СИНТЕЗ ОПТИМАЛЬНОГО КЕРУВАННЯ ЛІНІЙНИМИ ДВИГУНАМИ ПРИ ГАСІННІ КОЛИВАНЬ БАЗОВОЇ ЧАСТИНИ ТРИКООРДИНАТНОЇ ІВС

Квасніков В.П.
Черкаська академія менеджменту, м.Черкаси

Abstract.
Kvasnikov V.P Synthesis of optimum linear engine management at extinguishing of vibrations of the base part IMS in third coordinates *Considered task of synthesis of optimum linear engine management with the gas greasing of the informatively-measuring system in third coordinates, that provide extinguishing of external revolting vibrations of base mechanical part for the short interval of time with the use of principle of the Pontryagins maximum*

Вступ. В сучасних умовах розвитку промислового виробництва надзвичайно актуальним є визначення та врахування при роботі машин і механізмів дії дестабілізуючих факторів.

Серед багатьох вимог, що пред'являються до систем вимірювання механічних величин, важливою є необхідність забезпечення високих статичних і динамічних характеристик по керуванню за умов дії дестабілізуючих факторів при мінімальних відхиленнях в перехідних режимах роботи.

В теорії стійкості рухів існує ряд положень про вплив постійно діючих факторів на поведінку перехідних процесів.

Проблемі гасіння коливань механічних систем, що виникають при експлуатації механізмів машин присвячено ряд робіт [1-3]. Відомі методи не вирішують проблеми визначення та гасіння коливань фундаменту при дії на високоточні металорізальні верстати та координатно-вимірювальні машини.

В даній статті розглядається задача гасіння коливань фундаменту при дії на трикоординатну інформаційно-вимірювальну систему механічних величин для забезпечення переходу системи і збурюючого стану в стан придатний для вимірювання складних просторових поверхонь в короткий термін часу за допомогою вбудованих в демпфери лінійних двигунів з газовим змащенням. Зовнішні збурюючі фактори, що діють на базову частину координатно-вимірювальних машин, прецизійних металорізальних верстатів з ЧПК, а також трикоординатних інформаційно-вимірювальних систем (ТІВС) механічних величин можна описати звичайними диференціальними рівняннями другого порядку

$$\frac{dq_1}{dt} = q_2;$$

$$\frac{dq_2}{dt} = -\omega^2 q_1 \qquad (1)$$

де q_1 – узагальнена фазова координата, q_2 – фазова швидкість, що моделюються нормальним випадковим процесом коливання фундаменту механічної системи.

Постановка задачі. Гасіння коливань полягає в тому, щоб змінюючи значення параметру $\theta = \omega^2 \in \left[\omega^2_{min}, \omega^2_{max}\right]$, що розглядається як керуючий, перевести механічну систему, при коливаннях фундаменту, що описуються рівняннями (1) зі стану [1, 2, 4] $\{q_1(t_0) = q_{10}, \quad q_2(t_0) = q_{20}\}$

у стан

$$\{q_1(t_k)=0, \qquad q_2(t_k)=0\} \tag{2}$$

і при цьому забезпечити мінімум функціонала якості керування (задача максимальної швидкодії)

$$F=\int_{t_0}^{t_k} 1 d\tau . \tag{3}$$

З технічної точки зору керування може бути реалізовано з використанням лінійних двигунів з газовим змащенням, що вбудовані в опори базової частини ТІВС, виконують функції демпфера, для яких необхідний перехід в деякий окіл початку координат. Енергія залишкових коливань не перевищує максимальний припустимий рівень E^*. Якщо в номінальному режимі твердість установлюється максимальної $\omega=\omega_{max}$, то в кінцевий момент часу повна механічна енергія коливань базової механічної системи задовольняє умові

$$E_k=E(t_k)=0{,}5m\left(\omega_{max}^2 q_{1k}^2+q_{2k}^2\right)\le E^*,$$

де m – інерційний параметр.

Припустимо $t_0=0$, $E_k=E^*$.

Нормуючим перетворенням

$$y_1=\omega_{max}\left(2E^*/m\right)^{-1/2}q_1, \quad y_2=\left(2E^*/m\right)^{-1/2}, \quad \tau=\omega_{max}t$$

приводимо систему (1) до виду

$$y_1'=y_2; \quad y_2'=-uy_1, \tag{4}$$

де $y'=dy/d\tau;\quad u=\omega^2/\omega_{max}^2\in[x,1]$ – керуючий параметр, $x=\omega_{min}^2/\omega_{max}^2<1$.

