

УПРАВЛЕНИЕ РЕЖИМАМИ ОХЛАЖДЕНИЯ НЕПРЕРЫВНОГО СЛИТКА С УЧЕТОМ ДИСПЕРСНОСТИ ДЕНДРИТНОЙ СТРУКТУРЫ

Володин Н.А.

Донецкий национальный технический университет, г. Донецк

кафедра автоматизированных систем управления

E-mail: nvolodin@yandex.ru

Abstract

Volodin N.A. Control the refrigeration conditions of the continuous casting with granulation factor dendrites of structure. The optimal control problem of the cooling in the continuous casting steel by criterion of minimum dispersion structure of dendrites is considered. The direct extreme method is used for the solving. The direct extreme method minimise dispersion in continuous ingot may be used for foundation of software, which allows to define the optimal cooling regime.

Для получения высококачественного металла необходимо определять такие режимы затвердевания, при реализации которых будут наблюдаться минимальные градиенты температур в металле. Минимизация градиентов температур приводит к увеличению вероятности образования дендритной структуры и достаточной ее разветвленности. Увеличение плотности дендритного строения предопределяет более высокие механические свойства литого металла [1, 2]. Следовательно, чтобы добиться оптимального распространения дендритных осей, необходимо минимизировать функционал, характеризующий степень дисперсности дендритной структуры [3]:

$$J_1(u) = \int_0^R \int_0^Z \left(\left(\frac{\partial T}{\partial r} \right)^2 + \left(\frac{\partial T}{\partial z} \right)^2 \right)^{1/2} \Theta(r - r_L) \Theta(r - r_S) r dr dz, \quad (1)$$

где $u(z)$ - тепловой поток в зоне вторичного охлаждения, R - радиус слитка, Z - координата завершения зоны вторичного охлаждения, r_L, r_S - координаты границ ликвидуса и солидуса.

Распределение температур в заготовке цилиндрического сечения можно описать нелинейным эллиптическим уравнением:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \lambda \frac{\partial T}{\partial r} \right) - C \rho V \frac{\partial T}{\partial z} = 0, \quad (r, z) \in \Sigma = [0, R] \times [0, Z],$$

где $T(r, z)$ - температура слитка, V - скорость литья, $\rho(T)$ - плотность слитка, $C(T)$ и $\lambda(T)$ - эффективные теплоемкость и теплопроводность, определяемые из соотношений:

$$\rho = \rho_L (1 - \xi) + \rho_S \xi; \quad \lambda = \lambda_L (1 - \xi) + \lambda_S \xi;$$

$$C = \begin{cases} C_L, & T \geq T_L; \\ C_L (1 - \xi) + C_S \xi - W \frac{\partial \xi}{\partial T}, & T_L > T > T_S; \\ C_S, & T \leq T_S, \end{cases}$$

где ξ - доля твердой фазы, определяемая из выражения $\xi = 1 - \left(\frac{T_0 - T}{T_0 - T_L} \right)^{\frac{1}{1-k}}$.

Граничные условия имеют вид:

$$\left. \frac{\partial T}{\partial r} \right|_{r=0} = 0, \quad T \Big|_{z=0} = T_0, \quad \lambda_S \left. \frac{\partial T}{\partial r} \right|_{r=R} = -\gamma (T - T_C),$$

$$\left. \frac{\partial T}{\partial r} \right|_S = u, \quad S = \{r, z : r = R, z_C < z < Z\}, \quad (2)$$

где T_0 - температура заливки металла в кристаллизатор, γ - коэффициент теплопередачи, T_C - температура воды в кристаллизаторе, z_C нижняя граница кристаллизатора.

Задача минимизации уровня дисперсности формулируется следующим образом. Необходимо найти оптимальный поток тепла $u(z)$ в граничном условии (2), который минимизирует уровень дисперсности в форме функционала (1).

