ОПТИМИЗАЦИОННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ РАБОТЫ ВЕРТИКАЛЬНОГО ДРЕНАЖА

Рыбников П. А.
Всероссийский научно-исследовательский институт
гидротехники и мелиорации им. А.Н. Костякова, ВНИИГиМ,
127550 Москва, ул. Большая академическая 44
uhm@mail.ur.ru

Abstract

Ribnikov P.A. Vertical drainage optimization and economics. *Problem of negative ecological processes minimization with optimal finance contribution is discussed. The optimal scheme prevention of land flooding is offered. The economical criteria is considered. An example of homogenous aquifer is presented.*

Введение

Проблема борьбы с подтоплением земель актуальна при строительстве (промышленном и гражданском), мелиорации земель. Сходные проблемы появляются после завершения разработки месторождений твердых полезных ископаемых и прекращения связанного с отработкой водоотлива. Одним из эффективных способов борьбы с подтоплением является вертикальный скважинный дренаж. Использование этого инженерного метода защиты территорий сопряжено со значительными финансовыми затратами. При проектировании необходимо обосновать рациональные дренажные мероприятия при минимуме расходов. Подземные воды подтопленных территорий часто не удовлетворяют по своему качеству санитарным нормам и не пригодны, без предварительной очистки, ни к использованию, ни к сбросу в речную сеть, что в свою очередь ведет к удорожанию эксплуатации дренажных систем. Обоснование эффективной схемы дренажа связано с решением многовариантных модельных задач. Обычно выбор рациональной схемы принадлежит эксперту-проектировщику, который принимает решение, базируясь больше на субъективном опыте, чем на каких-то формальных положениях. Экономическая сторона вопроса оценивается грубо, чаще всего в проект закладывается максимум затрат. Определение оптимальных характеристик и получение критериев экономической эффективности, базирующихся на решении задач оптимизации, позволяет уменьшить неопределенность, связанную с недостаточной формализацией, при принятии инженерных решений на стадии проектирования.

Постановка задачи

1) Рассматривается упругий режим откачки из совершенной скважины в планово-однородном гомогенном пласте, описываемый дифференциальным уравнением планово - радиального нестационарного фильтрационного потока [1]

$$\mu \frac{\partial S}{\partial t} = \frac{T}{r} \frac{\partial}{\partial r}\left(r \frac{\partial S}{\partial r}\right) - v_k - v_n \tag{1}$$

где $S=H-H_0$, понижение напора относительно начального уровня H_0, T - проводимость и μ - упругая емкость пласта, v_k и v_n- скорости перетекания через кровлю и подошву пласта.

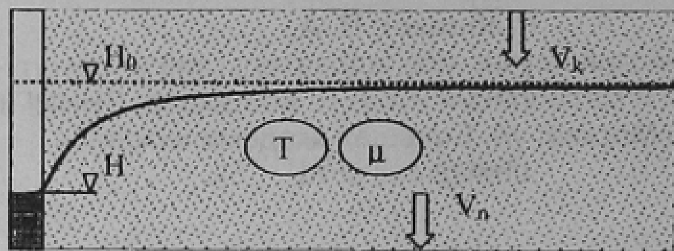


Рисунок-1. Откачка из совершенной скважины в планово-однородном гомогенном пласте

2) Область подтопления определяется условием

$$M_P(x,y,t) = \{(x,y) \mid (x,y) \in M \cap (Z(x,y) - H(x,y,t) \le h_d \tag{2}$$

где $H(x,y,t)$ - уровень воды над поверхностью сравнения, h_d - допустимое расстояние до поверхности, $z=Z(x,y)$, $(x,y)\in M$ - уравнение рельефа местности.

Потери от вывода земель за единицу времени в исходном состоянии составляют

$$W_p(0) = c_p F_0$$

где F_0 - первоначальная площадь зоны подтопления

3) При откачке из скважины жидкости с расходом $Q(t)$ в течение времени $(0,t_0)$ происходит уменьшение площади зоны подтопления. Для определения зоны подтопления решается задача определения уровня воды в выбранной области при заданном режиме откачки в условиях имеющегося притока загрязнений и питания. После чего по условию (2) находится область подтопления и ее площадь $F(t_0,Q)$ в момент времени t_0 при изменении расхода по закону $Q(t)$. Потери в момент t_0 будут составлять

$$W_p(t_0,Q)=c_pF(t_0,Q) \tag{3}$$

В то же время затраты на откачку, транспортировку и очистку воды за промежуток времени $(0,t_0)$ составят

$$W_0(t_0,Q)=c_0\int_0^{t_0} Q(t)dt \tag{4}$$

4) Будем минимизировать за рассматриваемый промежуток времени сумму потерь и затрат, т.е.

$$\min J= \min(c_0\int_0^{t_0} Q(t)dt + c_p F(t_0,Q)) \tag{5}$$

при условиях

$$Q \le Q_*, \quad t\le t_* \tag{6}$$

Можно решать задачу для другого критерия эффективности. Определим следующим образом доход от возвращения подтопленных земель за время t_0

$$P(t_0,Q)=c_v\,(F_0-F(t_0\;,Q))$$

Найдем минимум разности между затратами на откачку и доходами от возвращения земель, т. е.

$$min\,J= min(c_0\int_0^{t_0} Q(t)dt + c_v(F_0 - F(t_0,Q))) \tag{7}$$

Решение задач выполняется в системе компьютерной алгебры *Mathematica-3*, компании *Wolfram Research Inc.*, обладающей широкими возможностями для решения научных и учебных задач в области математики и математически сформулированных задач из других областей [2].

