

ИМИТАЦИЯ ХАРАКТЕРИСТИКИ ПЛОТНОСТИ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ФРАКЦИЙ ПОЛЕЗНОГО ИСКОПАЕМОГО

Ариненков Ю.Д.

Кафедра ОПИ, факультет ЭМА, ДНТУ
E-mail:opi@fizmet.dgtu.donetsk.ua

Abstract

Arinenkov Y.D. Imitation of feature of density of sharing the factions useful fossilized. Put problem to develop a method of imitation of feature a density of sharing a faction frequency useful fossilized for modeling of technological processes and is given its decision.

Введение

В научной литературе по обогащению полезных ископаемых нет сведений о положительном опыте теоретического описания кривых обогатимости, обычно сводимого к формализации раскрытия минеральных зёрен через геометрические представления. Только в одной работе [1] упоминается предложение П.К. Сена и С. Пой определять степень раскрытия минералов по результатам флотации, что упростит общую задачу. Действительно, результаты флотации или любого другого обогатительного процесса можно оценить показателем сепарабельности [2], по максимуму которого, как только наступит насыщение в росте показателя, наращивание степени измельчения следует прекратить - цель оптимального раскрытия минералов будет достигнута. При этом будет получена не только оценка сепарабельности, но и необходимая для работы макромодели схем обогатительной технологии характеристика фракционного состава изучаемого материала. Применение показателя сепарабельности для этой цели предлагается впервые.

Классический приём вывода новых зависимостей основан на представлении начальных условий изучаемого явления или процесса в дифференциальной форме, и такой по отношению к фракционной характеристике является характеристика частоты фракций. Поэтому необходимо разработать метод имитации функции плотности распределения частоты фракций полезного ископаемого для моделирования фракционной характеристики по величине ожидаемой сепарабельности материала с известными минимальной, средней, максимальной и заданной зольностью разделения. Решение этой задачи позволит получать фракционные характеристики обогащаемого материала с оптимизацией энергоёмкого процесса измельчения по минимальной информации о качестве продукта.

Постановка задачи

Известно, что плотность вероятности зольности $f(\lambda)$ как характеристика сепарируемого материала связана с функцией $\gamma(\lambda)$ как следом параметров лабораторного сепарационного процесса через дифференциальную зависимость:

$$f(\lambda) = d\gamma(\lambda) / d\lambda, \quad (1)$$

причём

$$\int_{\lambda_{\min}}^{\lambda_{\max}} f(\lambda) = 1, \quad (2)$$

где λ - зольность элементарной фракции; $\gamma(\lambda)$ - суммарный выход фракций как зависимость (2) с верхним пределом λ .

Определим особые свойства функции $f(\lambda)$, поддающиеся точному теоретическому объяснению, полагая, что *первое* свойство определено формулой (1), *второе* установлено интегралом (2), а для выявления остальных достаточно рассмотреть граничные условия.

Так, если исходный материал состоит из частиц одинакового качества β_i (полезный компонент в нём не раскрыт), то в этом случае прототипом описания будет единичная импульсная функция, понятие о которой ввёл О. Хевисайд (английский физик *Heviside Oliver* (1850 - 1925 г.г.)).

Однако, аналогия с импульсной функцией Хевисайда будет весьма условна, так как в данном случае в качестве аргумента выступает не время t , а элементарная зольность λ , определяемая в диапазоне $\lambda_{\min} < \lambda < \lambda_{\max}$, и указанный импульс должен быть расположен на абсциссе при элементарной зольности $\lambda = \beta_i$. Таким образом, *третье особое свойство* функции $f(\lambda)$ состоит в том, что первый её импульс расположен на абсциссе при элементарной зольности $\lambda = \beta_i$.

Четвёртое особое свойство функции $f(\lambda)$ состоит в том, что её второй импульс (пик) будет расположен на абсциссе при элементарной зольности $\lambda = \lambda_{\min}$.

По аналогии, *пятое особое свойство* функции $f(\lambda)$ состоит в том, что её третий импульс (пик) будет расположен на абсциссе при элементарной зольности $\lambda = \lambda_{\max}$.

