ДЕТЕРМИНИРОВАНАЯ ОЦЕНКА ДЛИНЫ ПСЕВДОСЛУЧАЙНОГО ТЕСТА ОЗУ

Зинченко Ю.Е.
Кафедра ЭВМ ДонГТУ

Abstract

Zinchenko J. A deterministic technique for the calculation of the number of pseudorandom test patterns of RAM. In the first part of the article a mathematical model of functional faults including static and pattern - sensitive faults is described. In the second part the testability conditions of the functional faults of RAM for an arbitrary test are obtained. On the basis of these conditions the formulas for calculations of the number of pseudorandom test patterns of RAM providing 100% average faults are obtained. The results of faults modeling of RAM are presented.

Введение

При псевдослучайном тестировании цифровых устройств вообще и ОЗУ, в частности, как правило, применяется вероятностный подход расчета длины теста. При этом псевдослучайный тест (ПСТ) аппроксимируется идеальным случайным, длина которого определяется требуемой вероятностью обнаружения (покрытия) заданных неисправностей [1-3]. Такой подход делает принципиально невозможным обеспечить 100%-ю полноту покрытия неисправностей, так как в этом случае требуется тест бесконечной длины. В тоже время М-последовательность, на основе которой, как правило, строится ПСТ, наиболее близко приближающийся по вероятностным характеристикам к идеальной случайной последовательности, по своей физической природе является детерминированной [4-5]. Детерминированный характер М-последовательности однозначно определяет наличие верхней границы длины ПСТ. Поиску числовых значений такой границы и посвящается настоящая работа.

Решение указанной задачи выполняется в два этапа. На первом этапе выводятся зависимости, формально выражающие условия тестируемости функциональных неисправностей ОЗУ для теста произвольного вида, а затем, на втором этапе, на основе полученных зависимостей определяется длина ПСТ, обеспечивающего 100%-е покрытие моделируемых неисправностей ОЗУ.

1. Модели функциональных неисправностей ОЗУ

Функциональные неисправности (ФН) ОЗУ получили широкое распространение в технической диагностике вследствие широкого охвата и адекватного отражения физических неисправностей, наглядности и широких возможностей формализации алгоритмов тестирования. Этим объясняется их использование в данной работе. Рассмотрим обобщенную структуру ОЗУ и основные виды его ФН.

Обобщённая структура ОЗУ представлена на рис. 1. ОЗУ имеет информационные входную I и выходнуюW шины разрядностью m, адресный вход A и управляющие входы для инициализации операций "ЗАПИСЬ" (ЗП) и "ЧТЕНИЕ" (ЧТ). Состоит ОЗУ из n регистров — минимально адресуемых объектов R_i, $i=\overline{1,n}$, каждый из которых содержит m ячеек памяти. Обозначив μ- ю ячейку регистра R_i через $r_i(\mu)$, сам регистр можно представить множеством $R_i=\{r_i(\mu)\}$, $\mu=\overline{1,m}$. μ -й разряд входной и выходной инормационных шин будем обозначать как $I(\mu)$ и $W(\mu)$ соответственно.

В наиболее полном виде модели ФН ОЗУ представлены в работах [6-11]. Опишем содержимое регистров ОЗУ объединяется поразрядной дизъюнкцией: $W = \bigvee_{\nu=1}^{n} \rho_{i\nu} R_{\nu}$. При попытке записи в регистр R_i ОЗУ с неисправностью НВ слова оно записывается во все выбираемые регистры.

__*Неисправности связи*__ (НС) запись в ячейку $r_i(\nu)$, изменяющая её состояние из "1" в "0" или из "0" в "1" вызывает также изменение состояния ячейки $r_j(\mu)$, $(i,\nu) \neq (j,\mu)$, независимо от состояния других ячеек. Из этого не следует, что изменение состояния $r_j(\mu)$ влечёт изменение состояния $r_i(\nu)$. Ячейка называется связанной, а ячейка $r_i(\nu)$ — связывающей [11]. НС могут быть вызваны ёмкостной связью межлу ячейками или током утечки из одной ячейки в другую. Связь как правило происходит между физически смежными ячейками в больших ОЗУ с проходами шириной меньше 3 мкм [11]. Рассматривается произвольное подмножество НС такое, что соответствующее ему множество связанных ячеек не содержит совпадающих элементов. Допускается равенство $\nu = \mu$,т.е. $r_i(\nu)$ и $r_j(\mu)$ могут принадлежать одному регистру. НС между двумя ячейками $r_i(\nu)$ и $r_j(\mu)$ будем обозначать как НС $(i,\nu \to j,\mu)(y,x), где\ x,y \in \{0,1\}$, если связь проявляется при изменении состояния $r_i(\nu)$ из $y \to \bar{y}$ и при состоянии $r_j(\mu) = x$.

КН, НП, КЗ и НВ будем называть неисправностями статического, а НС — динамического типов. Множество неисправностей статического типа, в котором определены неисправности одного вида, будем называть моделью статических неисправностей ОЗУ и обозначать как $M^C = \{КН, НП, КЗ, НВ\}$. Множество неисправностей статического и динамического типов, в котором определены неисправности одного вида, будем называть моделью динамичских неисправностей ОЗУ и обозначать как $M^\partial = \{M^C,\ НС\} = \{КН,\ НП,\ КЗ,\ НВ,\ НС\}$.

2. Формальные условия тестируемости ОЗУ

Под условием тестируемости одной или группы неисправностей будем подразумевать требования, предъявляемые к тесту ОЗУ, которые необходимо выполнить для обнаружения неисправностей. Для формализованного выражения этих условий приведём в начале формальное представление теста ОЗУ.

