К ОПРЕДЕЛЕНИЮ ОТРЕЗКА ПРЯМОЙ НА ДИСКРЕТНОМ МНОЖЕСТВЕ АТОМАРНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ

Мышко С.В., Шевцов Д.В.

Кафедра ПМиТСУ, ДонНУ
tsu@matfak.dongu.donetsk.ua

Abstract

Mishko S.V., Shevtsov D.V. For definition of straight line on a discrete set of atomic elements. *The present work is devoted to a statement of the essentially new approach to realization of the analysis given block within the framework of considered systems, at which modeling and the identification of the images is carried out on discrete set of atomic elements, each of which represents a rectangular*

Введение

В настоящее время актуальной является проблема проектирования робототехнических комплексов, использующих машинное зрение. В число задач, решаемых системами технического (машинного) зрения (СТЗ), входят рецепция объектов, представление полученной информации в форме, доступной для дальнейшего анализа, и реализация процессов опознавания и принятия решений, на основании которых генерируется управляющее воздействие на объект управления – робот-манипулятор [1,2]. Основная роль в указанных системах отводится блоку анализа данных об изображении, осуществляющему непосредственно опознавание [3]. В соответствии с этим имеется объективная необходимость повышения качества функционирования данного блока, поскольку использование СТЗ в настоящее время недостаточно эффективно. Настоящая работа посвящена изложению принципиально нового подхода к реализации блока анализа данных в рамках рассматриваемых систем, при котором моделирование и опознавание изображений осуществляется на дискретном множестве атомарных элементов, каждый из которых представляет собой прямоугольник [4].

1. Постановка задачи

При проектировании СТЗ одной из актуальных задач является выявление на исходном изображении фрагментов, которые соответствуют отрезкам прямых. Для ее решения, как правило, используются подходы и методы, основанные на моделировании изображений множествами точек всюду плотного пространства с целочисленными декартовыми координатами. В дальнейшем следует представление (аппроксимация) указанного множества аналитически заданными уравнениями, что требует заведения субъективно-статистически определенных констант и приводит к зачастую некорректным результатам функционирования СТЗ.

Предложено в качестве минимальной составляющей при моделировании и опознавании знаков, в частности, отрезков прямых, выбрать атомарный элемент (в дальнейшем – АЭ), имеющий форму квадрата со стороной $a \in R$, $a>0$. Выбор элемента представления и структура их множества, изложенная ниже, обусловлены аппаратно-программной организацией представления, обработки и отображения видеоинформации в современных СТЗ. В соответствии в этим постановка задачи исследования имеет следующий вид.

Дано множество знаков как некоторых подмножеств дискретного множества АЭ. Необходимо в рамках имитационной модели СТЗ осуществить процесс их опознавания с тем, чтобы имеющиеся знаки дифференцировать на те, которые соответствуют отрезкам прямых, и те, которые таковыми не являются. Для решения данной задачи предлагается определить знаки в терминах свойств множества АЭ, исследовать свойства основных подмножеств указанного множества, и на их основании сформулировать конструктивное определение знака отрезка прямой в терминах свойств рассматриваемого множества. В таком случае процесс опознавания знаков отрезков прямых, заданных на дискретном множестве сведется к проверке данного определения, что не требует заведения векторов и пространства признаков, эталонных объектов, мер близости и статистически установленных пороговых значений. Указанные преимущества позволят повысить качество опознавания СТЗ, что предоставит возможность использовать их с большей эффективностью.

2. Математическая модель

С целью генерации указанного определения отрезка прямой в дискретных представлениях зададим множество АЭ, полагая, что каждый из них являет собой описанный выше квадрат и центры «соседних» АЭ удалены друг от друга по вертикали и горизонтали на некоторое расстояние, равное $a+\varepsilon$, $\varepsilon \ll a$, $\varepsilon\in R$, $\varepsilon>0$. Предположим, что количество АЭ определяется размерами страницы видеопамяти ЭВМ, используемой в СТЗ, в которой содержится информация об объектах опознавания, отображаемая, в частности, монитором для контроля за качеством рецепции. Пусть размер страницы видеопамяти равен $(I\times J)$, где $I,J\in N$ – количества элементов в столбцах и строках матрицы соответственно. Построим в E_2 следующие два семейства прямых:

$$x_j=\begin{cases}\dfrac{j}{2}(a+\varepsilon) \text{ при } j \text{ четном,}\\ \dfrac{j+1}{2}(a+\varepsilon)-\varepsilon \text{, при } j \text{ нечетном;}\end{cases} \qquad y_i=\begin{cases}-\dfrac{i}{2}(a+\varepsilon) \text{ при } i \text{ четном,}\\ -\dfrac{i+1}{2}(a+\varepsilon)+\varepsilon \text{, при } i \text{ нечетном;}\end{cases} \quad \forall i\in[0,I],$$

$j\in[0,J]$, которые будут ограничивать АЭ.