Моделирование осушения подтопленных земель одиночной скважиной и оптимизация экономической эффективности

Применим предложенный подход для решения задачи осушения затопленного участка с плоским горизонтальным рельефом одиночной скважиной, расположенной в его центре. Исходный уровень воды на всем участке одинаков и равен H_0, а заданный допустимый уровень H-h_d. Понижение уровня определяется по формуле Тейса [1]

$$S=\frac{Q}{4\pi k^*m}W(u),\;u=\frac{r^2}{4at},\;T=k^*m, \tag{8}$$

где

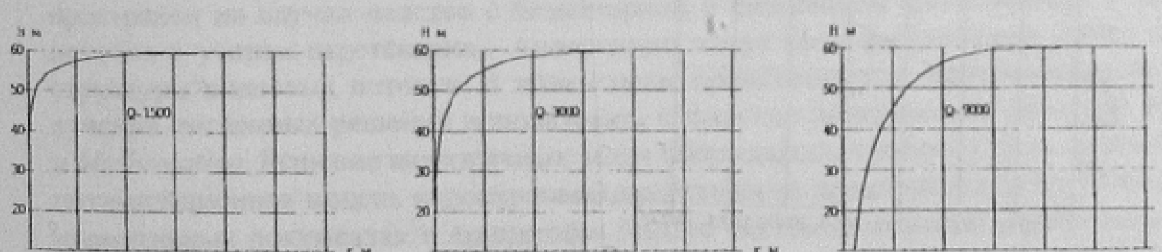
$$W(u) =-Ei(-u)=\int_u^\infty \frac{e^{-x}}{x}dx\,.$$

Определим в *Mathematica* функцию понижения напора

```
Sr[r_, Q_, T_, a_, t_] := - Q/(4 π T) ExpIntegralEi[- r^2/(4 a t)];
```

Построим график напоров в пласте через время t=30 суток после начала откачки для различных расходов Q. При H_0=60 м, a=10^4 м^2/сут, k^*m=60 м^2/сут, Q = 1500, 3000, 9000 м^3/сут.

```
T = 60; a = 10^4; H0 = 60;
p = {H0 - Sr[r, 1500, 60, 10^4, 30], H0 - Sr[r, 3000, 60, 10^4, 30], H0 - Sr[r, 9000, 60, 10^4, 30]}
deskr = {{1250, 45}, {1250, 45}, {1250, 45}} txt = {"Q=1500", "Q=3000", "Q=9000"}
g = Table[Plot[p[[i]], {r, 5, 3000}, AxesLabel -> {"r м", "H м"}, GridLines -> Automatic,
  PlotRange -> {10, 60}, Epilog -> Text[txt[[i]], deskr[[i]]]], {i, 1, 3}]
```



а) б) с)

Рисунок 2. Напоры в пласте через месяц после начала откачки с расходом а) Q =1500, б) Q = 3000 и с) Q = 9000 м^3/сут.

Пусть h_d=2м необходимое расстояние от поверхности земли до уровня подземных вод, тогда радиус осушения при откачке с дебитом 3000 м^3/сут, в течение месяца, найдем как абсциссу точки пересечения кривой напора с прямой $y=H_0-h_d$.

```
hd = 2 ; y = H0 - hd; g = FindRoot[ H0 - Sr[r, 3000, 60, 10^4, 30] == y, {r, 200.}]
{r → 812.904}
```

Таким образом, осушенная площадь в гектарах равна

```
σ = Pi g[[1, 2]]^2 * 10^-4
```

σ =207.6 га

Радиусы осушения для различных расходов откачки через месяц после ее начала и соответствующий график этой зависимости приводятся ниже на рис.3.

```
n = 280; q0 = 200; t0 = 30; y0 = 58; Array[z, {n, 2}]; q = q0; δ0 = 100; δ = δ0;
Do[x = FindRoot[H0 - Sr[r, q, 60, 10^4, t0] == y0, {r, 100.}];
  z[i, 1] = q; z[i, 2] = x[[1, 2]]; zf[i, 1] = q; zf[i, 2] = Pi * x[[1, 2]]^2 * 10^-4; q = q + δ, {i, n}];
Z = Array[z, {n, 2}]; ZF = Array[zf, {n, 2}];
```