Пусть $T_\nu = \{S^l(\nu)\}, l = \overline{1,k}$ — последовательность элементов $\tau_i^l(\nu) \in \{0,1\}$, генерируемая на ν -ом информационном входе ОЗУ, где $S^l(\nu) = \{\tau_i^l(\nu)\}, i = \overline{1,n}$, назовём её l- сегментом. Множество l - сегментов, генерируемых на всех информационных входах ОЗУ обозначим как $S^l = \{S^l(\nu)\}, \nu = \overline{1,m}$. Тогда общий тест T ОЗУ можно представить как множество последовательностей - $T = \{T(\nu)\}$ и множество сегментов - $T = S^l$ (см. рис.2). Процесс тестирования ОЗУ представим k циклами, в каждом из которых осуществляется чтение предыдущего S^{l-1} и запись текущего S^l сегментов. При записи сегмента S^l в регистр R_i записывается вектор t_i^l, а в его ν-разряд - $r_i(\nu)$ - элемент $\tau_i^l(\nu)$. В зависимости от чередования операций "ЗАПИСЬ" и ЧТЕНИЕ" будем рассматривать две процедуры тестирования: по процедуре А они будут чередоваться через одну, а по процедуре В — через n операций. В любом случае задаётся линейная схема перебора адресов (адреса выбираются в порядке возрастания).

Введём обозначения для множеств: $M_n = \{1,\dots,n\}$, $M_m = \{1,\dots,m\}$, $M_k = \{1,\dots,k\}$ и проведём далее исследование тестируемости адресной логики ОЗУ.

Произвольную логическую операцию * над регистрами $R_a = \{r_a(\nu)\}$ и $R_b = \{r_b(\nu)\}$ определим таким образом, что результатом её выполнения является регистр $R_c = \{r_c(\nu)\}$, основные виды этих неисправностей.

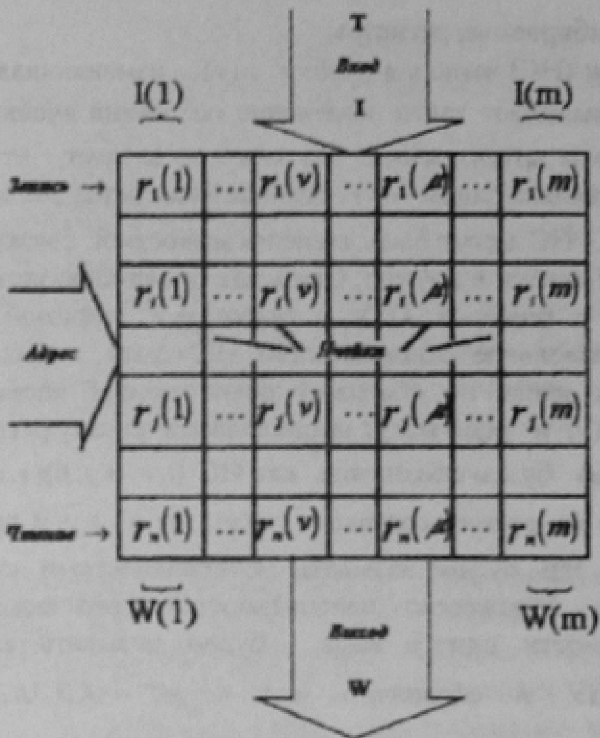

Рис.1 Структура ОЗУ

<u>*Константные неисправности*</u> (КН) — постоянное состояние ($\equiv 0$ или $\equiv 1$) произвольного подмножества ячеек памяти, входных и выходных информационных шин, а также шин логики "ЧТЕНИЕ/ЗАПИСЬ". Как отмечалось в [5], КН ячеек памяти покрывают все остальные неисправности этого вида, поэтому будем рассматривать лишь КН ячеек памяти.

<u>*Неисправности переключения*</u> (НП) — ячейка памяти не переходит из состояния $s \in \{0,1\}$ в состояние $\bar{s}$ при попытке записи в неё значения $\bar{s}$.

<u>*Короткое замыкание*</u> (КЗ) и ёмкостные связи между входами (выходами) ячеек памяти и цепями данных. Ограничемся рассмотрением КЗ между входами произвольного подмножества ячеек памяти, так как они покрывают все остальные неисправности данного вида [8-10]. При наличии КЗ между некоторым подмножеством $\{r_i(\nu), r_j(\mu), \ldots, r_\omega(\psi)\}$ ячеек попытка чтения регистра R_i, содержащего ячейку $r_i(\nu)$ приводит к тому, что на ν-м разряде W ОЗУ вместо содержимого $r_i(\nu)$ выставляется конъюнкция содержимого элементов этого подмножества: $W(\nu) = r_i(\nu) \,\&\, r_j(\mu) \& \ldots \& \, r_\omega(\psi)$.

<u>*Неисправности выборки*</u> (НВ) — неисправности адресной логики, состоящие в том,что вместо данного регистра выбирается произвольное подмножество регистров, в том числе и пустое. Назовём матрицей выборки ОЗУ матрицу $\Re = [\rho_{i\nu}]$ размерностью nxn, где $\rho_{i\nu} \in \{0,1\}$, $\Re_i$ ($\Re^{\nu}$) — ее i-й строкой (ν -м столбцом), в которой на пересечении i-й строки с ν-м столбцом стоит элемент $\rho_{i\nu} = 1$, если при задании адреса регистра R_i выбирается регистр R_ν; $\rho_{i\nu} = 0$, если R_ν не выбирается.

Определение 1. *ОЗУ содержит НВ, если* $\Re \neq \mathrm{E}$, *где* E *— единичная матрица размерностью* $n \times n$.

Рассмотрим влияние НВ на характер функционирования ОЗУ. При чтении R_i на выходе W ОЗУ выставляется результат поразрядной дизъюнкции или конъюнкции, в зависимости от схемотехники, тех регистров, номера которых соответствуют единичным коэффициентам строки $\Re_i$. В дальнейшем для определённости будем предполагать, что