Для определения оптимальных режимов охлаждения в виде произвольных функций применен прямой экстремальный подход, основанный на непосредственной минимизации целевого функционала J_1 методом с регулируемым направлением спуска [4-6]:

$$u^{k+1}(z) = u^k(z) - b^k \alpha^k(z) \nabla J(u^k; z), \text{ на } S, \quad (3)$$

где k - номер итерации. Здесь глубина спуска на каждой итерации вдоль выбранного направления минимизации $\alpha^k \nabla J^k$ определяется числом b^k по методу:

$$\begin{cases} \text{если } J^{k+1} \leq J^k, & \text{тогда } b^{k+1} = b_1 b^k, b_1 > 1; \\ \text{если } J^{k+1} > J^k, & \text{тогда повторяется предыдущая} \\ & \text{итерация, при } b^{k+1} = b_2 b^k; 0 < b_2 < 1. \end{cases}$$

Функция $\alpha^k(z)$ регулирует направление спуска, обеспечивая быструю равномерную сходимость к оптимальному потоку тепла, и определяется на первой итерации из выражения [4, 5]:

$$\alpha^k(z) = \left| \frac{0,2u^0(z)}{\nabla J(u^0; z)} \right|.$$

Градиент целевого функционала J_1 определяется из выражения

$$\nabla J_1 = -\lambda f, \quad (4)$$

где множитель $f(r, z)$ - решение полученной линейной эллиптической сопряженной задачи:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \lambda \frac{\partial f}{\partial r} \right) + c \rho V \frac{\partial f}{\partial z} - \frac{\partial \lambda}{\partial T} \frac{\partial T}{\partial r} \frac{\partial f}{\partial r} - V \frac{\partial c \rho}{\partial T} \frac{\partial T}{\partial z} f + A = 0, (r, z) \in \Sigma, \quad (5)$$

$$\left. \frac{\partial f}{\partial r} \right|_{\substack{r=0 \\ z_C < z < Z}} = 0, \quad \lambda_s \left. \frac{\partial f}{\partial r} \right|_{\substack{r=R \\ z_C < z < Z}} = -B \Theta(r - r_s) \Theta(r - r_L) \frac{\partial T}{\partial r},$$

$$f \Big|_{\substack{0 < r < R \\ z=Z}} = -\frac{B \Theta(r - r_s) \Theta(r - r_L)}{c \rho V} \frac{\partial T}{\partial z}, \quad (6)$$

где $A = \left\{ \Theta(r - r_1) \Theta(r - r_s) r \left[\frac{\partial}{\partial r} \left(B \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(B \frac{\partial T}{\partial z} \right) \right] \right\} + B \frac{\partial T}{\partial r} (\delta(r - r_1) + \delta(r - r_s))$,

$$B = \left[\left(\frac{\partial T}{\partial r} \right)^2 + \left(\frac{\partial T}{\partial z} \right)^2 \right]^{-1/2}.$$

Определить оптимальный поток $u(z)$, доставляющий минимум целевому функционалу $J_1(u)$ не представляется возможным. Это объясняется тем, что градиент целевого функционала $J_1(u)$ полностью определяется свободным членом A уравнения (4), поскольку двухфазная зона не может распространяться на всю исследуемую область Σ (в силу технологии непрерывной разливки). Свободный член A нетривиален только при $z < z_S$. Поэтому задача является управляемой только в области жидкой лунки. Поскольку длина зоны вторичного охлаждения превышает глубину жидкой лунки, для определения оптимального теплового потока $u(z)$, минимизирующего дисперсность непрерывного слитка, необходимы дополнительные ограничения на состояние металла.

Для уменьшения пористости и вероятности прорыва твердой корочки металла при выходе из кристаллизатора необходимо определить такой поток $u(z)$, чтобы протяженность двухфазной зоны была минимальной. Очевидно, что объем жидкой лунки зависит от объема двухфазной зоны. Таким образом, ограничение может быть реализовано в требовании минимальности объема жидкой лунки [3, 5]. Объем жидкой лунки определяется функционалом:

$$J_2(u) = \int_0^{RZ} \Theta(T - T_S) r dr dz. \quad (7)$$

Следует отметить, что минимизация объема жидкой лунки в форме целевого функционала (7) приведет к очень высоким градиентам температуры в твердой части слитка и очень низкой (отрицательной!) температуре металла. Последнее следствие является далеким от реальности. Кроме того, определить оптимальный тепловой поток $u(z)$ возможно только при $z < z_S$, в силу тривиальности градиента ∇J_2 в области S . Поэтому требование минимальности объема жидкой лунки в форме функционала J_2 можно использовать в качестве ограничения в задаче минимизации степени дисперсности в форме функционала J_1 .