Кроме уже указанных пяти особых свойств функции $f(\lambda)$, особенность трёх её пиков состоит ещё и в том, что любой из них может отсутствовать, поэтому возникает множество вариантов описания. Опираясь на известное определение сочетания из n элементов по m

$$C_n^m = \frac{n!}{m!(n-m)!},$$

сумму сочетаний из всех возможных вариантов ($m=1, \dots, n$) можно представить так:

$$\sum_{m=1}^n C_n^m = C_n^1 + C_n^2 + \dots + C_n^m + \dots + C_n^{n-1} + C_n^n = 2^n - 1.$$

При $n=3$ по этой зависимости имеем $2^3 - 1 = 7$ возможных вариантов сочетаний экстремумов (пиков) изучаемой характеристики. Если же учесть, что, кроме того, высота пиков может быть различной, но сами пики остаются связанными друг с другом через определённый интеграл (2), то от вариантного представления функции $f(\lambda)$ следует отказаться.

Таким образом, необходимо найти непрерывную функцию со свойствами (1), (2) и имеющую пики на $\lambda_1 = \lambda_{\min}$, $\lambda_2 = \beta_u$ и $\lambda_3 = \lambda_{\max}$. Корректность постановки этой задачи (по Адамару [3]) проверим через существование решения задачи, его единственность и непрерывность полученной зависимости от исходных данных.

Метод решения задачи

Представим искомую непрерывную функцию как переменную сепарабельную часть в виде суммы трёх функций $f_1(\lambda_{\min}, \lambda)$, $f_2(\beta_u, \lambda)$ и $f_3(\lambda_{\max}, \lambda)$ и постоянный множитель к этой сепарабельной части $f_0(\beta_u)$:

$$f(\lambda) = f_0(\beta_u) \cdot [f_1(\lambda_{\min}, \lambda) + f_2(\beta_u, \lambda) + f_3(\lambda_{\max}, \lambda)]. \quad (3)$$

Для удобства записи последующих выкладок введём обозначение

$$m = 34 \cdot (1 - \vartheta)^4 \cdot \vartheta \cdot (\beta_u^5 - \beta_u^6)^{1/2} + 10^{-6}, \quad (4)$$

где m - коэффициент нормировки; ϑ - показатель сепарабельности.

Показатель сепарабельности определяется по [2]:

$$\vartheta = \sqrt{\frac{(\lambda_p - \beta_k) \cdot \gamma_k \cdot [(\lambda_p - \beta_k) \cdot \gamma_k + \beta_u - \lambda_p]}{(\lambda_p - \beta_m) \cdot \gamma_m \cdot [(\lambda_p - \beta_m) \cdot \gamma_m + \beta_u - \lambda_p]}}, \quad (5)$$

где λ_p - заданная зольность разделения; γ_k и β_k - выход и зольность лабораторного концентрата; γ_m и β_m - выход и зольность теоретического (идеального) концентрата, в свою очередь определяются через уравнения материального баланса по известным формулам $\beta_m = \lambda_{\min}$, $\gamma_m = (\lambda_{\max} - \beta_u) / (\lambda_{\max} - \lambda_{\min})$.

Теперь перечисленные в (3) функции можно представить такими структурами:

$$f_0(\beta_u) = \frac{0,941 + 0,15 \cdot \beta_u + (0,5 - K) \cdot 0,115 \cdot (1 + 20 \cdot (0,5 - \beta_u)^2) + 10 \cdot (0,5 - \beta_u)^4}{50}, \quad (6)$$

$$f_1(\lambda_{\min}, \lambda) = \frac{K \cdot \gamma_m}{m + (\lambda_{\min} - \lambda)^2}, \quad (7)$$

$$f_2(\beta_u, \lambda) = \frac{(1 - K) \cdot (\gamma_m - \gamma_m^2)^{1/2}}{m + (\beta_u - \lambda)^2}, \quad (8)$$

$$f_3(\lambda_{\max}, \lambda) = \frac{K \cdot (1 - \gamma_m)}{m + (\lambda_{\max} - \lambda)^2}, \quad (9)$$

где γ_m - выход теоретического концентрата; K - коэффициент раскрытия полезного минерала по Козину В.З.; при вычислении этого коэффициента прогнозируется ситовый состав.

Зависимость (6) предназначена для окончательной корректировки функции плотности элементарной зольности в процессе имитационного исследования её свойств при изменении зольности β_n , основные же свойства функции плотности (плотности вероятности) зольности определяются формулами (7) - (9).

