

УДК 621.77.01

**Н.В. Жукова (канд. техн. наук, доц.)**Донецкий национальный технический университет, г. Донецк  
кафедра автоматизации и телекоммуникаций  
E-mail: Zhnatka@mail.ru**МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ КИНЕМАТИКИ И ДИНАМИКИ  
ВИНТОВОЙ ПЛАНЕТАРНОЙ КЛЕТИ**

*Получена математическая модель винтовой планетарной клетки на основе уравнений Лагранжа второго рода, позволяющая анализировать кинематику и динамику технологии винтовой прокатки.*

**Ключевые слова:** *поперечно-винтовая прокатка, планетарная трехвалковая клетка, замкнутая кинематическая цепь, дифференциальный механизм, критерий винтовой прокатки, электропривод центрального колеса, электропривод ротора клетки.*

**Актуальность и постановка задачи.** Энергосбережение — одна из главных задач модернизации металлургических технологий. Осуществить стыковку машины непрерывного литья заготовок (МНЛЗ) непосредственно с прокатным станом возможно только с помощью винтовых планетарных клеток, технологические параметры которых полностью удовлетворяют требованиям процесса совмещения литья и прокатки. Это осуществимо при модернизации существующих конструкций [1] винтовых клеток на основе оптимизации основных параметров технологии.

Планетарная винтовая прокатка — наукоёмкая технология, которая до сих пор на Украине не реализована по причине отсутствия первичной информации для реализации технического проекта планетарной винтовой клетки, а также отсутствия конструктивных решений оборудования, реализующего данную технологию. Указанные проблемы можно решить [2], не приобретая дорогостоящие технологию и оборудование в странах Евросоюза.

В этой статье автором рассматривается математическая модель кинематики и динамики движения звеньев винтовой планетарной клетки с главной гипоидной передачей.

**Методика решения задачи.** Клетка винтовая планетарная — механизм с двумя степенями свободы. Рассмотрим задачу динамического движения звеньев механизмов машины — клетки винтовой планетарной с главной гипоидной передачей (рис.1а,б).

Механизм клетки состоит из семи звеньев: звено двигателя центрального колеса (Ц), звено вал-шестерни центрального колеса (ШЦ), звено центрального колеса (ЦК), звено двигателя ротора клетки (Р), звено ротора клетки (РК), звено вала (В), звено деформируемого металла (М). Клетка имеет два независимых привода, сочленённых со звеньями центрального колеса и ротора клетки. Каждое из названных звеньев состоит из неподвижных относительно друг друга деталей.

Звено Ц состоит из деталей: ротор двигателя центрального колеса, вал двигателя, малая шестерня редуктора с коэффициентом механической передачи  $i_K$ .

Звено ШЦ состоит из деталей: большая шестерня редуктора, вал шестерни.

Звено ЦК состоит из деталей: зубчатое центральное колесо, центральный полый вал, центральная зубчатая гипоидная шестерня.

Звено Р состоит из деталей: ротор двигателя, вал двигателя, вал-шестерня редуктора.