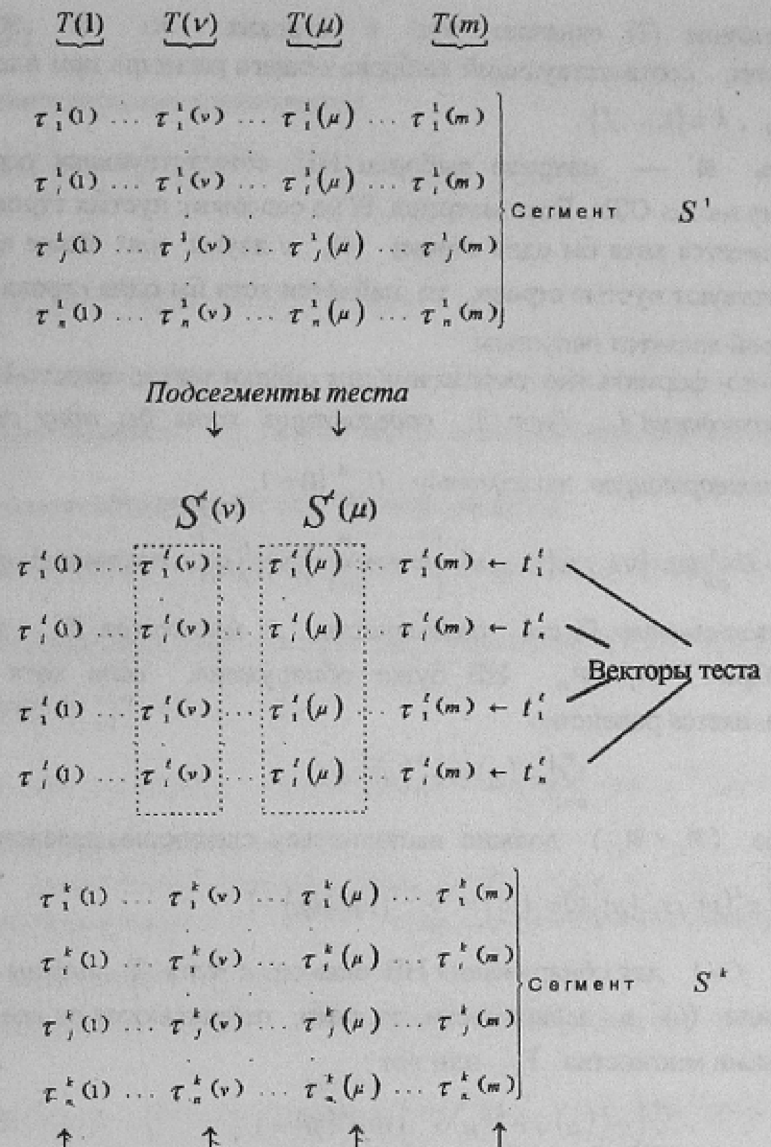

Рис.2 Структура теста Т ОЗУ

значение каждого разряда которого определяется операцией * над соответствующими разрядами : $R_c = R_a * R_b$, $r_c(\nu) = r_a(\nu) * r_b(\nu)$.

Лемма 1. НВ, для которой выполняются соотношения :

$$R \neq E, \quad \Re_i \neq \varnothing, \quad \Re^i \neq \varnothing, \quad \Re^j \neq \varnothing, \Re_i \wedge \Re_j = \varnothing, \quad \Re^i \wedge \Re^j = \varnothing, \quad i, j = \overline{1, n}, \quad i \neq j \tag{1}$$

является несущественной.

Соотношения (1) означают, что в каждой строке и столбце $\Re$ содержится ровно по одной единице, поэтому всегда будет выбираться один регистр, причем индивидуальный для каждого адреса. Такая неисправность приводит лишь к переконфигурации адресного пространства, но не отражается на правильности функционирования ОЗУ, что говорит о несущественности неисправности.

Некоторой строке $\Re_i$, содержащей $f \in M_n$ единиц, поставим в соответствие множество строк $F_i = \{\Re_{i1}, \Re_{i2}, \ldots, \Re_{if}\}$, $i1 < i2 < \ldots < if$, такое, что между её элементами и $\Re_i$ выполняется сотнощение

$$(\Re_i \wedge \Re_{ir}) \wedge (\Re_{ir+1} \vee \Re_{ir+2} \vee \ldots \vee \Re_{if}) \neq \varnothing \tag{2}$$

Выражение (2) означает, что в строках $\Re_i$ и $\Re_{ik}$ имеется хотя бы один элемент, соответствующий выборке общего регистра при инициализации регистров R_i и R_{ik}, $k \in \{1,\dots,f\}$.

Пусть $\Re'$ — матрица выборки НВ, сответствующая переконфигурации адресного пространства ОЗУ. Если матрица $\Re$ не содержит пустых строк, $\Re \neq E$ и $\Re \neq \Re'$, то в $\Re$ имеется хотя бы одна строка $\Re_i$ с двумя или более единицами. Так как в $\Re$ отсутствуют пустые строки, то найдётся хотя бы одна строка $\Re_j$, пересечение $\Re_i$ с которой является непустым.

Получим формальные выражения для оценки тестируемости НВ.

Утверждение 1. *Тест T, содержащий хотя бы одну пару элементов $\tau_i^l(\mu), \tau_j^l(\mu)$ удовлетворяющую тождеству $U_{HB}^{A}(l) = 1$,*

где $U_{HB}^{A}(l)$: $(\forall i, j \in \{1,\dots,n\})\left[i \neq j \rightarrow \bigvee_{\mu=1}^{m} \bar{\tau}_i^l(\mu)\tau_j^l(\mu)\right]$,покрывает все НВ ОЗУ по процедуре А.

Доказательство. Пусть размерность f множества F_i для некоторой строки равна 1. При $\Re_i = \Re_{i1}$ НВ будет обнаружена, если хотя бы для одного $l \in M_k$ выполняется равенство

$$\bigvee_{\mu=1}^{m}\left(\tau_i^l(\mu) \oplus \tau_{i1}^l(\mu)\right) = 1 \tag{3}$$

Иначе $(\Re_i \neq \Re_{i1})$ должно выполняться следующее равенство

$$\bigvee_{\mu=1}^{m}\left(\left(\tau_i^l(\mu) \vee \tau_{i1}^l(\mu)\right) \oplus \tau_i^l(\mu)\right) = \bigvee_{\mu} \bar{\tau}_i^l(\mu)\tau_{i1}^l(\mu) = 1 . \tag{4}$$

При $f > 1$ для обнаружения НВ элементы теста T должны удовлетворять уравнению (5) или (6) в зависимости от того, покрываются ли все единичные элементы $\Re_i$ строками множества F_i, или нет :

$$\bigvee_{\mu=1}^{m}\left(\tau_{i1}^l(\mu) \vee \tau_{i2}^l(\mu) \vee \dots\right) \oplus \tau_i^l(\mu) = 1 , \tag{5}$$

$$\bigvee_{\mu=1}^{m}\left(\tau_i^l(\mu) \vee \tau_{i1}^l(\mu) \vee \tau_{i2}^l(\mu) \vee \dots\right) \oplus \tau_i^l(\mu) = 1 . \tag{6}$$

Однако соотношения (3), (5) и (6) выполняются, если выполняется (4), что и требовалось доказать.