Структура этих функций достаточно ясна: их знаменатели, полиномы второго порядка, определяют положения, а числители - величину экстремумов характеристики частоты фракций.

Так, если полезный компонент раскрыт полностью, то коэффициент $K = 1$ и наблюдаются только крайние пики, средний же пик отсутствует полностью, потому что в числителе формулы (8) имеется множитель $1 - K = 0$. При этом величина пиков зависит от величины зольности β_n , что вполне логично. Однако, в целом формулы (4) - (9) не учитывают зависимостей (1) и (2), поэтому решение будет не единственным.

Необходимость корректировки (регуляризации) полученных результатов объясняется типом задачи - интегрированием неопределённой функции, интеграл которой известен с точностью до некоторого коэффициента и свободного члена и требуется найти два коэффициента приведения результата интегрирования к базовому (заданному) варианту. В качестве базовых параметров следует рассматривать выход исходного продукта u и его суммарную (средневзвешенную) зольность z . Достигнуть этого можно введением коэффициента A_0 (для корректировки выхода u) и коэффициента наклона линейной характеристики A_1 (для корректировки соотношения высот крайних пиков, что будет соответствовать изменению средневзвешенной зольности), т.е. методом линейного преобразования при следующих коэффициентах:

$$A_1 = \frac{u \cdot \left(z \cdot \sum_{i=1}^n \Delta\gamma_{1,i} - \sum_{i=1}^n \Delta\gamma_{1,i} \cdot \beta_{1,i} \right)}{\sum_{i=1}^n \Delta\gamma_{1,i} \cdot \left(\sum_{i=1}^n \Delta\gamma_{1,i} \cdot \beta_{1,i}^2 \right) - \left(\sum_{i=1}^n \Delta\gamma_{1,i} \cdot \beta_{1,i} \right)^2}, \quad (10)$$

$$A_0 = \frac{u - A_1 \cdot \sum_{i=1}^n \Delta\gamma_{1,i} \cdot \beta_{1,i}}{\sum_{i=1}^n \Delta\gamma_{1,i}}, \quad i=1, 2, \dots, n. \quad (11)$$

Теперь, с учётом коэффициентов A_1 и A_0 по (10) и (11), искомые значения выходов фракций $\Delta\gamma_{2,i}$ определяются зависимостью

$$\Delta\gamma_{2,i} = \Delta\gamma_{1,i} \cdot (A_0 + A_1 \cdot \beta_{1,i}). \quad (12)$$

Дальнейший разбор решения задачи проведём по блок-схеме, показанной на рис.1.