<u>Определение 1.</u> Атомарным элементом (АЭ) будем называть множество $\alpha(i,j)\subset E_2$, $\alpha(i,j)=\{(x,y)\in E_2 |\ x_{2j}\le x\le x_{2j+1},\ y_{2i+1}\le y\le y_{2i},\ \forall i\in[0,I],\ j\in[0,J]\}$.

Как следует из определения, каждый АЭ однозначно определяется парой индексов, указывающие порядковые номера строки и столбца, в которых он находится, что подтверждает корректность его выбора в качестве модели пикселей – минимальных составляющих поверхности знаков, отображаемых монитором.

В соответствии с данным определением введем в рассмотрение конечное множество А атомарных элементов α_h: $A=\{\alpha_h\}$, где $\alpha_h=\alpha(i_h,j_h)$, $i_h\in[0,I]$, $j_h\in[0,J]$, $h\in[1,H]$, $H\in N$. Будем полагать, что $\alpha_h\in A$, является активным, если $x(i_h,j_h)=1$, и пассивным, если $x(i_h,j_h)=0$, где $x(i_h,j_h)$ – соответствующий ему элемент матрицы видеопамяти.

На множестве А зададим функцию $\rho:(\alpha_a,\alpha_b)\to N\cup\{0\}$, которая каждой паре АЭ из А ставит в соответствие единственное целое неотрицательное число $\rho(\alpha_a,\alpha_b)$ по правилу: $\rho(\alpha_a,\alpha_b)=|i_a-i_b|+|j_a-j_b|$. Число $\rho(\alpha_a,\alpha_b)$ будем трактовать как ***расстояние*** между АЭ α_a,α_b. Показано, что ρ удовлетворяет всем свойствам метрики.

Введение метрики на множестве АЭ позволило дать определение знака как объекта исследования при решении задачи опознавания знаков отрезков прямых, заданных на дискретном множестве.

Рассмотрим подмножество $\hat{A} \subset A$ активных АЭ: $\hat{A}=\{\alpha_h\}_{h=1}^{H_V}$, которое представимо в виде объединения конечного числа вполне упорядоченных подмножеств $\hat{A}=\bigcup_{t=1}^{T}\hat{A}_t$, $\hat{A}_t=\{\alpha'_h\}_{h=H_{t-1}+1}^{H_t}$, где $0=H_0<H_1<H_2<\ldots<H_{T-1}<H_T=H_V$, и $\forall h\in[H_{t-1}+2, H_t-1]$ выполнено $\rho(\alpha'_{h-1},\alpha'_h)\le 2$, $\rho(\alpha'_h,\alpha'_{h+1})\le 2$. Данное множество активных АЭ $\hat{A}$, обладающее указанными свойствами, будем называть **знаком**.

При дальнейшем изложении материала будем полагать, что любое рассматриваемое подмножество АЭ состоит исключительно из активных АЭ и является знаком или его фрагментом. В случае необходимости рассмотрения пассивных АЭ данный факт будет оговорен.

В соответствии с задачей настоящего исследования необходимо конструктивно определить отрезок прямой на множестве АЭ – D-отрезок в терминах свойств указанного множества.

3. Теоретические основы определения D-отрезок в терминах свойств множества АЭ

В рамках поставленной задачи дано определение пути как основного подмножества АЭ, на котором можно говорить о «движении» как совокупности «переходов» между связными АЭ (пример связных АЭ приведен на рис. 1).

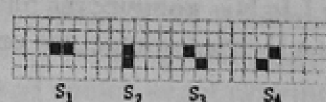


Рисунок 1 - Пары связных АЭ:
s_1 – горизонтальная связка;
s_2 – вертикальная связка;
s_3, s_4 – диагональные связки

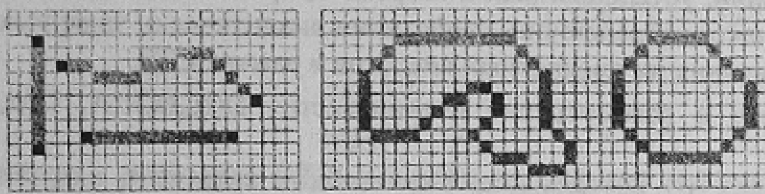
Зафиксируем произвольные АЭ $\alpha_a,\alpha_b\in A$ и предположим, что α_a и α_b не совпадают.