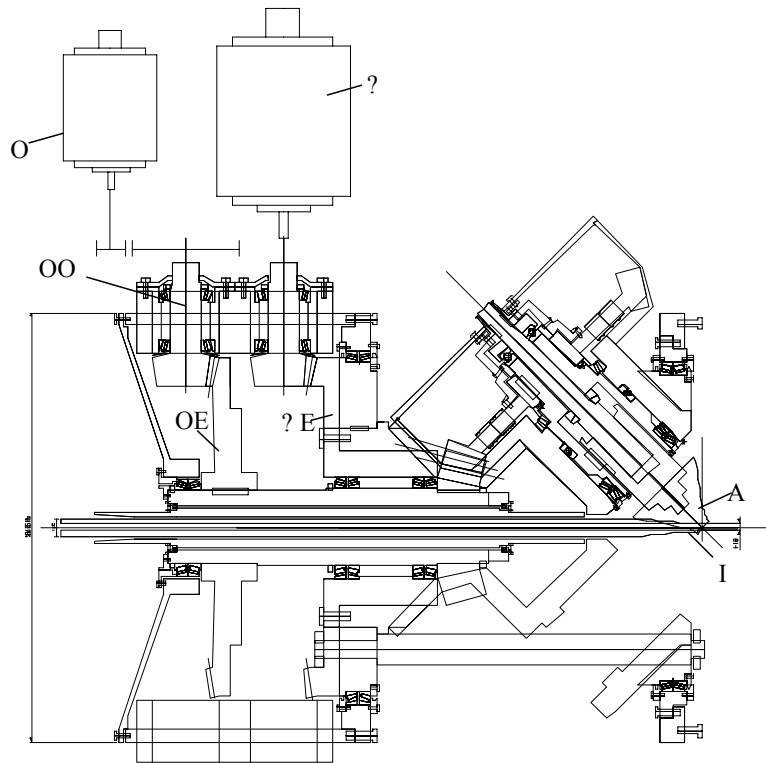


Рисунок 1а — Схема конструкции клетки винтовой трехвалковой планетарной консольной обжимной с гипоидной передачей

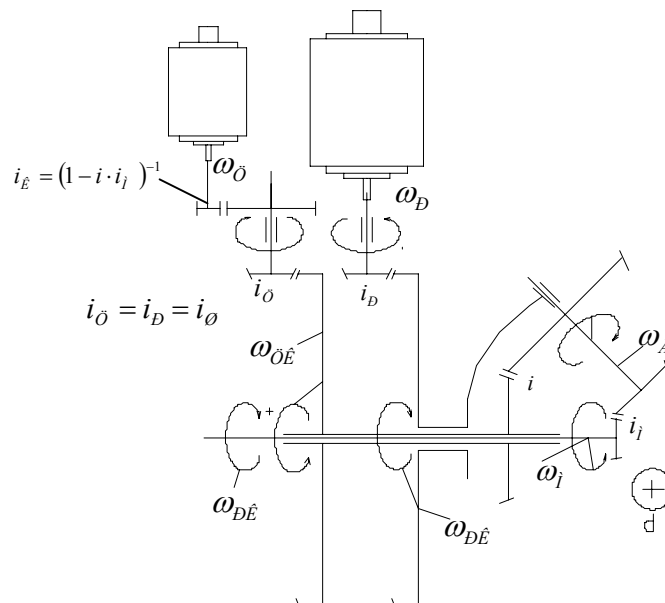


Рисунок 1б — Кинематическая схема клетки винтовой трехвалковой планетарной с гипоидной передачей

Звено РК состоит из деталей: зубчатое колесо ротора, полые вал и стакан ротора, обойма ротора с тремя полостями для установки механизмов валков.

Звено В состоит из деталей: зубчатое колесо валка, ведущий и ведомый полые валы, винт регулировки положения валка, валок рабочий.

Звено М состоит из одной детали — круглой заготовки металла, деформируемой в клетке с заданной вытяжкой.

Семь звеньев клетки Ц, ШЦ, ЦК, Р, РК, В, М составляют между собой кинематические пары, названные звенья со звеном неподвижного корпуса клетки (стойки) образуют замкнутую кинематическую цепь. В данной кинематической цепи звенья центрального колеса ЦК и ротора РК сочленены зубчатыми коническими валами — шестернями с коэффициентами механической передачи  $i_{Ц} = i_{Р} = i_{Ш}$ . ЦК и РК соединены с валами соответствующих двигателей Ц и Р, которые являются ведущими звеньями. Дополнительно, с целью выравнивания скоростей этих двигателей, двигатель центрального колеса Ц снабжён внешним редуктором с коэффициентом механической передачи  $i_{К} = (1 - i \cdot i_{М})^{-1}$ .