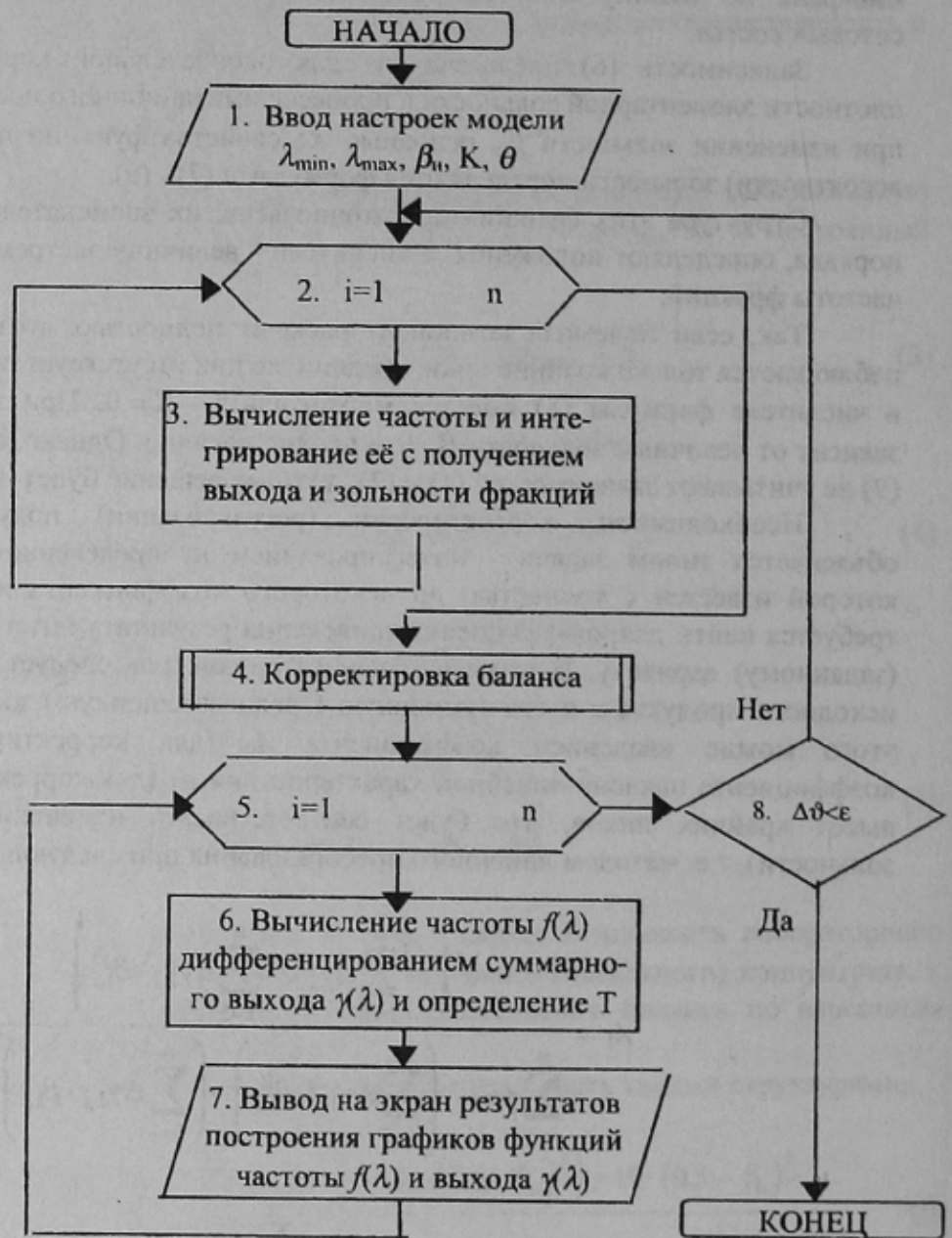


Рисунок 1 - Блок-схема алгоритма имитации характеристик плотности распределения фракций $f(\lambda)$ и выхода $\gamma(\lambda)$

Задача имитации функций плотности распределения фракций $f(\lambda)$ и выхода $\gamma(\lambda)$ как интеграла предыдущей функции, в соответствии с представленной на рис.1 блок-схемой, решается в следующем порядке.

Блок 1 в интерактивном режиме осуществляет запрос значений зольности λ_{\min} , λ_{opt} , λ_{\max} , β_n , коэффициента раскрытия полезного минерала K , и прогнозируемой оценки сепарабельности материала ϑ , затем вычисляет выход теоретического концентрата γ_m и определяет коэффициент нормирования пика m по формуле (4). Блок

2 организует n циклов работы блока 3 по “первичному” расчёту частоты для текущих значений λ по формулам (6) - (9) и (3) и выхода фракций и их зольность.

Блок 4 приводит новые данные к исходным. Блок 5 организует циклические процессы в блоке 6 по дифференцированию приведенного массива данных по функции $\chi(\lambda)$ для построения графика дифференциальной функции распределения зольности $f(\lambda)$, которая теперь тоже будет соответствовать фундаментальным зависимостям (1) и (2). Блок 7 строит графики этих зависимостей. Результаты работы соответствующей программы (язык программирования - Turbo Basic) показаны на рис.2.