Получим аналогичные соотношения для процедуры В.

Утверждение 2. *Тест T, содержащий хотя бы одну тройку элементов $\tau_i^l(\mu), \tau_j^l(\mu), \tau_i^{l+1}(\mu)$, удовлетворяющих тождеству $U_{HB}^{B}(l) = 1$,*

где $U_{HB}^{B}(l)$: $(\forall i, j \in M_n)\left[i \neq j \rightarrow \bar{\tau}_i^l(\mu)\tau_j^l(\mu) \vee \tau_i^{l+1}(\mu)\bar{\tau}_j^l(\mu)\right]$, покрывает все НВ по процедуре В.

Доказательство. Рассмотрим непустое множество F_i некоторой строки $\Re_i$ матрицы $\Re$. НВ будет обнаружена в момент чтения R_i, если выполняется тождество (4). Согласно процедуры В, после чтения R_i будет производиться запись в R_i вектора t_i^{l+1}. Так как $\Re_i$ и $\Re_{il}$ имеют общие элементы, равные единице, то для обнаружения НВ в момент чтения R_{il} должно выполняться равенство

$$\bigvee_{\mu=1}^{m}\left[\left(\tau_{i1}^l(\mu) \vee \tau_i^{l+1}(\mu)\right) \oplus \tau_{i1}^l(\mu)\right] = \bigvee_{\mu} \bar{\tau}_{i1}^l(\mu)\tau_i^{l+1}(\mu) = 1,$$

для $\nu = 1$ при неравенстве $\Re_i \neq \Re_{il}$, а при $\Re_i = \Re_{il}$ равенство

$$\bigvee_{\mu=1}^{m}\left(\tau_{i}^{l+1}(\mu)\oplus\tau_{i1}^{l}(\mu)\right)=1\ . \qquad (7)$$

Для $\nu>1$ получаем соответствующие соотношения:

$$\bigvee_{\mu=1}^{m}\left[\left(\tau_{i}^{l+1}(\mu)\vee\ldots\vee\tau_{i1}^{l}(\mu)\right)\oplus\tau_{i1}^{l}(\mu)\right]=\bigvee_{\mu}\bar{\tau}_{i1}^{l}(\mu)\left(\tau_{i}^{l+1}(\mu)\vee\ldots\right)=1 \qquad (8)$$

или

$$\bigvee_{\mu=1}^{m}\left(\tau_{i}^{l+1}(\mu)\vee\ldots\vee\tau_{i1}^{l}(\mu)\right)=\bigvee_{\mu}\left[\tau_{i1}^{l}(\mu)\tau_{i}^{l+1}(\mu)\vee\ldots\vee\bar{\tau}_{i1}^{l}(\mu)\left(\tau_{i}^{l+1}(\mu)\vee\ldots\right)\right]=1. \qquad (9)$$

Очевидно, что уравнения (7), (8) и (9) выполняются, если истинно условие $\bigvee_{\mu=1}^{m}\tau_{i}^{l+1}(\mu)\bar{\tau}_{i1}^{l}(\mu)=1$. Так как индексы i, i_1 могут иметь произвольные значения, то $U_{\text{НВ}}^{B}(l)$ является общим условием обнаружения НВ. Лемма доказана.

Получим формальные выражения для оценки условий тестируемости неисправностей матрицы ячеек памяти.

Утверждение 3. *Тест T, содержащий хотя бы одну пару элементов $\tau_i^l(\mu),\tau_j^l(\mu), l\in M_k$ удовлетворяющих тождеству $U_{\text{кз}}^{A}(l)=1$,*

где $U_{\text{кз}}^{A}(l)$: $(\forall i,j\in M_n)(\forall\mu,\nu\in M_m)[i\neq j,\mu\neq\nu\rightarrow\tau_i^l(\mu)\bar{\tau}_j^l(\mu)\vee\bar{\tau}_i^{l+1}(\mu)\,\tau_j^l(\mu)]$,

покрывает все неисправности типа КЗ по процедуре А.

Доказательство. Пусть "закорочены" выходы двух ячеек $r_i(\nu)$ и $r_j(\nu)$. Такая неисправность обнаруживается при чтении R_i или R_j, если выполняется равенство:

$$\left(\tau_i^l(\nu)\,\tau_j^l(\nu)\oplus\tau_i^l(\nu)\right)\vee\left(\tau_i^l(\nu)\,\tau_j^l(\nu)\oplus\tau_i^l(\nu)\right)=\tau_j^l(\nu)\oplus\tau_i^l(\nu)=1. \qquad (10)$$

Для обнаружения произвольного числа соединений ячеек можно составить аналогичное соотношение : (11)

$$\left(D\oplus\tau_i^l(\nu)\right)\vee\left(D\oplus\tau_j^l(\mu)\right)\vee\left(D\oplus\tau_k^l(\psi)\right)\vee\ldots=\left(\tau_i^l(\nu)\oplus\tau_j^l(\mu)\right)\vee\left(\tau_i^l(\nu)\oplus\tau_k^l(\psi)\right)\vee\ldots\vee\left(\tau_j^l(\nu)\oplus\tau_k^l(\psi)\right)\vee\ldots=1,$$

где $D=\tau_i^l(\nu)\,\tau_j^l(\mu)\,\tau_r^l(\psi)$.

Однако выполнение уравнения (10) влечёт за собой и выполнение (11). Лемма доказана.

Для процедуры B имеет место

Утверждение 4. *Тест T, содержащий хотя бы одну тройку элементов, $\tau_i^l(\nu)$, $\tau_j^l(\mu)$, $\tau_i^{l+1}(\nu)$, $l\in M_k$, удовлетворяющую тождеству $U_{\text{кз}}^{B}(l)=1$,*

где $U_{\text{КЗ}}^{B}(l)$: $(\forall i,j\in M_n)(\forall\mu,\nu\in M_n)[i\neq j,\mu\neq\nu\rightarrow\tau_i^l(\nu)\bar{\tau}_j^l(\mu)\vee\bar{\tau}_i^{l+1}(\nu)\,\tau_j^l(\mu)]$,

покрывает все КЗ по процедуре В.