Звенья клетки Ц, ШЦ, ЦК, Р, РК, В, М составляют пять кинематических пар (Ц, ШЦ), (ШЦ, ЦК), (Р, РК), (ЦК, В), и (В, М) с коэффициентами передачи:

$$\frac{\omega_{Ц}}{\omega_{ШЦ}} = -i_{К}, \quad \frac{\omega_{ШЦ}}{\omega_{ЦК}} = -i_{Ш}, \quad \frac{\omega_{Р}}{\omega_{РК}} = -i_{Ш}, \quad \frac{\omega_{ЦК}}{\omega_{В}} = -i, \quad \frac{\omega_{В}}{\omega_{М}} = -i_{М}, \quad (1)$$

где  $i_{К} = (1 - i \cdot i_{М})^{-1}$ ,  $i$  — коэффициент главной гипоидной передачи клетки;  $i_j$  — эквивалент механической передачи от вала к металлу, при которой металл не скручивается.

Механизм клетки — кинематическая цепь с семью звеньями имеет пять независимых кинематических связей, три из которых исходят из выражения (1):

$$\omega_{ЦК} = \frac{1}{i_{Ш}i_{К}}\omega_{Ц}; \quad \omega_{РК} = -\frac{1}{i_{Ш}}\omega_{Р}; \quad \omega_{ШЦ} = -\frac{1}{i_{К}}\omega_{Ц}. \quad (2)$$

Четвертая кинематическая связь между центральным колесом клетки и металлом исходит из теоремы Виллиса:

$$\frac{\omega_{ЦК} - \omega_{РК}}{\omega_{М} - \omega_{РК}} = (-i_{М})(-i) = i \cdot i_{М} = i_{\Sigma}, \quad (3)$$

откуда следует:

$$\omega_{М} = \frac{\omega_{ЦК} - \omega_{РК}(1 - i_{\Sigma})}{i_{\Sigma}} = \frac{1}{i_{Ш}i_{К}} \frac{[\omega_{Ц} + i_{К}(1 - i_{\Sigma})\omega_{Р}]}{i_{\Sigma}}. \quad (4)$$

Следовательно, при

$$\omega_{ЦК} = \omega_{РК}(1 - i_{\Sigma}), \quad \omega_{Ц} = -i_{К}(1 - i_{\Sigma})\omega_{Р} \quad (5)$$

скорость вращения металла будет равна нулю  $\omega_j = 0$ , что является одним из главных условий проведения технологии прокатки металла в планетарной винтовой клетки. Из (5) следует условие технологической нормировки выравнивания скоростей роторов двигателей ЦК и РК с помощью внешнего редуктора клетки с коэффициентом передачи  $i_{К} = (1 - i_{\Sigma})^{-1}$ , что удобно при автоматизации технологии винтовой прокатки [2].

Пятая кинематическая связь между звеньями исходит из самой конструкции клетки. Вращение вала относительно своей оси происходит от сложения с противоположными знаками двух независимых движений звеньев центрального колеса ЦК и ротора клетки РК. То есть можно записать:

$$\omega_{В} = \frac{\omega_{РК} + (-\omega_{ЦК})}{i} = \frac{-\frac{1}{i_{Ш}}\omega_{Р} + \left(-\frac{1}{i_{Ш}i_{К}}\omega_{Ц}\right)}{i}. \quad (6)$$

Если семь звеньев механизма клетки связаны пятью кинематическими связями, следовательно, механизм клетки имеет всего две независимые степени свободы. То есть движение двух ведущих звеньев двигателей центрального колеса (Ц) и ротора клетки (Р) определяет динамическое состояние изучаемого объекта. Для определения законов движения названных звеньев клетки используем уравнения Лагранжа второго рода с двумя степенями свободы:

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \omega_{Ц}} \right) - \frac{\partial T}{\partial \varphi_{Ц}} &= M_{Пц}, \\ \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \omega_{Р}} \right) - \frac{\partial T}{\partial \varphi_{Р}} &= M_{Пр} \end{aligned} \right. , \quad (7)$$

где  $T$  — кинетическая энергия всех звеньев механизма клетки;  $M_{Пц}$  — обобщённая сила или момент, приведенный к звену Ц;  $M_{Пр}$  — обобщённая сила или момент, приведенный к звену Р;  $\varphi_{Ц}, \varphi_{Р}$  — обобщенные координаты механизма клетки.