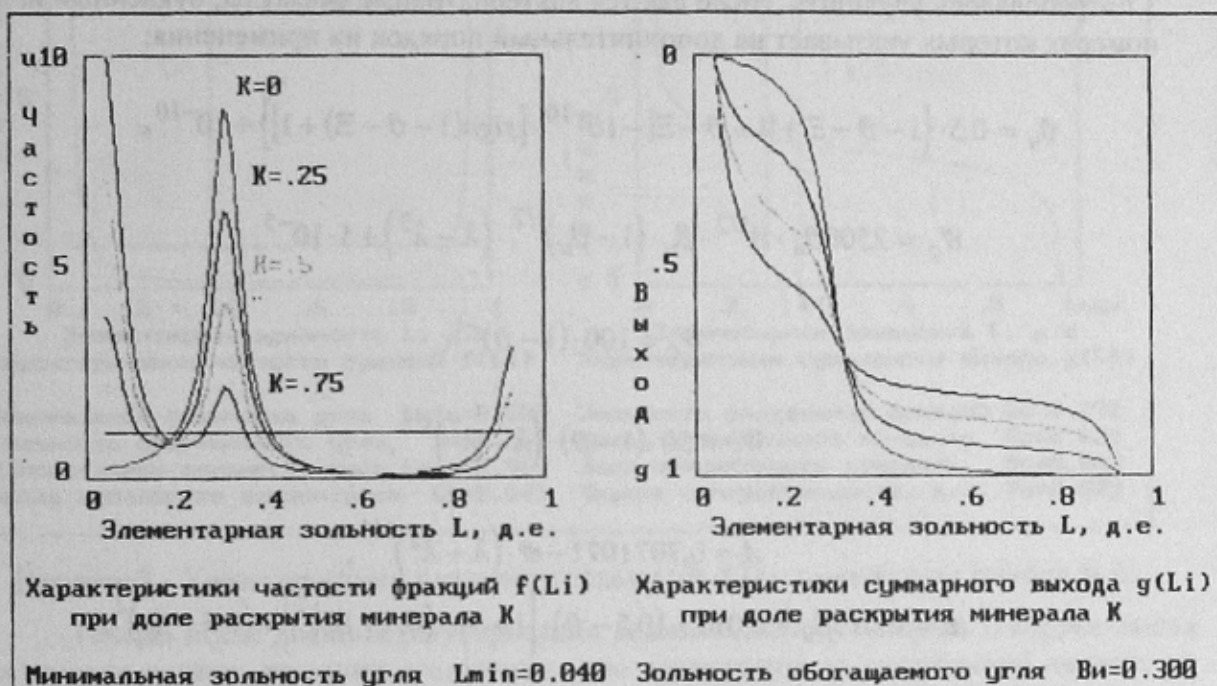


Рисунок 2 - Характеристики плотности зольности $f(\lambda)$ и суммарного выхода $\gamma(\lambda)$

С первого взгляда на полученные характеристики можно отметить их гладкость, пропорциональность и согласованность формы обоих семейств кривых. Однако, представленные характеристики получены только для конкретного значения зольности материала $\beta_n=0,3$ ($A_n^d=30\%$) при заданной сепарабельности $\vartheta_n=0,81$. Теперь легко построить семейство характеристик по любому аргументу, главный же результат состоит в том, что решена обратная задача: по величине ϑ_n построена зависимость $\gamma(\lambda)$. Для количественного анализа формы этих кривых выполнено имитационное исследование влияния заданной общей зольности на величину синтезированной сепарабельности, которое позволило определить структуру коэффициента m именно такой, какой она дана в формуле (4), однако, эта структура ещё не гарантирует точной экстраполяции на заданное значение сепарабельности в диапазоне изменения заданий β_n и ϑ .

Сущность дальнейшего решения состоит в следующем. После выполнения всех n циклов и вычисления оценки сепарабельности ϑ_i в блоке 8 проверяется

рассогласование её с заданной величиной. Если это рассогласование по модулю превышает допустимую малую величину $\xi = 10^{-5}$, тогда оно интегрируется (суммируется с предыдущей суммой отклонений Ξ) и этот интеграл вводится в формулу (4) в качестве слагаемого к заданной сепарабельности, при этом блок 7 не выполняется, а выход блока 5 блоком 8 передаётся на вход блока 2, и итерационный процесс вычислений повторяется. Как только ошибка в величине сепарабельности по модулю станет пренебрежимо малой, блок 7 выдаст окончательные графики.

