ПРИМЕНЕНИЕ ФИЛЬТРА КАЛМАНА ДЛЯ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ НАГРУЗОК УЗЛОВ СИСТЕМЫ ВОДОСНАБЖЕНИЯ

Леви Л.И., Скринникова А.В., Рыбинцева Е.А.
Луганский аграрный государственный университет

Среди узлов основной сети системы водоснабжения имеются такие, которые ввиду их относительно меньшей важности в структуре системы водоснабжения в смысле влияния на ее режимы не обеспечены средствами постоянной регистрации и передачи в диспетчерский пункт значений изменяющихся во времени нагрузок. Однако при решении задач диспетчерского управления системой водоснабжения влияние таких узлов на режим основной сети должно каким-то образом быть учтено. Кроме того, значения измеряемых компонент вектора состояния $x(t)$, доступные системе управления, неточны вследствие погрешностей измерительных приборов, ошибок в отчетной документации и каналах передачи информации, неодновременности регистрации значений различных параметров. Также, не все компоненты вектора $x(t)$ непосредственно измеряются, так как степень охвата различных подразделений системы водоснабжения средствами измерительной техники и телемеханики, а также принятая система отчетности определяется требованиями экономической целесообразности и технической политики в конкретных исторических условиях данной системы водоснабжения.

Все описанные выше причины позволяют сделать вывод, что система водоснабжения функционирует в условиях неопределенности. Недостающая информация в той или иной степени восполняется знанием значений всех или части выходных переменных компонент вектора $y(t)$, который косвенно связан с состоянием $x(t)$. Причем $y(t)$ также фиксируется с погрешностями. Поэтому для принятия решения об оптимальном значении управления $u(t)$ система управления должна включать в себя подсистему оценивания истинного состояния системы водоснабжения. Она по известным векторам $\widetilde{x}(t)$, $\widetilde{y}(t)$ зафиксированных значений параметров состояния и выходных переменных должна находить наиболее правдоподобную (в некотором точно определенном смысле) оценку $\hat{x}(t)$ вектора состояния $x(t)$. Для повышения эффективности и устойчивости процесса автоматического управления системой водоснабжения система управления должна содержать в себе подсистему прогнозирования. Она по имеющейся в момент времени t предыстории оценки состояния и замерам выхода и входа находить наиболее правдоподобные (в некотором точно определенном смысле) оценки $\hat{x}(t+\Delta t)$, $\hat{y}(t+\Delta t)$, $\hat{z}(t+\Delta t)$ значений состояния, выхода и входа на момент времени $t+\Delta t$, в который объект управления получит управляющее воздействие $u(t+\Delta t)$.

Фильтр Калмана, на основании [1] предложен в качестве того аппарата, который позволяет оценивать значения нагрузок в постоянно неконтролируемых узлах по указанной выше совокупности измерений при условии, что в период времени, используемый для идентификации параметров соответствующего дискретного наблюдателя, организуется снятие замеров нагрузок во всех узлах основной сети данного района водопотребления.

Пусть S – сечение, отделяющее рассматриваемый район от системы водоснабжения, то есть множество линий, связывающих систему водоснабжения с этим районом, J – множество насосных станций, расположенных в данном районе, K – множество постоянно контролируемых узлов его основной сети, N – множество неконтролируемых узлов. Если $p_\nu(t)$ – точное значение нагрузки в момент времени t в ν-м узле, $\nu \in J \cup K \cup N$, то можно записать уравнение баланса нагрузок системы, изменяющихся во времени, в виде

$$\sum_{\nu\in S} p_\nu(t) + \sum_{\nu\in J} p_\nu(t) - \sum_{\nu\in K} p_\nu(t) = \sum_{\nu\in N} p_\nu(t) + \pi(t), \qquad (1)$$

где $\pi(t)$ – потери нагрузок в рассматриваемый момент времени.

Пусть начиная с некоторого момента времени $t=0$ до момента $t=\tau$, с целью идентификации модели прогнозирования нагрузок в постоянно неконтролируемых узлах $\nu \in N$ производится измерение всех $p_\nu(t)$, $\nu \in S \cup J \cup K \cup N$, а также всех параметров, необходимых для расчета режима основной сети района в соответствующие моменты времени.