Указанные обобщённые силы являются моментами внешних активных сил и сил сопротивлений, которые приведены к ведущим звеньям с обобщёнными координатами звеньев Ц и Р. Запишем выражение кинетической энергии механизма клетки:

$$T = J_{Ц} \frac{\omega_{Ц}^2}{2} + J_{ШЦ} \frac{\omega_{ШЦ}^2}{2} + J_{ЦК} \frac{\omega_{ЦК}^2}{2} + J_{Р} \frac{\omega_{Р}^2}{2} + J_{РК} \frac{\omega_{РК}^2}{2} + J_{В} \frac{\omega_{В}^2}{2} + J_{М} \frac{\omega_{М}^2}{2}, \quad (8)$$

где  $J_{В}$  — момент инерции трёх звеньев валка,  $J_{РК}$  учитывает массу механизма валкового.

Выразим квадрат угловой скорости звена М через угловые скорости  $\omega_{Ц}$  и  $\omega_{Р}$ , для чего воспользуемся равенством (4):

$$\omega_{М}^2 = \frac{1}{i_{\Sigma}^2} \left[ \frac{1}{i_{Ш}^2 i_{К}^2} \omega_{Ц}^2 + \frac{2}{i_{Ш}^2 i_{К}} \omega_{Ц} \omega_{Р} (1 - i_{\Sigma}) + \frac{1}{i_{Ш}^2} \omega_{Р}^2 (1 - i_{\Sigma})^2 \right] \quad (9)$$

Аналогично получим квадрат угловой скорости звена В через угловые скорости  $\omega_{Ц}$  и  $\omega_{Р}$  посредством выражения (6):

$$\omega_{В}^2 = \frac{1}{i^2} \left[ \frac{1}{i_{Ш}^2 i_{К}^2} \omega_{Ц}^2 + \frac{2}{i_{Ш}^2 i_{К}} \omega_{Ц} \omega_{Р} + \frac{1}{i_{Ш}^2} \omega_{Р}^2 \right]. \quad (10)$$

Выражая зависимые переменные через обобщённые параметры, запишем полную кинематическую энергию (8) системы винтовой планетарной клетки через обобщённые скорости  $\omega_{Ц}$  и  $\omega_{Р}$ :

$$\begin{aligned} T &= J_{Ц} \frac{\omega_{Ц}^2}{2} + J_{ШЦ} \frac{\omega_{Ц}^2}{2i_{К}^2} + J_{ЦК} \frac{\omega_{Ц}^2}{2i_{Ш}^2 i_{К}^2} + J_{Р} \frac{\omega_{Р}^2}{2} + J_{РК} \frac{\omega_{Р}^2}{2i_{Ш}^2} + \\ &+ J_{В} \frac{1}{2i^2} \left[ \frac{1}{i_{Ш}^2 i_{К}^2} \omega_{Ц}^2 + \frac{2}{i_{Ш}^2 i_{К}} \omega_{Ц} \omega_{Р} + \frac{1}{i_{Ш}^2} \omega_{Р}^2 \right] + \\ &+ J_{М} \frac{1}{2i_{\Sigma}^2} \left[ \frac{1}{i_{Ш}^2 i_{К}^2} \omega_{Ц}^2 + \frac{2}{i_{Ш}^2 i_{К}} \omega_{Ц} \omega_{Р} (1 - i_{\Sigma}) + \frac{1}{i_{Ш}^2} \omega_{Р}^2 (1 - i_{\Sigma})^2 \right]; \\ T &= \frac{\omega_{Ц}^2}{2} \left[ J_{Ц} + J_{ШЦ} \frac{1}{i_{К}^2} + J_{ЦК} \frac{1}{i_{Ш}^2 i_{К}^2} + J_{В} \frac{1}{i^2 i_{Ш}^2 i_{К}^2} + J_{М} \frac{1}{i_{\Sigma}^2 i_{Ш}^2 i_{К}^2} \right] + \\ &+ \frac{\omega_{Р}^2}{2} \left[ J_{Р} + J_{РК} \frac{1}{i_{Ш}^2} + J_{В} \frac{1}{i^2 i_{Ш}^2} + J_{М} \frac{(1 - i_{\Sigma})^2}{i_{\Sigma}^2 i_{Ш}^2} \right] + \omega_{Ц} \omega_{Р} \left[ J_{В} \frac{1}{i^2 i_{Ш}^2 i_{К}} + J_{М} \frac{(1 - i_{\Sigma})}{i_{\Sigma}^2 i_{Ш}^2 i_{К}} \right]. \end{aligned}$$