Для обеспечения устойчивости самонастройки алгоритма синтеза характеристик в широком диапазоне варьирования прогнозируемой сепарабельности структуру блока 3 потребовалось улучшить. Ниже даются альтернативные формулы, буквенный код при номерах которых указывает на дополнительный порядок их применения:

$$\vartheta_n = 0,5 \cdot \left\{ 1 - \vartheta - \Xi + |1 - \vartheta - \Xi| - 10^{-10} \cdot [\text{sign}(1 - \vartheta - \Xi) + 1] \right\} + 10^{-10}, \quad (4,а)$$

$$W_p = 2500\vartheta_n \cdot \vartheta^{1/2} \cdot \beta_u \cdot (1 - \beta_u)^{1/2} \cdot (\lambda - \lambda^2) + 5 \cdot 10^{-5}, \quad (4,б)$$

$$W_c = 100 \cdot (1 - \vartheta)^{-1}, \quad (4,в)$$

$$W_z = 50 \cdot (1 - \vartheta) \cdot (\lambda - \lambda^2)^{1/4}, \quad (4,г)$$

$$A = 0,7071071 - \vartheta \cdot (\lambda - \lambda^2)^{1/4}, \quad (6,а)$$

$$B = 0,015\beta_u + 0,0115 \cdot (0,5 - \vartheta) \cdot \left[1 + 20 \cdot (0,5 - \beta_u)^2 \right] + (0,5 - \beta_u)^2, \quad (6,б)$$

$$f_0(\beta_u) = A + B, \quad (6,в)$$

$$f_1(\lambda_{\min}, \lambda) = \frac{\gamma_m}{W_z \cdot (W_c \cdot |\lambda_{\min} - \lambda|)^{1/\vartheta_n} + W_p}, \quad (7,а)$$

$$f_3(\lambda_{\max}, \lambda) = \frac{1 - \gamma_m}{W_z \cdot (W_c \cdot |\lambda_{\max} - \lambda|)^{1/\vartheta_n} + W_p}, \quad (9,а)$$

где ϑ_n - аргумент настройки алгоритма; W_p - коэффициент управления характеристикой плотности зольности; W_c - коэффициент сжатия пика; W_z - коэффициент высоты пика.

Основные результаты и применения

Замена исходных формул (4), (6), (7) и (9) альтернативными придало всему алгоритму свойства устойчивости самонастройки в широком диапазоне варьирования сепарабельности ϑ . Результаты реализации на ЭВМ усовершенствованного таким

образом алгоритма показаны на рис.3.