Определение 2. Конечное вполне упорядоченное подмножество $L\subset A\times A$, $L=\{(\alpha_h,\alpha_{h+1})_{m_h}\}_{h=1}^{n}$, $m_h\in M$, будем называть ***путём из α_a в α_b*** (от α_a к α_b) и обозначать $L(\alpha_a,\alpha_b)$, если:

1) $\alpha_1=\alpha_a$, $\alpha_{n+1}=\alpha_b$;
2) $\forall r\in[2,n]$, α_r имеет ровно два связных АЭ из множества $\{\alpha_h\}_{h=1}^{n+1}\backslash\{\alpha_r\}$;
3) каждый из АЭ α_a, α_b имеет единственный связный АЭ из множества $\{\alpha_h\}_{h=1}^{n+1}\backslash\{\alpha_{n+1}\}$ и $\{\alpha_h\}_{h=1}^{n+1}\backslash\{\alpha_1\}$ соответственно;
4) $\forall h\in[1,n-1]$, $s_{m_h}^{h}=(\alpha_h,\alpha_{h+1})_{m_h}$ и $s_{m_{h+1}}^{h+1}=(\alpha_{h+1},\alpha_{h+2})_{m_{h+1}}$ связны; $m_h, m_{h+1}\in M$.

Примеры путей представлены на рис. 2.

Данное определение позволило на множестве АЭ выделить те знаки, множество которых содержит своим элементом искомый D-отрезок прямой. Далее предложено определение множества путей $\Im(\alpha_a,\alpha_b)$ и заведена меры μ_1 пути $L_k\in\Im(\alpha_a,\alpha_b)$, $k\in[1,K_0]$, как числа $\mu_1(L_k)$, равного $\mu_1(L_k)=\sum_{h=1}^{n_k}\rho_h^k$, где $\rho_h^k=\rho^k(s_m^h)=\rho((\alpha_h^k,\alpha_{h+1}^k)_m)=\rho(\alpha_h^k,\alpha_{h+1}^k)$, α_h^k, α_{h+1}^k – АЭ, образующие связку $s_m^h\in L_k$, то есть $\eta(\alpha_h^k,\alpha_{h+1}^k)=s_m^h$, $m\in M$.



а) б)

Рисунок 2 - Пути между парами АЭ из А:
а) незамкнутые;
б) замкнутые

Рассмотрено подмножество $\Im_1(\alpha_a,\alpha_b)\subset\Im(\alpha_a,\alpha_b)$, $\Im_1(\alpha_a,\alpha_b)=\{L_k\}$, $k\in K_1$: $\forall L_k\in\Im_1(\alpha_a,\alpha_b)$, $\mu_1(L_k)=\rho(\alpha_a,\alpha_b)$. Пути данного подмножества обладают некоторыми метрическими свойствами аналитических отрезков прямой, заданных во всюду плотном пространстве, следовательно, его рассмотрение существенно сужает множество путей, содержащее D-отрезок. Это играет важную роль для автоматического выявления СТЗ тех объектов, которые потенциально могут являться искомыми знаками. Показано, что множество $\Im_1(\alpha_a,\alpha_b)$ не пусто.

Для определения множества знаков, которые непосредственно моделируют движение на множестве АЭ из начального пункта в конечный по кратчайшему пути, была заведена вторая мера путей как число $\mu_2(L_k)=n_k$, где n_k – количество связок s_m^h, $m\in M$, образующих путь $L_k(\alpha_a,\alpha_b)\in\Im(\alpha_a,\alpha_b)$, $k\in[1,K_0]$. В соответствии с этим определение кратчайшего пути имеет следующий вид.

<u>**Определение 3.**</u> Путь $L(\alpha_a,\alpha_b)$ такой, что $\mu_2(L)=\min\limits_{\forall L_k\in\Im_1(\hat{\alpha}_a,\hat{\alpha}_b)}\mu_2(L_k)$, будем называть ***кратчайшим путём от α_a к α_b*** (из α_a в α_b), где $\Im_1(\alpha_a,\alpha_b)\subset\Im(\alpha_a,\alpha_b)$ – множество путей из α_a в α_b таких, что $\forall L_k\in\Im_1(\alpha_a,\alpha_b)$, $k\in K_1$, выполнено $\mu_1(L_k)=\rho(\alpha_a,\alpha_b)$.