Если, выбрав некоторый балансирующий узел, произвести для каждого $t=\overline{0,\tau}$ расчет режима сети района, можно определить соответствующие величины потерь $\widetilde{\pi}(t)$, $t=\overline{0,\tau}$, причем они будут содержать погрешности, обусловленные ошибками измерения независимых режимных параметров. При подстановке измеренных значений нагрузок (включая нагрузку в балансирующем узле) и вычисленного значения потерь в уравнение (1) оно вследствие ошибок измерений в точности удовлетворяться не будет. Таким образом, можно вычислить члены одномерного временного ряда шумов измерений вида

$$\omega(t)=\sum_{\nu\in S}\widetilde{p}_\nu(t)+\sum_{\nu\in J}\widetilde{p}_\nu(t)-\sum_{\nu\in K}\widetilde{p}_\nu(t)-\sum_{\nu\in N}\widetilde{p}_\nu(t)-\pi(t),\ t=\overline{0,\tau}, \qquad (2)$$

где $\widetilde{p}_\nu(t)$, $\nu\in S\cup J\cup K\cup N$ – измеренное значение величины $p_\nu(t)$.

Постоянно измеряемая при $t>\tau$ величина

$$y(t)=\sum_{\nu\in S}\widetilde{p}_\nu(t)+\sum_{\nu\in J}\widetilde{p}_\nu(t)-\sum_{\nu\in K}\widetilde{p}_\nu(t) \qquad (3)$$

исчерпывает всю информацию о нагрузках $p_\nu(t)$, $\nu\in N$, в постоянно неконтролируемых узлах и о потерях $\pi(t)$ в сети района. Поэтому данную величину целесообразно принять в качестве выходной переменной той дискретной динамической системы, которая должна быть идентифицирована с целью построения наблюдателя для прогнозирования указанных нагрузок и потерь. Вектор параметров состояния $x(t)$ будет включать в себя параметры $p_\nu(t)$, $\nu\in N$ и $\pi(t)$, а уравнение выходов динамической системы в данном случае можно записать в виде

$$y(t)=Cx(t)+\omega(t), \qquad (4)$$

где $C=(1,1,\ldots,1)$ – матрица размера $1\times l$, $l=N+1$. Шум $\omega(t)$ в предположении отсутствия систематических ошибок измерения является центрированным. Тогда если считать, что этот шум белый, то для его идентификации достаточно по предыстории (2) вычислить оценку дисперсии

$$R=\frac{1}{\tau+1}\sum_{t=1}^{\tau}\omega^2(t) \qquad (5)$$

Рассмотрим теперь процедуру идентификации уравнения состояния искомой динамической системы.

Вектор состояния $x(t)$ может быть представлен в виде

$$x(t) = Z(t) + a(t), \tag{6}$$

где $a(t)$ – детерминированная составляющая, $Z(t)$ – реализация случайной составляющей z_t. По имеющейся предыстории $x(t)$, $t = \overline{0,\tau}$, например, методами экспоненциального сглаживания, может быть построена модель $a_\nu(t)$ детерминированной составляющей для каждой компоненты $x_\nu(t)$, $\nu = \overline{1,l}$, вектора $x(t)$. Будем считать, что длина предыстории достаточно велика, для того чтобы параметры модели $a(t) = (a_1(t), a_2(t), ..., a_l(t))$ были определены практически достоверно, а в последующем процессе прогнозирования уточнение их не требовалось. Тогда из (6) можно вычислить предысторию многомерного временного ряда случайных составляющих

$$Z(t) = x(t) - a(t),\ t = \overline{0,\tau} \tag{7}$$

и построить для нее модель авторегрессии. Примем вначале, что идентифицированная модель авторегрессии первого порядка. Запишем эту модель для конкретных реализаций $Z(t+1)$, $Z(t)$, $E(t+1)$ случайных векторов z_{t+1}, z_t, ε_{t+1}:

$$Z(t+1) = AZ(t) + E(t+1) \tag{8}$$

Отсюда с учетом (8) имеем

$$x(t+1) - a(t+1) = A[x(t) - u(t)] + E(t+1) \tag{9}$$

или

$$x(t+1) = Ax(t) + u(t) + v(t), \tag{10}$$

где

$$u(t) = a(t+1) - Aa(t) - \tag{11}$$

детерминированный вектор, $v(y) = E(t+1)$ – реализация l-мерного белого шума с известной ковариационной матрицей

$$Q = \hat{\Sigma}. \tag{12}$$

Матрицу $\hat{\Sigma}$ можно оценить [9] по формуле

$\hat{\Sigma} = \frac{1}{\tau}\sum_{t=1}^{\tau}(Z(t) - \hat{A}Z(t-1))(Z(t) - \hat{A}Z(t-1))^T$ (где $\hat{A}$– оценка A. Если H – невырожденная, то $\hat{A}^T = (H^T H)^{-1} HX$. Если H – вырожденная, то $\hat{A}^T = H + X$, где $H = (Z_0, Z_1,..., Z_{\tau-1})^T$, $X = (Z_1, Z_2,..., Z_\tau)^T$) и является неотрицательно определенной. Следовательно, (10) можно рассматривать как уравнение состояния искомой динамической системы, где вектор детерминированных входных переменных определяется по (11) , а ковариационная матрица входного шума – по (12).