ИЛИ

$$T = J_{\text{ЦЦ}} \frac{\omega_{\text{Ц}}^2}{2} + J_{\text{РР}} \frac{\omega_{\text{Р}}^2}{2} + J_{\text{ЦР}} \omega_{\text{Ц}} \omega_{\text{Р}}, \quad (11)$$

где

$$J_{\text{ЦЦ}} = \left[ J_{\text{Ц}} + J_{\text{ШЦ}} \frac{1}{i_{\text{К}}^2} + J_{\text{ЦК}} \frac{1}{i_{\text{Ш}}^2 i_{\text{К}}^2} + J_{\text{В}} \frac{1}{i^2 i_{\text{Ш}}^2 i_{\text{К}}^2} + J_{\text{М}} \frac{1}{i_{\Sigma}^2 i_{\text{Ш}}^2 i_{\text{К}}^2} \right];$$

$$J_{\text{РР}} = \left[ J_{\text{Р}} + J_{\text{РК}} \frac{1}{i_{\text{Ш}}^2} + J_{\text{В}} \frac{1}{i^2 i_{\text{Ш}}^2} + J_{\text{М}} \frac{(1-i_{\Sigma})^2}{i_{\Sigma}^2 i_{\text{Ш}}^2} \right];$$

$$J_{\text{ЦР}} = \left[ J_{\text{В}} \frac{1}{i^2 i_{\text{Ш}}^2 i_{\text{К}}} + J_{\text{М}} \frac{(1-i_{\Sigma})}{i_{\Sigma}^2 i_{\text{Ш}}^2 i_{\text{К}}} \right].$$

Величину  $J_{\text{ЦЦ}}$  можно считать моментом инерции, приведенным к звену двигателя центрального колеса (Ц). Соответственно  $J_{\text{РР}}$  момент инерции, приведенный к звену двигателя ротора (Р). Что касается величины  $J_{\text{ЦР}}$ , являясь коэффициентом при произведении  $\omega_{\text{Ц}} \omega_{\text{Р}}$  её следует считать приведенным моментом инерции и к двигателю центрального колеса Ц, и к двигателю ротора Р.

Определив производные кинетической энергии (11), входящие в уравнения Лагранжа (7), с учетом, что кинетическая энергия не зависит от обобщенных координат, т.е.  $\frac{\partial T}{\partial \varphi_{\text{Ц}}} = 0$ ;  $\frac{\partial T}{\partial \varphi_{\text{Р}}} = 0$ , получим уравнения Лагранжа в упрощенном виде:

$$\begin{cases} J_{\text{ЦЦ}} \frac{d\omega_{\text{Ц}}}{dt} + J_{\text{ЦР}} \frac{d\omega_{\text{Р}}}{dt} = M_{\text{ЦЦ}} \\ J_{\text{РР}} \frac{d\omega_{\text{Р}}}{dt} + J_{\text{ЦР}} \frac{d\omega_{\text{Ц}}}{dt} = M_{\text{РР}} \end{cases} \quad (12)$$

К полученным уравнениям Лагранжа добавляются уравнения состояния электродвигателей постоянного тока с независимым возбуждением [3]. Определим приведенные моменты сил  $M_{\text{ЦЦ}}$  и  $M_{\text{РР}}$ . При приведении моментов сил удобнее пользоваться не выражениями элементарных работ [4, 5], а выражением для суммы мощностей моментов сил, действующих на механизм клетки [6, 7].