Согласно работе [7], температура поверхности заготовки в завершении зоны вторичного охлаждения не должна превышать $T_{\max} = 950^\circ C$. Это требование можно рассматривать как ограничение на температуру поверхности слитка. Однако, никаких ограничений на температуру по всему сечению не вводится. Поэтому можно распространить это ограничение по всему сечению слитка на выходе из зоны вторичного охлаждения. В настоящей работе принято ограничение на температуру слитка при выходе из зоны вторичного охлаждения по всему сечению слитка. Данное ограничение учитывалось в виде дополнительного штрафного функционала

$$J_F = \int_0^R I_F dr. \quad (8)$$

Задача штрафного функционала возрастает при приближении найденной температуры $T(0 < r < R, Z)$ к максимально допустимой температуре T_{\max} , и тем самым «отбрасывать решение назад» от температуры T_{\max} . При этом целевой функционал принимает вид:

$$J_* = J_{old} + \beta J_F,$$

где J_{old} - исходный («старый») целевой функционал, который является критерием качества оптимизации без ограничения на температуру, β - весовой коэффициент, определяющий степень влияния штрафного функционала. Из последнего выражения видно, что явная форма ограничения на температуру в данном случае исчезает.

В настоящей работе используется внешняя штрафная функция, которая должна возрастать (штрафовать решение) при нарушении ограничения на температуру. Внешний штраф определяется в виде квадратичной функции:

$$I_F = \begin{cases} (T - T_{\max})^2, & T > T_{\max}; \\ 0, & T < T_{\max}. \end{cases}$$

Согласно работам [3-5], для уменьшения градиентов температуры и предотвращения образования трещин в теле заготовки, необходимо уменьшать значение радиальной компоненты градиента температуры в твердой фазе слитка, т.е. необходимо минимизировать функционал:

$$J_3 = \int_0^R \int_0^Z \left(\frac{\partial T}{\partial r} \right)^2 \theta(r - r_s) r dr dz. \quad (9)$$

Минимизация градиентов температуры в форме функционала (9) приведет к исчезновению твердой фазы [4, 5, 8]. Действительно, минимум функционала (9) достигается при $\partial T / \partial r = 0$, что обеспечит оптимальный теплоотвод $u(z)$, при котором жидкая фаза распространяется на всю исследуемую область. Это означает, что целевой функционал (9) обязательно должен минимизироваться при некоторых дополнительных ограничениях на состояние металла. Минимальность градиентов температуры в форме функционала (9) можно рассматривать в качестве дополнительного требования в задаче минимизации дисперсности дендритной структуры. Таким образом, получаем функционал, подлежащий минимизации:

$$J(u) = \eta J_1 + \chi J_2 + J_3 + \mu J_F,$$

где η, χ, μ - весовые коэффициенты.

Градиент полученного функционала определяется из выражения (4), через решение уравнения (5) с граничными условиями:

$$\left. \frac{\partial f}{\partial r} \right|_{r=0} = 0, \quad \left. \lambda_S \frac{\partial f}{\partial r} \right|_{r=R} = -(2r + B\eta\Theta(r - r_s)\Theta(r - r_L)) \frac{\partial T}{\partial r},$$

$$f \Big|_{z=Z} = - \frac{B\eta\Theta(r - r_s)\Theta(r - r_L)}{c\rho V} \frac{\partial T}{\partial z} - \frac{2\mu}{c\rho V} (T - T_{\max}),$$

и свободным членом уравнения (5)

$$A = \left\{ \Theta(r - r_L)\Theta(r - r_s) r \left[\frac{\partial}{\partial r} \left(B \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(B \frac{\partial T}{\partial z} \right) \right] + B \frac{\partial T}{\partial r} (\delta(r - r_L) + \delta(r - r_s)) \right\} \eta +$$

$$+ 2 \left[r \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{\partial T}{\partial r} \right] \Theta(r - r_s) + r \frac{\partial T}{\partial r} \delta(r - r_s) + \chi \delta(r - r_s).$$

Результаты получены со следующими значениями параметров. Длина зоны вторичного охлаждения $Z=15$ м, длина кристаллизатора $z_c=1$ м, коэффициент теплопередачи в кристаллизаторе $\gamma=850$ Вт/(м²С), температура воды в кристаллизаторе $T_c=20^{\circ}$ С, скорость литья $V=0,65$ м/мин., диаметр слитка $D=0,2$ м из стали СТЗ, равновесный коэффициент распределения примесей $k=0,4$. Начальное приближение потока $u_0=400$ кДж/(м²с).