Доказательство. Составим условие обнаружения КЗ для двух соединенных ячеек $r_i(\nu)$ и $r_j(\nu)$:

$$\left(\tau_i^l(\nu)\,\tau_j^l(\mu)\oplus\tau_i^l(\nu)\right)\vee\left(\tau_i^{l+1}(\nu)\,\tau_j^l(\mu)\oplus\tau_j^l(\mu)\right)=\tau_i^l(\nu)\,\bar{\tau}_j^l(\mu)\vee\bar{\tau}_i^{l+1}(\nu)\,\tau_j^l(\mu)=1 \qquad (12)$$

Для произвольной неисправности типа КЗ имеем :

$$\left(D\oplus\tau_i^l(\nu)\right)\vee\left((\tau_i^{l+1}(\nu)\,\tau_j^l(\mu)\,\tau_k^l(\psi)\ldots\oplus\tau_j^l(\mu)\right)\vee\left(\tau_i^{l+1}(\nu)\,\tau_j^{l+1}(\mu)\,\tau_k^l(\psi)\ldots\oplus\tau_k^l(\psi)\right)\vee\ldots= \qquad (13)$$

$$=\left(\tau_i^l(\nu)\,\bar{\tau}_j^l(\mu)\vee\bar{\tau}_i^{l+1}(\nu)\,\tau_j^l(\mu)\right)\vee\left(\tau_i^l(\nu)\,\bar{\tau}_k^l(\psi)\vee\bar{\tau}_i^{l+1}\,\tau_k^l(\psi)\right)\vee\left((\tau_j^l(\mu)\,\bar{\tau}_k^l(\psi)\vee\bar{\tau}_j^{l+1}(\mu)\,\tau_k^l(\psi)\right)\vee\ldots=1.$$

Однако при выполнении (12) выполняется также и (13), что и требовалось доказать.

Утверждение 5. Тест Т, удовлетворяющий условию: $U_{НП}(l,\lambda) = U^1_{НП} \cdot U^2_{НП} = 1$,

где $U^1_{НП} = \bar{\tau}^{\ell}_i(\mu)\tau^{\ell+1}_i(\mu)$; $U^2_{НП} = \tau^{\lambda}_i(\mu)\bar{\tau}^{\lambda+1}_i(\mu)$; *покрывает НП по процедурам А и В.*

Выполнение условий $U^1_{НП} = 1$ и $U^2_{НП} = 1$ означает, что для ячейки $ri(\mu)$ обеспечиваются переходы её состояний из "0" в "1" и из "1" в "0" соответственно. Поэтому тест Т, удовлетворяющий этим условиям, обнаруживает НП.

Обобщим полученные результаты для статических неисправностей.

Из проведенных выше исследований следует справедливость утверждений 6 и 7.

Утверждение 6. Тест Т покрывает все неисправности модели M^C *ОЗУ по процедуре А, если существуют* $l_1, l_2, l_3, l_4 \in M_k$, $l_3 \neq l_4$, *удовлетворяющие равенству* $U^A_C = 1$, *где* $U^A_C = U^A_{НВ}(l1) \cdot U^A_{КЗ}(l2) \cdot U_{НП}(l3,l4)$

Утверждение 7. Тест Т покрывает все неисправности модели M^C *ОЗУ по процедуре В, если существуют* $l_1, l_2, l_3, l_4 \in M_k$, $l_3 \neq l_4$, *удовлетворяющие тождеству* $U^B_C = 1$,

где $U^B_C = U^B_{НВ}(l1) \cdot U^B_{КЗ}(l2) \cdot U_{НП}(l3,l4)$.

Проведём далее исследование тестируемости НС.

Следующая лемма позволяет выявить некоторые "несущественные" НС.

Лемма 2. $\forall v > 1$ $HC(i, j \to j, \mu)(x, y)$, *где* $x, y \in \{0,1\}$, $i, j \in M_n$, $v, \mu \in M_m$ *- не обнаруживается процедурой А.*

Действительно, $НС$ $(i, j \to j, \mu)(x, y)$ вызовет переход $x \to \bar{x}$ в ячейке $r_j(\mu)$ при изменении $y \to \bar{y}$ в ячейке $r_i(v)$. Однако чтение $r_j(\mu)$ будет произведено только после записи в эту ячейку соответствующего элемента теста, в результате чего информация об ошибке будет потеряна.

Аналогичное утверждение для процедуры В не имеет места, так как в ней операция "ЧТЕНИЕ" всегда предшествует операции "ЗАПИСЬ" для любой ячейки.

В целом же по всем НС модели M^{∂} справедливо

Утверждение 8. Тест Т обнаруживает все НС модели M^{∂} *процедурой В и все обнаруживаемые НС процедурой А, если существует* $l \in M_k$ *такое, что выполняется тождество* $U_{НС} = 1$,

где $U_{НС}$: $(\forall i, j \in M_n)(\forall v, \mu \in M_n)(\forall x, y \in \{0,1\})$ $\left([\tau^l_i(v) \oplus y] \vee [\tau^{l+1}_i(v) \oplus \bar{y}] \vee [\tau^{l+1}_j(\mu) \oplus x]\right)$.

Доказательство утверждения следует из определения НС и утверждения 5. Действительно, $HC(i, v \to j, \mu)(x, y)$ для некоторых фиксированных i, j, v, μ, l обнаруживается процедурой В, если элементы $\tau^l_i(v)$, $\tau^{l+1}_i(v)$, $\tau^{l+1}_j(\mu)$ равны y, $\bar{y}$ и x соответственно.

Для процедуры А это условие ограничивается дополнительным условием: $v < i$. Если $v \geq i$, НС не может быть обнаружена данной процедурой. Тогда все НС будут локализованы тестом Т, если он удовлетворяет приведённым условиям для всевозможных значений i, j, v, μ, x, y.

Таким образом, получены формальные выражения для оценки тестируемости различных функциональных неисправностей ОЗУ. Использование этих выражений позволяет выполнять синтез как детерминированных, так и псевдослучайных тестов ОЗУ.

3.Оценка длины псевдослучайного теста ОЗУ

Формальные выражения условий тестируемости ОЗУ позволяют разрабатывать конкретные тесты ОЗУ, в том числе и псевдослучайные. Однако, прежде, чем непосредственно рассматривать вопросы тестируемости ОЗУ псевдослучайными последовательностями, проанализируем свойства, которыми они обладают.