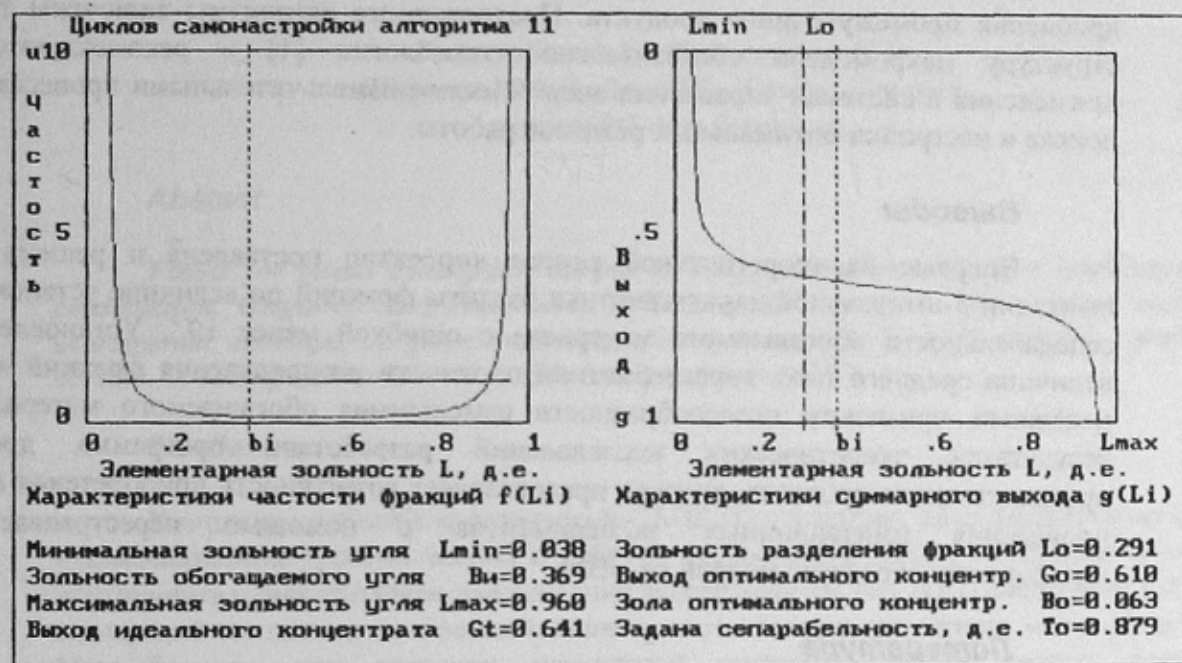


Рисунок 3 - Характеристики плотности зольности $f(\lambda)$ и суммарного выхода $\chi(\lambda)$

Теперь, после двойной регуляризации решения, можно говорить о корректности постановки задачи: решение существует, оно единственно и непрерывно зависит от исходных данных. Анализ этих кривых впервые позволил объяснить причины появления экстремумов на характеристике плотности распределения зольности. Одна из причин этого явления - недостаточное измельчение исходного материала; второй причиной может быть повышенное содержание неподдающихся дальнейшему раскрытию измельчением промежуточных фракций. В последнем случае пик располагается на зольности 45-60%, т.е. на зольности прослойков (сростков). Ввиду слабого проявления, влияние прослойков на общую характеристику в данной работе не учитывалось.

Для расширения возможностей применения построенных таким образом характеристик плотности распределения зольности фракций $f(\lambda)$ и суммарного выхода $\chi(\lambda)$ необходимо иметь простой и надёжный приём их более точного совмещения с реальной моделируемой характеристикой.

Такая возможность предоставляется при задании начальных параметров модели подбором соответствующих значений минимальной зольности λ_{min} и максимальной зольности λ_{max} . Эти параметры существенно влияют на характеристики частоты распределения зольности, но на практике не контролируются, так как для конкретных марок угля их величина достаточно стабильна. Варьированием значений минимальной зольности λ_{min} и максимальной зольности λ_{max} при заданных значениях β_i , λ_{opt} , ϑ и возможно χ_k и β_k следует подобрать кривую, наиболее предпочтительно совпадающую с образцом.

Рассмотренный алгоритм имитации характеристик плотности распределения зольности и суммарного выхода фракций обеспечивает получение решения с погрешностью в оценке сепарабельности ϑ не более чем принятая как допустимая величина $\xi = 10^{-5}$ во всём диапазоне варьирования зольности β_n и в области изменения сепарабельности $0,5 < \vartheta \leq 1$.

На основе полученных результатов разработана программа моделирования дробления промежуточного продукта. Предложенные алгоритмы включены также в структуру макромоделей обогатительной технологии [4] и рекомендуются для применения в системах управления энергоёмкими измельчительными процессами для поиска и настройки оптимальных режимов работы.

Выводы

Впервые на теоретической основе корректно поставлена и решена задача имитации 3-импульсной характеристики частоты фракций по величине установленной сепарабельности обогащаемого материала с ошибкой менее 10^{-5} . Установлено, что величина среднего пика характеристики плотности распределения фракций является надёжным признаком целесообразности измельчения обогащаемого материала. По результатам теоретических исследований разработана программа дробления промежуточного продукта, которая предоставляет возможность приобретения навыков проведения имитационных экспериментов с помощью перестраиваемой в интерактивном режиме модели на ЭВМ.

Литература

1. Серго Е.Е. Дробление, измельчение и грохочение полезных ископаемых. Москва, "Недра", 1978. 168 с.
2. Arinenkov Y. Universal model for research both optimization of technological processes and circuits of coal preparation factories on the COMPUTER / 2nd Regional APCOM'97 Symposium on COMPUTER APPLICATIONS AND OPERATIONS RESEARCH IN THE MINERAL INDUSTRIES. Published by: The Moscow State Mining University Publishing Center. Moscow, Russia - 1997. P. 209-214.
3. Hadamard J. Le probleme Cauchy. Paris, 1932.
4. Ариненков Ю.Д. Точность последовательных вычислений в модели с делящимися потоками и циркуляцией// "Наукові праці Донецького державного технічного університету". Випуск 29. Серія: Проблеми моделювання та автоматизації проектування динамічних систем. ДонДТУ. Донецьк - 2001. С. 277-284.