Данное множество еще более сужает множество путей, содержащее D-отрезки, что имеет качественное отражение на процедурах их опознавания в рамках рассматриваемой системы и повысит их быстродействие.

Свойства кратчайших путей представлены нижеследующими утверждениями и теоремами.

<u>**Утверждение 1.**</u> Кратчайшие пути не содержат одновременно связки типов s_1 и s_2 или s_3 и s_4.

<u>**Утверждение 2.**</u> Для произвольного кратчайшего пути $L_t\in\Im_2(\alpha_a,\alpha_b)$, $t\in K_2$, выполняется $\delta(L_t)=\max\limits_{\forall L_k\in\Im_1(\hat{\alpha}_a,\hat{\alpha}_b)}\delta(L_k)$, где $\delta(L_k)=d_3^k+d_4^k$.

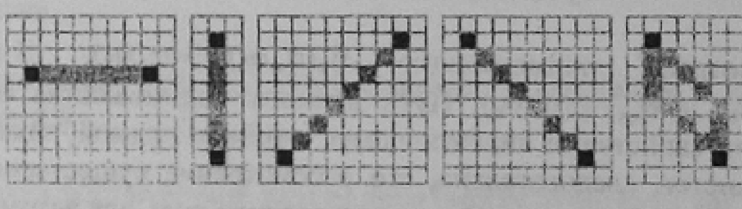
Введение формулы для вычисления индексов конечного пункта кратчайшего пути с точностью до направления движения: $\begin{cases} i_b=i_a+d_{m_1}\cdot\Delta_{m_1}i+d_{m_2}\cdot\Delta_{m_2}i, \\ j_b=j_a+d_{m_1}\cdot\Delta_{m_1}j+d_{m_2}\cdot\Delta_{m_2}j, \end{cases}$ при заданных начальном пункте, указанных типах составляющих связок и их количествах, а также приведенные выше утверждения позволили обосновать критерий принадлежности произвольного пути множеству кратчайших путей.

Теорема 1. Для того, чтобы путь $L_k(\alpha_a,\alpha_b)\in\Im_1(\alpha_a,\alpha_b)$, $k\in K_1$, являлся кратчайшим, необходимо и достаточно, чтобы $n_k=\max\{|i_a-i_b|,|j_a-j_b|\}$, $\delta(L_k)=\min\{|i_a-i_b|,|j_a-j_b|\}$, где $n_k=\mu_2(L_k)$, $(i_a,j_a),(i_b,j_b)$ – индексы АЭ $\alpha_a,\alpha_b\in A$ соответственно.

Критерий, установленный в теореме 1, чрезвычайно важен для автоматического выявления знаков, обладающих свойствами аналитически заданных отрезков прямых с целью опознавания их дискретных аналогов в рамках СТЗ.

Введено в рассмотрение подмножество $D(\alpha_a,\alpha_b)\subset A$, $D(\alpha_a,\alpha_b)=\bigcup\limits_{\forall k\in K_2}\ddot{E}(L_k)$, состоящее из всех АЭ, составляющих кратчайшие пути из α_a в α_b. Его конфигурация определяется расположением начального и конечного пунктов путей множества $\Im_2(\alpha_a,\alpha_b)$.

Топологические свойства множества кратчайших путей проиллюстрированы на рис. 3.



а) б) в) г) д)

Рисунок 3 - Примеры конфигураций множества кратчайших путей $D(\alpha_a,\alpha_b)$:
а) $i_a=i_b$;
б) $j_a=j_b$;
в),г) $|i_a-i_b|=|j_a-j_b|$;
д) $i_a\neq i_b$, $j_a\neq j_b$, $|i_a-i_b|>|j_a-j_b|$

Исследования топологических свойств множества кратчайших путей позволили дать определение D-отрезка прямой в терминах свойств множества АЭ как аналога соответствующего объекта аналитической геометрии.