В [4,5] приводятся основные свойства М-последовательностей, на основе которых строятся ПСТ. Используя эти свойства получим дополнительные, которые в совокупности позволят получить соотношения для расчета длины ПСТ ОЗУ.

Пусть имеется некоторая М-последовательность периода $L = 2^p - 1$, где p – некоторое целое положительное число. Из произвольных k подряд следующих друг за другом элементов образуем сегмент S. Тогда справедлива

Лемма 3. Сегмент S длиной $k \geq k_1(p)$ содержит не менее p-1 нулевых элементов ,

$$где\ k_1(p) = p + 1 + \sum_{i=0}^{u} 2^i (p - i - 1) + (p - 2^{u+1} - 1)(p - u - 2); \quad u = [\log_2 (p-1)] - 1;$$

[a]-целое, ближайшее меньшее к a.

Доказательство. Рассмотрим наихудший случай чередования элементов сегмента. Очевидно таковым будет тот, когда сегмент содержит максимально возможное число "1". Для построения "наихудшего" сегмента воспользуемся свойством "серий" М-последовательностей. Последовательность подряд следующих друг за другом одинаковых элементов будем называть серией. Число элементов назовем рангом серии, серию ранга c условимся называть c-серией.

В [4] показано, что М-последовательность периода $L = 2^p - 1$, содержит одну p-серию, две $p-1$-серии, четыре $p-2$-серии и т.д. В общем случае М-последовательность содержит 2^i $p-i$-серий, $i \in \{0, 1, \ldots, p\}$. В свою очередь можно показать, что в c-серии содержится $c - j + 1$ j-серий при $j \leq c$.

Исходя из описанного свойства "серий" составим наихудший сегмент S путем последовательного расположения серий из "1" по убыванию их ранга. Каждую серию разделим обязательным нулевым элементом. Структура такого сегмента будет иметь следующий вид

$$S = \{ \underbrace{11..1}_{p-серия} 0 \ \underbrace{11..1}_{p-2-серия} \ 0 \ \underbrace{11..1}_{p-3-серия} \ 0 \ \underbrace{11..1}_{p-3-серия} \ 0 \ldots \underbrace{11..1}0 \quad \underbrace{11..1}_{2^i \ p-i-1-серий} \quad 0\underbrace{11..1}0 \ldots \}$$

Как видно из рисунка, наихудший сегмент состоит из одной p-серии, которая в свою очередь содержит в себе две, т.е. максимально возможное число, $p-1$-серий. Поэтому вслед за p-серией после обязательного нулевого элемента могут следовать только серии рангом не более $p-2$. В p-серии содержится 3 из 4-х возможных $p-2$- серии, поэтому в данном сегменте за p-серией следует только одна $p-2$-серия. Далее в p- и $p-2$-сериях содержатся 4 и 2 $p-3$-серии соответственно, т.е. всего 6 серий из $2^3 = 8$ возможных. Поэтому за $p-2$-сериями следуют две (2=8-6) $p-3$-серии. Рассуждая аналогично, можно показать, что за $p-i$ -сериями в наихудшем сегменте могут располагаться 2^i $p-i-1$ серий.

Из описанной структуры наихудшего сегмента видно, что $k' = (p+1) + \sum_{i=0}^{n} 2^i (p - i - 1)$ его элементов включат $h_0 = \sum_{i=0}^{n} 2^i + 1 = 2^{u+1}$ нулей. Если $u = [\log_2 (p-1)] - 1$, то $k = k' + (p - h_0)(p - u - 2)$ элементов наихудшего сегмента содержат ровно p нулей.

Любой другой сегмент М-последовательности из k-элементов будет иметь число "0" не менее, чем их содержится в наихудшем сегменте, что и доказывает лемму.

Рассмотрим множество различных М-последовательностей $M = \{M_l\}$, $l = \{0, 1, \ldots, L\}$. Такое множество можно построить, например, на основе одной М-последовательности M_0 путем циклического сдвига ее элементов на l разрядов. Из множества M выделим подмножество $M_i^0 = \{M_{li}\}$ последовательностей с нулевым i-м элементом. Рассмотрим событие, заключающееся в том, что в M_i^0 найдется хотя бы одна последовательность, в которой $\forall j = \{1,2,\dots,L\}$ j-й элемент равен "1". Обозначим такое событие через $C_0(i,k)$, где k-размерность множества. Тогда справедлива

Лемма 4. Событие $C_0(i,k)$ *достоверно при* $k \ge p-1$.

Доказательство. Известно, что М-последовательность периода $L = 2^p - 1$ содержит 2^{p-1} "1" и $2^{p-1}-1$ "0" [1]. Поэтому в одной последовательности из множества M_i^0 2^{p-1} элементов равны "1", а остальные, в том числе и i-й элемент, равны "0".
Из свойства "сдвига и сложения" М-последовательностей [1] также следует, что две последовательности из множества M_i^0 содержат $2^{p-1}+2^{p-2}$ единичных элементов. Продолжая аналогичные рассуждения можно показать, что в k последовательностях из множества M_i^0 содержатся $h_1 = 2^{p-1}+2^{p-2}+\dots+2^{p-k} = 2^p(1-2^{-k})$ единиц. Событие $C_0(i,k)$ будет достоверным, если $h_1 = L-1 = 2^p-1-1 = 2^p-2$. Составим уравнение, приравняв h_1 к выражению 2^p-2: $2^p(1-2^{-k}) = 2^p-2$. Разрешая это уравнение относительно k находим, что оно удовлетворяется при $k = p-1$. Лемма доказана.

Лемма 5. Сегмент S *длиной* $k \ge 2p$ *М-последовательности периода* $L = 2^p - 1$ *содержит по крайней мере один подсегмент вида {0 1}.*

Доказательство. Рассуждая аналогично доказательству леммы 3 составим наихудший сегмент М-последовательности. Очевидно, что в качестве таковего в данном случае будет выступать сегмент, в котором в начале располагаются максимальные серии из "1" и "0", после которых обязательно следует "1":

$$S = \{\underbrace{11..1}_{p-\text{серия}}\ \underbrace{00..01}_{p\text{-}1\ \text{серия}}\}$$

Длина такого сегмента равна $p+p-1+1 = 2p$. Лемма доказана.