В результате минимизации функционала J без ограничений на уровень дисперсности и температуру, т.е. при, $\eta=\mu=0$, $\chi=3 \cdot 10^7$ и $b_1=1.2$, $b_2=0.4$, за 17 итераций алгоритм

сошелся. Полученный оптимальный поток $u(z)$ представлен рис.1 (кривая 1). При этом градиенты температуры, представленные функционалом J_3 , уменьшены в 6.6 раз, а объем жидкой лунки увеличился в 1.1 раза. Этого и следовало ожидать – при уменьшении теплового потока $u(z)$ объем жидкой лунки должен расти, а градиенты температуры по сечению твердой корочки уменьшаются.

Полученный результат имеет физический смысл. Объем жидкой лунки определяется тепловым потоком в области зоны вторичного охлаждения, т.е. в S . Очевидно, что при уменьшении теплового потока в S объем жидкой лунки возрастает, а градиенты в твердой корочке металла уменьшаются. Поскольку в данном случае рассматривается задача совместной минимизации градиентов температуры и объема жидкой лунки, то поток $u(z)$ имеет максимальное значение от начала вторичного охлаждения до завершения жидкой лунки, т.к. при возрастании теплоотвода объем лунки уменьшается. В этой области градиенты температуры будут высокими, по сравнению с областью $z > z_S$, в которой минимизация градиентов температуры осуществляется без ограничений. При найденном оптимальном тепловом потоке температура поверхности слитка при выходе из зоны вторичного охлаждения превышает T_{\max} . Поэтому для данной задачи возникает необходимость введения ограничения на температуру.

При совместной минимизации градиентов температуры в твердой части металла и объема жидкой лунки при ограничении на температуру, при весовых коэффициентах $\eta=0$, $\chi=10^7$, $\mu=10^3$, за 18 итераций получен тепловой поток, представленный кривой 2. При этом интегральное значение градиентов температуры в твердой части металла уменьшены лишь в 2.2 раза, поскольку введено дополнительное ограничение на температуру. Уровень дисперсности, определяемый функционалом J_1 , при найденном тепловом потоке, составил $8.6 \cdot 10^2$. С целью уменьшения уровня дисперсности введем ограничение (1).