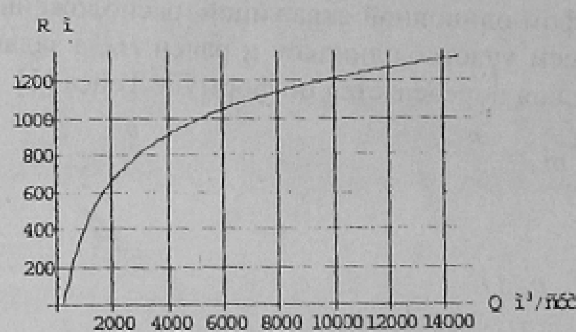


Рисунок 3 - Радиусы осушения пласта через месяц после начала откачки для различных расходов

Найдем площади, осушенные через месяц, для различных расходов откачки и построим соответствующий график. Представим последний график аналитически с помощью сплайн интерполяции

```
F = Interpolation[ZF, InterpolationOrder -> 3];
Gp = Plot[ F[Q], {Q, 200, 25000}, AxesLabel -> {"Q m^3/sut", "Площадь осушения в га"}
  , GridLines -> Automatic]
```

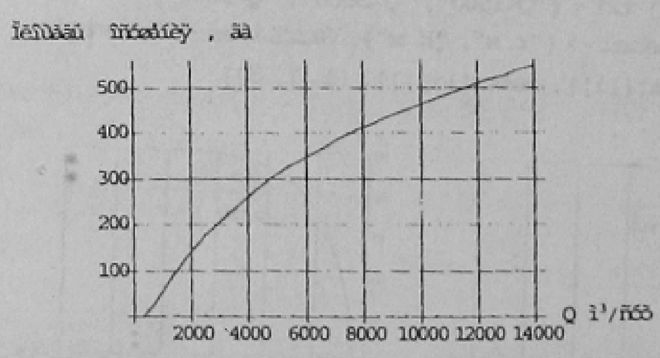


Рисунок 4 - Площадь осушения пласта через месяц после начала откачки для различных дебитов

Будем определять максимум прибыли, которая равна разности между доходами от возвращения осушенных земель и расходами на откачку

$$J(Q)=c_v F - c_0 Q t_0 \tag{9}$$

Найдем максимум критерия, оптимальный расход откачки и возвращенную площадь для c_v=20000 р/га, c_0=3 р/м^3. График функционала приведен на рис. 5.

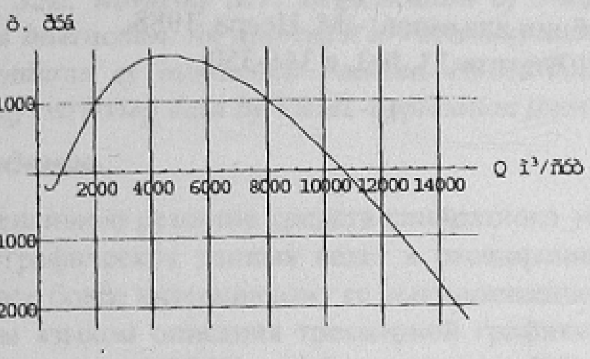


Рисунок 5- Значения критерия эффективности при откачке из пласта в течение месяца

Как видно из графика при расходе откачки более 10500 м^3/сут, общие финансовые затраты превышают полученную прибыль, работы становятся не рентабельными. Найдем оптимальное значение дебита откачки, посчитаем полученную прибыль и выведенные из зоны подтопления территории.

```
FindMinimum[-0.8 F[Q] + 0.03 Q , {Q, 5000}]
{-1668.46, {Q → 4561.04}}
F[4561.03828400764665]
```

Максимум функционала достигается при $Q \approx 4561$ м^3/сут, приносит прибыль около 1668 тыс. руб. и при этом осушается площадь 288 га.

Заключение

Предложенный в статье метод моделирования осушения подтопленных земель одиночной скважиной и оптимизации экономической эффективности может быть распространен на случаи пластов с безнапорной и смешанной фильтрацией, а также для потоков с учетом перетекания. Аналогично могут быть рассмотрены более сложные структуры плановых потоков. В этом случае представляется целесообразным для получения численных решений использовать совместно программные системы *ModFlow и Mathematica*. Решение аналогичных задач обсуждалось в работе [5], но рассмотренная оптимизационная модель водоохранной деятельности предприятия базируется лишь на нормативных документах и принятой в России системой штрафов. Природная среда и антропогенное воздействие прямо в работе не рассматривается. В области гидрогеологии внимание задачам оптимизации уделено в работах [3], [4] но вопросы экономической оптимизации остаются не рассмотренными. Решение задач подобной направленности в последние годы становится все более актуальным. На основе решения задачи возможна разработка различных стратегий борьбы с подтоплением, оптимальной работы дренажных систем при отработке месторождений полезных ископаемых.

Литература

1. Шестаков В.М. Гидрогеодинамика.- М.: МГУ, 1995.
2. Дьяконов В. Mathematica 4: учебный курс - СПб: Питер, 2001.
3. Гавич И.К. Теория и практика применения моделирования в гидрогеологии. – М.: Недра, 1980.
4. Гавич И.К. Гидрогеодинамика: Учебник для вузов. - М. Недра, 1988.
5. Цхай А.А. и др.// Водные ресурсы, 1996, том 23, №3, с 346-350.

Поступила в редакційну колегію 16. 11.2001 р.