Визначимо оптимальне керування лінійними двигунами опор

$$u_{ОПТ}:\ \min_u \int_0^{T(u)} 1d\tau=T(u_{ОПТ}),$$

яке переводить систему (4) із стану

$$\{y_1(0)=y_{10},\quad y_2(0)=y_{20}\};\quad y_{10}^2+y_{20}^2>1$$

в стан

$$\{y_1(T)=y_{1T},\quad y_2(T)=y_{2T}\}\in\Phi(T);\quad y_{1T}^2+y_{2T}^2-1=0\,. \tag{5}$$

Розв'язання задачі. Задача (4), (5) може бути розв'язана з використанням принципу максимуму Понтрягіна [4]. Розглянемо гамільтоніан

$$H=\psi_1 y_2-\psi_2 u y_1\,, \tag{6}$$

де ψ_1,ψ_2 – спряжені змінні, що задовольняють канонічним рівнянням

$$d\psi_1/d\tau=\psi_1'=-\partial H/\partial y_1=u\psi_2\,,\quad d\psi_2/d\tau=\psi_2'=-\partial H/\partial y_2=-\psi_1\,. \tag{7}$$

згідно з принципом максимуму Понтрягіна оптимальне керування $u_{ОПТ}(\tau)$ і відповідні йому оптимальні розв'язки систем (4) і (7) в кожен момент часу τ, $0\le\tau\le T$, задовольняють умові

$$\max_u H(y(\tau),\psi(\tau),u(\tau)) = H(y_{ОПТ}(\tau),\psi_{ОПТ}(\tau),u_{ОПТ}(\tau)) = M(u_{ОПТ}(\tau),\tau),$$

де $y(\tau)=\xi\{y_1(\tau),y_2(\tau)\}$; $\psi(\tau)=\xi\{\psi_1(\tau),\psi_2(\tau)\}$.

Звідки з урахуванням виразу (6) випливає, що

$$u_{ОПТ} = \begin{cases} x, & \psi_2 y_1 > 0; \\ 1, & \psi_2 y_1 < 0. \end{cases} \tag{8}$$

Співвідношення (8) визначає оптимальне керування лінійними двигунами.

Умова (8) може бути справедливо лише на деякій сукупності ізольованих точок $\tau_p \in [0,T]$, $p \in N$, що дозволяє довизначити функцію $u_{ОПТ}$ на цій множині нульової міри з умов її неперервності на кінцях. При цьому оптимальне керування стає кусково-постійною функцією і на кожному інтервалі сталості може приймати значення або $u_{ОПТ}=1$, або $u_{ОПТ}=x$ [1, 2]. Ці умови є тільки достатніми.

Дослідимо, коли розв'язки систем (4) і (7) задовольняють необхідним умовам оптимальності у формі принципу максимуму Понтрягіна.

При розгляді керованих процесів у прямій системі будемо використовувати фазову площину (y_1, y_2) на який фінальна множина (5) є одиничним колом.

Оптимальна траєкторія, що є розв'язком задачі, закінчується в точці

$$\{y_{1T}=tg\alpha, y_{2T}=sin\alpha\}, \quad \alpha\in[-\pi,\pi] \tag{9}$$

Відповідно до умов трансверсальності [4] вектор

$$\psi(T)=\xi\{\psi_1(T),\psi_2(T)\}$$

нормальний до кола (5) у точці $\{y_{1T}, y_{2T}\}$ та у загальному виді може бути представлений як:

$$\psi(T)=\lambda\, grad\Phi(T)=2\lambda\xi\{y_{1T},y_{2T}\}, \tag{10}$$

де $\lambda = const$.

Відповідно до принципу максимуму Понтрягіна скалярний добуток

$$(\psi(T), f_T) = H(y(T),\psi(T),u_{ОПТ}(T)) = M(u_{ОПТ}(T))$$ невід'ємний.