4. Определение D-отрезка прямой в терминах свойств множества АЭ

При фиксированных произвольных не связных АЭ $\alpha_a,\alpha_b\in A$, для которых $i_a\neq i_b$, $j_a\neq j_b$, $|i_a-i_b|\neq|j_a-j_b|$, рассмотрим множество кратчайших путей из α_a в α_b: $\Im_2(\alpha_a,\alpha_b)$, а также множество всех АЭ, их состоящих: $D(\alpha_a,\alpha_b)$. Также рассмотрим АЭ $\alpha_c=\alpha(i_a,j_b)$ и пути $\hat{L}_1(\alpha_a,\alpha_c)=\{s_1^r\}_{r=1}^{|j_a-j_b|}$, $\hat{L}_2(\alpha_b,\alpha_c)=\{s_2^t\}_{t=1}^{|i_a-i_b|}$. В силу выбора АЭ α_c количества АЭ, входящих в пути $\hat{L}_1$ и $\hat{L}_2$, равны $n_1=|j_a-j_b|+1$ и $n_2=|i_a-i_b|+1$ соответственно. Заметим, что при выбранных α_a, α_b $n_1\neq 1$, $n_2\neq 1$, $n_1\neq n_2$. Обозначим $\lambda=\frac{n_1}{n_2}$.

Определение 4. Путь $L_k\in\Im_2(\alpha_a,\alpha_b)$, $k\in K_2$, будем называть ***D-отрезком прямой*** между α_a, α_b, если $n_1\neq 1$, $n_2\neq 1$, $n_1\neq n_2$, и $\forall\alpha_h\in\Lambda(L_k)$, $h\in[2,n_k]$, выполнено:

$i_h=\arg\min\limits_{\forall\alpha(i,j_h)\in D(\alpha_a,\alpha_b)}\left|\lambda-\frac{|j_a-j_h|+1}{|i_a-i|+1}\right|$, $j_h=\overline{j_1,j_2}$, где $j_1=\min\{j_a,j_b\}+1$, $j_2=\max\{j_a,j_b\}-1$, если $n_1>n_2$;

$j_h = \arg \min\limits_{\forall a\,(i,j) \in D(a_a, a_b)} \left|\lambda - \frac{|j_a - j| + 1}{|i_a - i_h| + 1}\right|$, $i_h = \overline{i_1, i_2}$, где $i_1 = \min\{i_a, i_b\} + 1$, $i_2 = \max\{i_a, i_b\} - 1$, если $n_1 < n_2$.

Если $n_1 = 1$, $n_2 \neq 1$, $n_1 \neq n_2$, то ***D*-отрезком прямой** между АЭ $\alpha_a, \alpha_b \in A$ будем называть путь $L(\alpha_a, \alpha_b) = \{s_2^h\}_{h=1}^{|i_a - i_b|}$; если $n_1 \neq 1$, $n_2 = 1$, $n_1 \neq n_2$, – путь $L(\alpha_a, \alpha_b) = \{s_1^h\}_{h=1}^{|j_a - j_b|}$; если $n_1 \neq 1$, $n_2 \neq 1$, $n_1 = n_2$ – путь $L(\alpha_a, \alpha_b) = \{s_3^h\}_{h=1}^{|j_a - j_b|}$ при $\frac{j_a - j_b}{i_a - i_b} = 1$, или $L(\alpha_a, \alpha_b) = \{s_4^h\}_{h=1}^{|j_a - j_b|}$ при $\frac{j_a - j_b}{i_a - i_b} = -1$.

5. Результаты работы СТЗ на основе использования предложенного метода

На основании предложенного определения была разработана имитационная модель СТЗ для опознавания объектов, проекция которых на плоскость представляет собой отрезки прямых. Программная реализация модели показала на основании 25000 проведенных экспериментов 100% результат правильного опознавания предложенных объектов. Данный факт подтверждает корректность проведенных теоретических исследований и практическую значимость предложенного подхода для проектирования СТЗ.

Заключение

В настоящей работе предложен метод моделирования знаков при их опознавании в рамках СТЗ на дискретных множествах АЭ. Процесс опознавания сведен к проверке сгенерированных определений для предложенных к опознаванию знаков и не зависит от заведения субъективно-статистически установленных пороговых констант. Практическая реализация метода показала его преимущества по сравнению с имеющимися аналогами.

Литература

1. Хорн Б.К.П. Зрение роботов. – М.: Наука, 1989.
2. Фу К., Гонсалес Р., Ли К. Робототехника. – М.: Мир, 1989
3. Мошкин В.И., Петров А.А., Титов В.С., Якушенков Ю.Г. Техническое зрение роботов. – М.: Машиностроение, 1990.
4. Мышко С.В., Шевцов Д.В., Шевчук Е.В. «Моделирование знаков элементарными стратегиями» // Сборник докладов международной научно-практической конференции «Вычислительная техника в информационных и управляющих системах» – Мариуполь, ПГТУ, 2000. С. 79-80.

Поступила в редакційну колегію 23.11.2001 р.