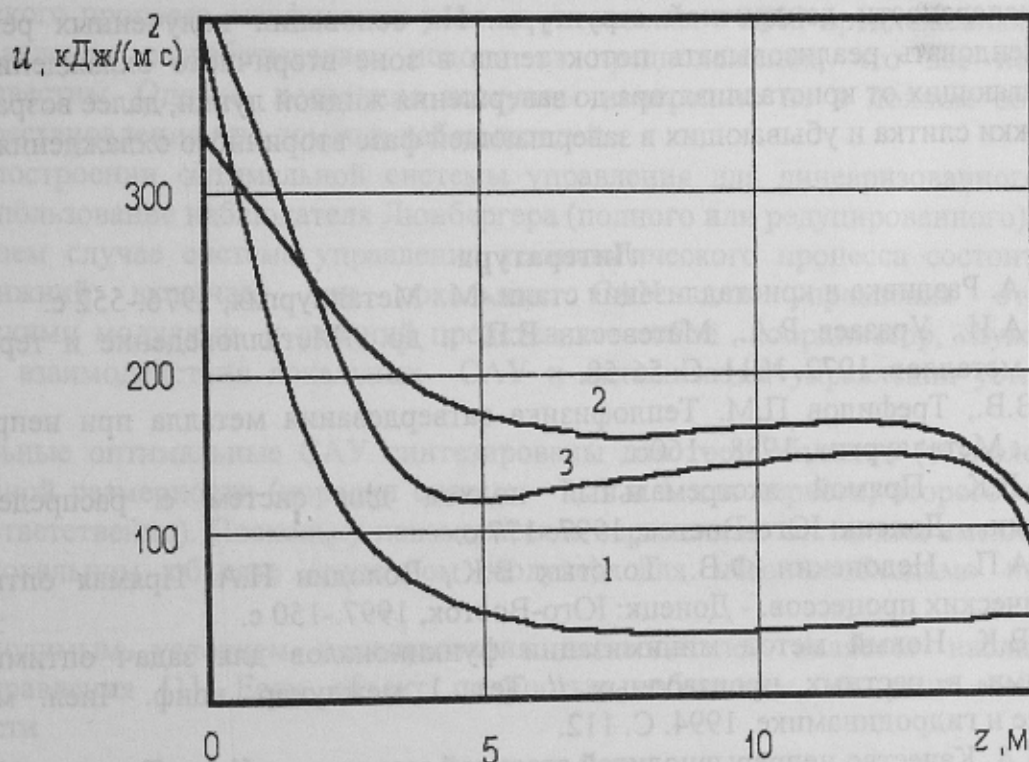


Рисунок 1 - Оптимальные режимы охлаждения

В результате минимизации уровня дисперсности при ограничениях на объема жидкой лунки и температуру выхода металла из зоны вторичного охлаждения, а также требовании минимальности градиентов температуры в твердой части металла, при весовых коэффициентах $\eta=10^5$, $\chi=10^7$, $\mu=10^3$ получен оптимальный поток – кривая 3. Минимизирующий алгоритм (3) практически сошелся за 18 итераций. При найденном тепловом потоке уровень дисперсности дендритных ветвей уменьшен, по сравнению с предыдущим расчетом в 1.1 раза. В результате сопоставления кривых 2 и 3 видно, что в начале зоны вторичного охлаждения $z_c < z < z_s$ (область жидкой лунки), функционал J_1 , определяющий уровень дисперсности влияет на получаемое решение. В этой области тепловой поток $u(z)$ явно уменьшается, что приводит к уменьшению градиентов температуры как в двухфазной зоне, в которой определяется функционал J_1 , так и в твердой корочке металла.

В обоих случаях управления внутри слитка, при $r < 0.06$ на выходе из ЗВО, температура $T(r, z)$ превышает максимально допустимые значения. Это допускается, при учете ограничения на температуру в виде функционала J_F с квадратичной функцией I_F . Вблизи поверхности слитка, при $r > 0.06$ и $z=Z$, ограничение на температуру не нарушается. Это означает, что поток тепла в данной области может быть снижен для уменьшения градиентов температуры, что и демонстрируют концы кривых на рисунке. Здесь потоки тепла резко снижаются. Следовательно, полученные оптимальные потоки тепла имеют физический смысл.

Таким образом, введение ограничения на уровень дисперсности дендритной структуры металла в форме функционала J_1 влияет на вид получаемого оптимального теплового потока в зоне вторичного охлаждения. Минимизация функционала J позволяет получить тепловой поток в зоне вторичного охлаждения, при реализации которого в слитке наблюдаются минимальные градиенты температуры в твердой корочке, объем жидкой лунки и степень дисперсности дендритной структуры. На основании полученных результатов можно рекомендовать реализовывать поток тепла в зоне вторичного охлаждения в виде функций, убывающих от кристаллизатора до завершения жидкой лунки, далее возрастающих по мере вытяжки слитка и убывающих в завершающей фазе вторичного охлаждения.

Литература

1. Ефимов В.А. Разливка и кристаллизация стали.-М.: Металлургия, 1976.-552 с.
2. Манохин А.И., Уразаев Р.А., Матевосян Е.П. и др. //Металловедение и термическая обработка металлов. 1972. №11. С. 56-58.
3. Соболев В.В., Трефилов П.М. Теплофизика затвердевания металла при непрерывном литье. - М.: Металлургия, 1988. -160с.
4. Толстых В.К. Прямой экстремальный подход для систем с распределенными параметрами. – Донецк: Юго-Восток, 1997.-177 с.
5. Огурцов А.П., Недопекин Ф.В., Толстых В.К., Володин Н.А. Прямая оптимизация теплофизических процессов. - Донецк: Юго-Восток, 1997.-150 с.
6. Толстых В.К. Новый метод минимизации функционалов для задач оптимизации с уравнениями в частных производных // Тез. 1 междунар. конф. Числ. методы в гидравлике и гидродинамике. 1994. С. 112.
7. Дюдкин Д.А. Качество непрерывнолитой стальной заготовки. - Киев: Техника, 1988.
8. Tolstykh V.K. Volodin N.A. Optimal control by heat flow in continuous casting steel. Proc. Sump. Operations Research, Braunschweig, Germany, 1996. P. 480 - 483.