Выявленные дополнительные свойства М-последовательностей наряду с основными [1] позволяют определить верхнюю границу ПСТ, построенных на их основе.

Под псевдослучайным тестом ОЗУ будем подразумевать последовательность T, представленную на рис.2, в которой все сегменты $S^l(\nu)$, $l = 1,\dots,k$, $\nu = 1,\dots,m$, являются отличными друг от друга М-последовательностями. Такой тест может быть сформирован с помощью РСЛОС – регистра сдвига с линейными обратными связями [5]. Число k сегментов $S^l(\nu)$ будем называть мощностью теста. Мощность ПСТ связана с его длиной N соотношением $N = 2nk$, где "2" - чило операций ("ЗАПИСЬ" + "ЧТЕНИЕ") для одного регистра ОЗУ в одном цикле тестирования.

Определим мощность ПСТ функциональных неисправностей ОЗУ размерностью $n \times m$ для алгоритмов А и В.

Утверждение 9. ПСТ T мощностью $k \ge k_A(p)$ *покрывает все НВ ОЗУ по алгоритму А.*

Доказательство. Проведем доказательство для одноразрядного ОЗУ (m=1), тогда, как это следует из условия U_{HB}^{A}, в случае многоразрядного ОЗУ утверждение будет выполняться автоматически.

При псевдослучайном тестировании в каждую ячейку ОЗУ, например в $r_i(\nu)$ и $r_j(\nu)$ записываются М-последовательности вида:

$$T_i(\nu) = \{\tau_i^1(\nu),\ \tau_i^2(\nu),\ \dots,\ \tau_i^l(\nu),\ \tau_i^{l+1}(\nu),\ \dots,\ \tau_i^k(\nu)\},$$

$$T_j(\nu) = \{\tau_j^1(\nu),\ \tau_j^2(\nu),\ \dots,\ \tau_j^l(\nu),\ \tau_j^{l+1}(\nu),\ \dots,\ \tau_j^k(\nu)\}.$$

Всевозможные НВ обнаруживаются ПСТ Т, если для каждой пары (i, j) найдется $l \in \{1,\dots,k\}$ такое, что $\tau_i^l = 0$ и $\tau_j^l = 1$. Как следует из леммы 4, при фиксированом i это условие будет выполнено для всех j, если $T_i(\nu)$ содержит $p-1$ нулей. В свою очередь леммой 3 определяется минимальная длина сегмента М-последовательности, содержащего не менее $p-1$ нулей. Она равна $k_A(p)$. Утверждение доказано.

На базе утверждения 9 можно рассчитать мощность ПСТ всевозможных ФН ОЗУ по алгоритму А.

Действительно, как следует из утверждения 6, для тестирования всевозможных ФН ОЗУ тест Т должен содержать в себе элементы, удовлетворяющие условиям тестируемости НВ, КЗ и НП. Для тестирования НП в каждой ячейке ОЗУ необходимо обеспечить всевозможные переключения : из "0" в "0", из "0" в "1", из "1" в "0" и из "1" в "1", что сводится к соответствующему чередованию элементов М-последовательности. На основе свойства "серий" М-последовательности можно показать, что это условие выполняется при мощности теста $k \geq 2p$. Из условий обнаружения НВ и КЗ следует, что КЗ также требуют ПСТ меньшей размерности. Отсюда следует

Утверждение 10. *ПСТ Т мощностью $k \geq k_A(p)$ покрывает всевозможные ФН модели M^c ОЗУ по алгоритму А.*

Рассчитаем верхнюю границу длины ПСТ статических ФН ОЗУ по алгоритму В.

Утверждение 11. *ПСТ Т мощностью $k \geq 2p$ покрывает всевозможные НВ ОЗУ по алгоритму В.*

Доказательство. Из утверждения 2 следует, что для обнаружения всевозможных НВ ОЗУ по алгоритму В необходимо, чтобы для всех пар (i,j), i≠j, тест содержал элементы, удовлетворяющие уравнению:

$$\bar{\tau}_i^{\,l}(\mu)\,\tau_j^{\,l}(\mu) \vee \tau_i^{\,l+1}(\mu)\,\bar{\tau}_j^{\,l}(\mu) = 1. \qquad (14)$$

Если в двух соседних циклах тестирования l и $l+1$ в ячейку $n(\mu)$ записываются элементы $\tau_i^l(\mu)=0$ и $\tau_j^l(\mu)=1$, то при $\tau_j^l(\mu)=1$ уравнение выполняется в цикле l, а при $\tau_i^l(\mu)=0$ – в цикле $l+1$. Отсюда следует, что тест T покрывает все НВ, если он обеспечивает переключение состояния каждой ячейки ОЗУ из "0" в "1".

Как было показано выше, при псевдослучайном тестировании в каждую ячейку ОЗУ записывается М-последовательность. Леммой 5 определяется минимальная длина произвольного сегмента М-последовательности периода $L = 2^p - 1$, содержащего хотя бы один подсегмент { 0 1 }. Такая длина равна $2p$. Утверждение доказано.

На базе утверждения 11 может быть определена мощность ПСТ ОЗУ, обеспечивающего обнаружение всевозможных ФН модели M^C по алгоритму В. Действительно, для тестирования ФН типа НП требуется ПСТ мощностью $2p$, что совпадает с условием тестируемости НВ. НВ и КЗ также требуют теста одинаковой размерности. Поэтому справедливо

Утверждение 12. *ПСТ Т, мощностью $k \geq 2p$, покрывает всевозможные ФН ОЗУ модели M^C по алгоритму В.*

Для проверки верхней границы длины ПСТ ОЗУ были проведены экспериментальные исследования [12]. В ходе эксперимента моделировались всевозможные ФН для ОЗУ различной размерности. Результаты экспериментальных исследований по алгоритмам А и В приведены в таблице 1. Анализ полученных данных, во-первых, подтвердил наличие верхней границы длины ПСТ, и , во-вторых, показал, что полученная аналитически оценка верхней границы длины теста незначительно отличаются от фактических значений. Экспериментальные исследования мощности ПСТ для НС также подтвердили наличие верхней границы длины теста. Исследования показали также более высокую эффективность алгоритма В по сравнению с алгоритмом А.