Таким образом, задачу прогнозирования нагрузок постоянно неконтролируемых узлов района водопотребления можно свести к прогнозированию состояния дискретной динамической системы

$$\mathrm{x(t) = Ax(t) + u(t) + v(t)} \quad (13)$$

$$\mathrm{y(t) = Cx(t) + w(t),\ t \geq \tau + 1} \quad (14)$$

Условие асимптотической устойчивости этой системы [9] $|\lambda_j| < 1,\ j = \overline{1,l}$, где λ_j– собственные числа матрицы A, совпадает с условием стационарности случайного процесса $z(t)$ [2], что является одним из необходимых условий адекватности модели авторегресси этому процессу.

Уравнение состояния оптимального прогнозного наблюдателя на основании [2] будет иметь вид

$$\tilde{x}(t+1) = A\tilde{x}(t) + u(t) + K(t)[y(t) - C\tilde{x}(t)], \quad (15)$$

где $K(t)$ – l-мерный столбец коэффициентов усиления фильтра, определяемый рекуррентными соотношениями [2]

$$K(t) = AP(t)C^T k(t) \quad (16)$$

$$k(t) = \begin{cases} 1/[CP(t)C^T + R], CP(t)C^T + R \neq 0 \\ 0, CP(t)C^T + R = 0 \end{cases} \quad (17)$$

$$P(t+1) = [A - K(t)C]P(t)[A - K(t)C]^T + RK(t)K^T(t) + Q,$$

$$t \geq \tau + 1,\ P(\tau+1) = P_0,\ \hat{x}(\tau+1) = x_0. \quad (18)$$

Здесь P_0, x_0 – ковариационная матрица и математическое ожидание начального состояния $x(\tau+1)$системы (13), (14).

С учетом [2] они определяются как $x_0 = M[x(\tau+1)] = M[(z_{\tau+1} + a(\tau+1))] = a(\tau+1)$

$$P_0 = M\left|(x(\tau+1) - a(\tau+1))(x(\tau+1) - a(\tau+1))^T\right| = M\left|z_{\tau+1} z^T_{\tau+1}\right| = \hat{F},$$

где оценка $\hat{F}$ справедливо [2] находится путем решения матричного линейного уравнения $\hat{F} - \hat{A}\hat{F}\hat{A}^T = \hat{\sum}$. Если решение последнего производится итерационным методом, то вычисленная оценка $\hat{F}$ будет неотрицательно определена, несмотря на влияние ошибок окружения.

Уравнения наблюдателя (15)–(18) на основании [2] позволяют прогнозировать нагрузки постоянно неконтролируемых узлов и потери в сети района водопотребления на один шаг вперед. Этот прогноз находится как значение вектора $\widehat{x}(t+1)$, вычисляемого с помощью (15)–(18) после получения измерения *y(t)*.

Для прогнозирования на большее число шагов вперед используется рекуррентное соотношение [2], которое в данном случае имеет вид

$$\widehat{x}(t+\Delta t) = A\widehat{x}(t+\Delta t-1) + u(t+\Delta t-1),\ \Delta t \geq 2,\ t \geq \tau+1 \qquad (20)$$

Итак, в системах водоснабжения весьма распространена ситуация, когда в некотором районе организовано текущее измерение и передача в пункт диспетчерского управления нагрузок на насосных станциях и важнейших подстанциях, а также напоров по линиям трубопроводов, связывающих систему водоснабжения с этим районом, нагрузка же в остальных узлах сети района регулярно не фиксируется.

Список источников

1. Квакернаак Х., Сиван Р. Линейные оптимальные системы управления. – М.: Мир, 1977.– 650 с.
2. Сэйдж Э.П., Уайт Ч.С. Оптимальное управление системами / Пер. с англ. Е.Б. Левиной, Ю.С. Шинакова; Под ред. Б.Р. Левина.– М,: Радио и связь, 1982.–392 с., ил.; 22 см.
3. Гранберг А.Г. Статистическое моделирование и прогнозирование.– М.: Финансы и статистика, 1990.– 383 с.