к корректирующим устройствам [3].

При последовательном соединении элементарного устройства с корректирующим устройством $H_{KU}(z)$ вида (1) требования к ФЧХ корректирующих устройств имеют вид

$$\varphi_{KUI}(\overline{\omega}) = -\frac{\overline{\omega}}{2}; \quad \varphi_{KUD}(\overline{\omega}) = \frac{\overline{\omega}}{2},$$

где $\varphi_{KUI}(\overline{\omega}), \varphi_{KUD}(\overline{\omega})$ - соответственно ФЧХ корректирующего устройства для дискретного интегратора и дифференциатора.

Из всего многообразия подходящих передаточных функций корректирующих устройств полученных в работе [3], для коррекции ФЧХ можно использовать передаточные функции приведенные в таблицах 1 и 2. При этом комплексные передаточные функции новых дискретных интеграторов и дифференциаторов показаны в таблицах 3 и 4.

Минимизация относительной погрешности и анализ полученных передаточных функций позволяет выделить те из них, которые при идеальной ФЧХ имеют наилучшую АЧХ. Так, например, для дискретного интегратора с передаточной функцией 4, таблица 3, имеется возможность параметрами a и k регулировать относительную погрешность квазиидеальной АЧХ так, чтобы она была не более чем заданная. Частотный диапазон входных сигналов при этом также можно корректировать.

Таблица 1. - Устройства для коррекции элементарного дискретного интегратора

№	Передаточная функция $H(z)$	АЧХ $H(\overline{\omega})$	ФЧХ $\varphi(\overline{\omega})$
1	$k(1+z^{-1})$	$2k\cos\left(\frac{\overline{\omega}}{2}\right)$	$-\frac{\overline{\omega}}{2}$
2	$k\frac{1+z^{-m}}{1+z^{-n}}$	$k\frac{\cos\left(\frac{\overline{\omega}}{2}m\right)}{\cos\left(\frac{\overline{\omega}}{2}n\right)}$	$-\frac{\overline{\omega}}{2}(m-n)$ m=2 n=1
3	$k\frac{1-z^{-m}}{1-z^{-n}}$	$k\frac{\sin\left(\frac{\overline{\omega}}{2}m\right)}{\sin\left(\frac{\overline{\omega}}{2}n\right)}$	$-\frac{\overline{\omega}}{2}(m-n)$ m=2 n=1
4	$k\frac{1+az^{-1}+z^{-2}}{1+z^{-n}}$	$k\frac{\cos(\overline{\omega})+0.5a}{\cos\left(\frac{\overline{\omega}}{2}n\right)}$	$-\frac{\overline{\omega}}{2}(2-n)$ n=1

Таблица 2. - Устройства для коррекции элементарного дискретного дифференциатора

№	Передаточная функция $H(z)$	АЧХ $H(\overline{\omega})$	ФЧХ $\varphi(\overline{\omega})$
1	$k\frac{1}{1+z^{-n}}$	$k\frac{1}{2\cos\left(\frac{\overline{\omega}}{2}n\right)}$	$\frac{\overline{\omega}}{2}n$ n=1
2	$k\frac{1+z^{-m}}{1+z^{-n}}$	$k\frac{\cos\left(\frac{\overline{\omega}}{2}m\right)}{\cos\left(\frac{\overline{\omega}}{2}n\right)}$	$-\frac{\overline{\omega}}{2}(m-n)$ m=1 n=2
3	$k\frac{1-z^{-m}}{1-z^{-n}}$	$k\frac{\sin\left(\frac{\overline{\omega}}{2}m\right)}{\sin\left(\frac{\overline{\omega}}{2}n\right)}$	$-\frac{\overline{\omega}}{2}(m-n)$ m=1 n=2
4	$k\frac{1+az^{-1}+z^{-2}}{1+z^{-n}}$	$k\frac{\cos(\overline{\omega})+0.5a}{\cos\left(\frac{\overline{\omega}}{2}n\right)}$	$-\frac{\overline{\omega}}{2}(2-n)$ n=3

Таблица 3. - Комплексные передаточные функции новых дискретных интеграторов

	Комплексная ПФ
1	$k \cdot ctg(\frac{\overline{\omega}}{2}) \cdot e^{-\frac{\pi}{2}}$
2	$k \cdot ctg(\overline{\omega}) \cdot e^{-\frac{\pi}{2}}$
3	$k \cdot ctg\left(\frac{\overline{\omega}}{2}\right) \cdot e^{-\frac{\pi}{2}}$
4	$k \cdot \left(ctg\,(\overline{\omega}) + \frac{0.5a}{\sin(\overline{\omega})} \right) \cdot e^{-\frac{\pi}{2}}$

Таблица 4 - Комплексные передаточные функции новых дискретных дифференциаторов

№	Комплексная ПФ
1	$k \cdot tg\left(\frac{\overline{\omega}}{2}\right) \cdot e^{\frac{\pi}{2}}$
2	$k \cdot tg(\overline{\omega}) \cdot e^{\frac{\pi}{2}}$
3	$k \cdot tg\left(\frac{\overline{\omega}}{2}\right) \cdot e^{\frac{\pi}{2}}$
4	$k \cdot \frac{2\sin\left(\frac{\overline{\omega}}{2}\right)}{\cos\left(\frac{3\overline{\omega}}{2}\right)} (\cos(\overline{\omega}) + 0.5a) \cdot e^{\frac{\pi}{2}}$

Список источников

1. В.С. Ситников, Н.М. Литовченко, О.В. Дикусар Повышение точности реализации частотных характеристик цифровых интеграторов и дифференциаторов для систем управления // Вісник СНУ, 2001.- №3.- С. 137-139.
2. В.А. Иванов, А.С. Ющенко Теория дискретных систем автоматического управления.- М.: Наука, 1983.- 336 с.
3. В.П. Малахов, В.С. Ситников, Н.М. Литовченко Определение условия коррекции ФЧХ дискретных интеграторов и дифференциаторов. // Збірник наукових праць УДМТУ.- Миколаїв, 2002.- №1(379).- С. 107-113.