Сравнительный анализ длины ПСТ ОЗУ, расчитанной по полученным сотношениям, с длиной тестов линейных детерминированных алгоритмов тестирования ОЗУ [13], показывает, что в рамках принятой модели фукциональных неисправностей ПСТ в целом сравним по мощности с указанными алгоритмами, а в некоторых случаях (для неисправностей типа КЗ) является даже предпочтительнее.

Таблица 1

Результаты экспериментальных исследований верхней границы мощности ПСТ статических ФН ОЗУ

Параметры ОЗУ		Алгоритм А					Алгоритм В				
		Экспериментальная граница				Теорет. граница	Экспериментальная граница				Теорет. граница
n	m	НВ	КЗ	НП	Сумм-я		НВ	КЗ	НП	Сумм-я	
7	1	6	3	6	6	6	5	4	6	6	6
	2	5	6		6		4	5		6	
	3	4	6		6		3	6		6	
15	1	10	5	8	10	10	7	5	8	8	8
	2	9	8		9		6	6		8	
	3	8	8		8		5	7		8	
	4	7	8		8		4	8		8	
31	1	15	5	16	15	16	9	6	9	9	10
	2	14	10		14		8	8		9	
	3	13	10		13		7	8		9	
	4	12	10		12		6	10		10	
	5	11	10		11		5	10		10	
63	1	21	9	11	21	23	11	8	11	11	12
	2	20	12		20		10	10		11	
	3	19	12		19		9	10		11	
	4	18	12		18		8	11		11	
	5	17	12		17		7	12		12	
	6	16	12		16		6	12		12	
127	1	28	11	13	28	32	13	11	13	13	14
	2	17	14		27		12	12		13	
	3	16	14		26		11	12		13	
	4	25	14		25		10	14		14	
	5	24	14		24		9	14		14	
	6	23	14		23		8	14		14	
	7	22	14		22		7	14		14	
255	1	36	13	15	36	43	15	13	15	15	16
	2	35	16		35		14	13		15	
	3	34	16		34		13	13		15	
	4	33	16		33		12	16		16	
	5	32	16		32		11	16		16	
	6	31	16		31		10	16		16	
	7	30	16		30		9	16		16	
	8	29	16		29		8	16		16	
511	1	45	15	17	45	56	17	15	17	17	18
	2	44	18		44		16	16		17	
	3	43	18		43		15	16		17	
	4	42	18		42		14	16		17	
	5	41	18		41		13	17		17	
	6	40	18		40		12	18		18	
	7	39	18		39		11	18		18	
	8	38	18		38		10	18		18	
	9	37	18		37		9	18		18	
1023	1	55	17	19	55	70	19	17	19	19	20
	2	54	20		54		18	18		19	
	3	53	20		53		17	18		19	
	4	52	20		52		16	18		19	
	5	51	20		51		15	18		19	
	6	50	20		50		14	20		20	
	7	49	20		49		13	20		20	
	8	48	20		48		12	20		20	
	9	47	20		47		11	20		20	
	10	46	20		46		10	20		20	

Заключение

Таким образом, в данной работе предложен подход оценки тестируемости линейных алгоритмов тестирования ОЗУ, получены формальные условия тестируемости для теста ОЗУ в общем виде и на их основе рассчитана длина ПСТ для двух алгоритмов тестирования ОЗУ. Достоинством предлагаемого подхода является детерминированный характер оценки, что в отличии от традиционного, вероятностного, подхода позволяет определять верхнюю границу длины теста и снижать тем самым его избыточность. Исследования показали, что длина ПСТ сравнима с длиной линейных детерминированных алгоритмов тестирования, что говорит об эффективности ПСТ.Последнее преимущество особенно ощутимо когда с помощью простейшего генератора тестов, например РСЛОС, требуется обеспечить высокую полноту покрытия неисправностей ОЗУ в условиях жестких временных ограничений. Такая постановка задачи часто возникает при встроенном тестировании.

Литература

1. Fosse P., David R. Random Testing of Memories // Inform fachber,1977, v10, p139-153.
2. David R., Fosse P. Random Testing of integrated Circuits // IEEE Trans.Instrum. and Meas., 1981, 30, N1, p.20-25.
3. Anney Mc., Bardell P., Gupta V. Random Testing for Stuck - at Storage Cells in an Embeded Memory. - International Test Conference, 1984, p.157-161.
4. Яковлев В.В., Федоров Р.Ф. Стохастические вычислительные машины. - Л.: Машиностроение, 1974. - 343 с.
5. Ярмолик В.Н., Демиденко С.И. Генерирование и применение псевдослучайных сигналов в системах испытаний и контроля. - Минск: Наука и техника, 1986. - 200 с.
6. Suk D.S. Reddy S.M. A march test function faults in semiconductor random access memories // IEEE Trans. Comput., vol. c-30, p.082-985, Dec.1981.
7. Thatte S.M., Abraham J.A. Testing of semiconductor random access memories - In Proc 7 th Annu, Int. Conf. Fault Tolerant Comput., 1977, p.81-87.
8. Thatte S.M. Fault diagnosis and semiconductor random access memories. - Coord. Sci. Lab., Univ, Illinosis, Urbana, Rep. R - 769. May 1977.
9. Nair R., Thattle S.M., Abraham J.A. Efficieund algorithms for testing semiconductor random access memories // IEEE Trans. Comput., vol.c - 27, 1978, June, p. 572-276.
10. Sahgal N.B. An improved algorithm for detecting functional faults in semiconductor random access memories. - M.Sthesis, Dep. Elce. Comput. Eng., Univ, Cincinatti, OH, 1982.
11. Papachriston C.A. Sahgal N.B. An improved method for detecting functional faults in semiconductor random access memories // IEEE Trans. Comput., 1985, 34, N2, p. 110-116.
12. Зинченко Ю.Е. , Тарасенко А.Н. , Имас Т.А. Статистическая оценка длины псевдослучайного теста ОЗУ // Совершенствование устройств памяти информационных , компьютерных и робототехнических систем : Тез. докл. Всесоюзн. научн. - техн. конф. - Одесса, 23-25 ноября 1988. - М. : Радио и связь, 1988. - с. 47
13. Георгиев Н.В. , Орлов В.Н. Функциональный контроль полупроводниковых запоминающих устройств // Электронная промышленность , 1980 , N6 , с. 3-21