Тому вектор $\psi(T)$ повинен бути спрямований в середину кола (5), наприклад, $\lambda=-1/2$. З виразу (10) маємо

$$\psi_1(T)=\psi_{1T}=-tg\alpha=-y_{1T};\ \psi_2(T)=\psi_{2T}=-\sin\alpha=-y_{2T}. \tag{11}$$

Підставимо вирази (9), (11) у формулу (6) маємо, що на оптимальній траєкторії функція

$$M(u_{ОПТ}(\tau),\tau)=[u_{ОПТ}(T)-1]tg\alpha\sin\alpha\ge 0. \tag{12}$$

Величина $u_{ОПТ}(T)$ приймається як оптимальне керування гасіння коливань базової механічної частини на останній ділянці фазової траєкторії.
З урахуванням структури (8) оптимального керування запишемо рішення систем (4) і (7) на кожній ділянці сталості керуючого параметра:

$$y_{1i} = -A_i ctg\left(\Delta T_i \sqrt{u_{ОПТi}} + \beta_i\right); \quad y_{2i} = -A_i \sqrt{u_{ОПТi}}\, sin\left(\Delta T_i \sqrt{u_{ОПТi}} + \beta_i\right);$$

$$\psi_{2i} = B_i\, sin\left(\Delta T_i \sqrt{u_{ОПТi}} + \xi_i\right); \quad \psi_{1i} = B_i \sqrt{u_{ОПТi}}\, ctg\left(\Delta T_i \sqrt{u_{ОПТi}} + \xi_i\right),\ i = \overline{1,L}, \qquad (13)$$

де $\Delta T_i = \tau_i - \tau_{ki}$ $\left(\tau_i \in [0, \tau_{ki}], \tau_{ki} > 0\right)$ – інтервал сталості; L – число інтервалів; $A_i > 0$, $B_i > 0$ і β_i, ξ_i – амплітуда і фаза коливань (розв'язків прямої і спряженої системи), причому

$$A_i^2 = y_{1i}^2 + y_{2i}^2 / u_{ОПТi}; \quad -ctg\beta_i = y_{1i}(\tau_{ki}) / A_i; \quad sin\,\beta_i = -y_{2i}(\tau_{ki}) / \left(A_i \sqrt{u_{ОПТi}}\right);$$

$$B_i^2 = \psi_{2i}^2 + \psi_{1i}^2 / u_{ОПТi}; \quad sin\xi_i = \psi_{2i}(\tau_{ki}) / B_i; \quad ctg\xi_i = \psi_{1i}(\tau_{ki}) / \left(B_i \sqrt{u_{ОПТi}}\right). \qquad (14)$$

Перше рівняння (14) є рівняння *j*-ї ділянки траєкторії базової механічної системи на фазовій площині (y_1, y_2). Звідси безпосередньо випливає, що при $u_{ОПТi} = 1$ фазова траєкторія пружного елемента являє собою дугу кола з центром на початку координат і радіусом, рівним амплітуді A_i а при $u_{ОПТi} = x$ – дугу еліпса, одержуваного стиском кола по осі OY_2 з коефіцієнтом $\sqrt{x}$. Фазова точка рухається за годинниковій стрілці.

Фізичним змістом є переключення на максимальну тягову силу лінійного двигуна при виконанні граничних умов (5).

Дійсно, при $u_{ОПТ}(T) = 1$ фінітна множина (5) недосяжна в силу концентричності кола (5) і фазової траєкторії, тому нерівність (12) задовольняється лише в тому випадку, коли фазова точка належить фінітній множині.

Висновок.

Розроблено оптимальну структуру керування гасіння коливань механічної системи до заданого рівня з великою швидкодією за рахунок подачі відповідних керуючих впливів на лінійні двигуни з газовим змащенням.

Література

1. Сазыкин В.Т. Формирование основных требований к новому поколению автоматизированных систем управления // Промышленная энергетика.-1995.-№8.-С. 19-24.
2. Шалымов С.В. Известия ВУЗов. Приборостроение.–1998.–Т.41, №6.-С.36-40.
3. Mirushnik I., Bultunov G., Shiegin V. Problems of Sensing and Spatial Motion control in Active Robotics // Proc. Of Intern. Conf on Infomatics and Control St. Petersburg.-1997.-Vol. 3, P. 1267-1276.
4. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике (для научных работников и инженеров).-М.: Наука, 1974.-920 с.
5. Мерриэм К., Теория оптимизации и расчет систем управления с обратной связью.-М.: Мир, 1967.-293 с.
6. Смит Дж. Математическое и цифровое моделирование для инженеров и исследователей.-М.: Наука, 1980.-320 с.