$$M_{\text{Ц}} \omega_{\text{Ц}} + M_{\text{Р}} \omega_{\text{Р}} - M_{\text{В}} \omega_{\text{В}} - M_{\text{М}} \omega_{\text{М}} = M_{\text{ЦЦ}} \omega_{\text{Ц}} + M_{\text{РР}} \omega_{\text{Р}} \quad (13)$$

В этом равенстве присутствуют не векторные, а только скалярные величины:

$M_{\text{Ц}}$  — электромагнитный момент двигателя центрального колеса, приложенный к звену Ц;

$M_{\text{Р}}$  — электромагнитный момент двигателя ротора клетки, приложенный к звену Р;

$M_{\text{В}}$  — момент сопротивления деформации металла, приложенный к трём валкам, т.е. к звену В;

$M_{\text{М}}$  — упругий момент сопротивления скручивания металла, защемлённого со стороны машины непрерывного литья заготовок (МНЛЗ), приложенный к звену М.

Подставляя в равенство (13) функции  $\omega_{\text{В}}$  и  $\omega_{\text{М}}$  кинематических связей (4) и (6), выраженные через обобщённые скорости  $\omega_{\text{Ц}}$  и  $\omega_{\text{Р}}$ , получим:

$$\begin{aligned}
 & M_{\Omega} \omega_{\Omega} + M_P \omega_P - M_B \frac{1}{i} \left( -\frac{1}{i_{\Sigma}} \omega_P - \frac{1}{i_{\Sigma} i_K} \omega_{\Omega} \right) - M_M \frac{1}{i_{\Sigma}} \left[ \frac{1}{i_{\Sigma} i_K} \omega_{\Omega} + \frac{1}{i_{\Sigma}} \omega_P (1 - i_{\Sigma}) \right] = \\
 & = \left[ M_{\Omega} + M_B \frac{1}{i i_{\Sigma} i_K} - M_M \frac{1}{i_{\Sigma} i_{\Sigma} i_K} \right] \omega_{\Omega} + \left[ M_P + M_B \frac{1}{i i_{\Sigma}} - M_M \frac{1}{i_{\Sigma} i_{\Sigma}} (1 - i_{\Sigma}) \right] \omega_P = \\
 & = M_{\Pi\Omega} \omega_{\Omega} + M_{\Pi P} \omega_P
 \end{aligned} \tag{14}$$

Отсюда, приведенные моменты сил выражаются в следующем виде:

$$\begin{aligned}
 M_{\Pi\Omega} &= \left[ M_{\Omega} + M_B \frac{1}{i i_{\Sigma} i_K} - M_M \frac{1}{i_{\Sigma} i_{\Sigma} i_K} \right] \\
 M_{\Pi P} &= \left[ M_P + M_B \frac{1}{i i_{\Sigma}} - M_M \frac{1}{i_{\Sigma} i_{\Sigma}} (1 - i_{\Sigma}) \right]
 \end{aligned} \tag{15}$$

Аналитическое решение системы (12) для этого сложного механизма удаётся только при достаточно простых функциях электромагнитных моментов ( $M_{\Omega}$ ,  $M_P$ ), приложенных к двигателям центрального колеса и ротора клетки, и моментов сил сопротивлений ( $M_M$ ,  $M_B$ ), приложенных к металлу и валкам. С учетом выражения (4) и постоянного момента сопротивления деформации, получим:

$$M_M = E \cdot \varphi_M = E \int_0^t \omega_M dt = E \frac{1}{i_{\Sigma} i_{\Sigma} i_K} \int_0^t [\omega_{\Omega} + i_K (1 - i_{\Sigma}) \omega_P] dt ; \tag{16}$$

$$\begin{cases} M_B = const, & \omega_B = \frac{-\frac{1}{i_{\Sigma}} \omega_P + \left( -\frac{1}{i_{\Sigma} i_K} \omega_{\Omega} \right)}{i} > 0; \\ M_B = 0, & \omega_B \leq 0. \end{cases} \tag{17}$$

При моделировании работы клетки были приняты следующие упрощения:

- в планетарной винтовой клетки потребление энергии затрачивается на преодоление сил сопротивлений, приложенных к рабочим валкам. Силы трения в подшипниках отсутствуют. Скручивание прокатываемого металла, защемленного в МНЛЗ, вызывает симметричную упругую деформацию и проявляется только при несогласованном движении рабочих валков и ротора клетки. То есть при стационарном состоянии объекта металл не вращается и не скручивается, а движется только вдоль оси прокатки;

- продольное движение металла в данной модели не формализуется в связи с тем, что реакция металла на активное движение двойного привода клетки в модели сосредоточена на рабочих валках;

- деформация металла может происходить только по причине вращения валка относительно своей оси (относительное движение). Вращение валка вместе с ротором клетки относительно оси прокатки деформацию металла не вызывает. Вращение валка относительно своей оси происходит по причине относительного движения ротора и центрального колеса, причем, всегда выполняется условие  $\omega_{PK} > \omega_{\Omega K}$ , при котором валки захватывают металл в очаг деформации. При обратном неравенстве  $\omega_{PK} \leq \omega_{\Omega K}$  процесс прокатки невозможен с параллельным исчезновением нагрузки на валки.

Результаты моделирования приведены на рис.2...5.

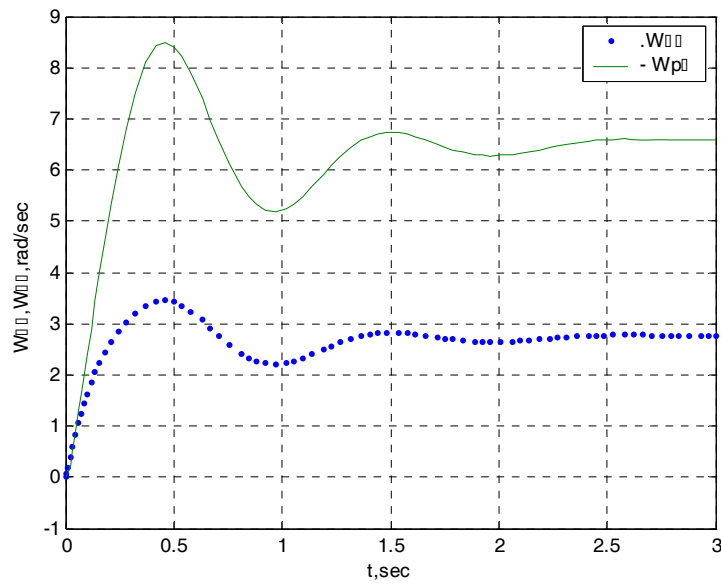


Рисунок 2 — Скорости вращения звеньев ЦК и РК

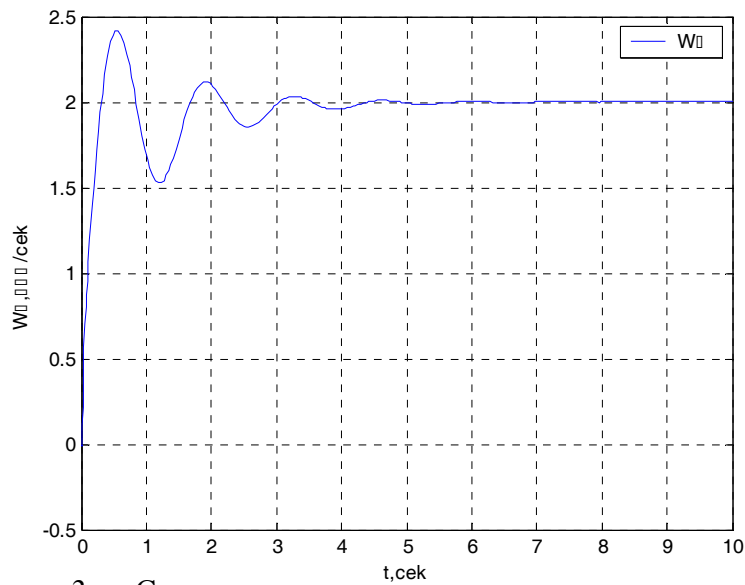


Рисунок 3 — Скорость вращения валков относительно своей оси

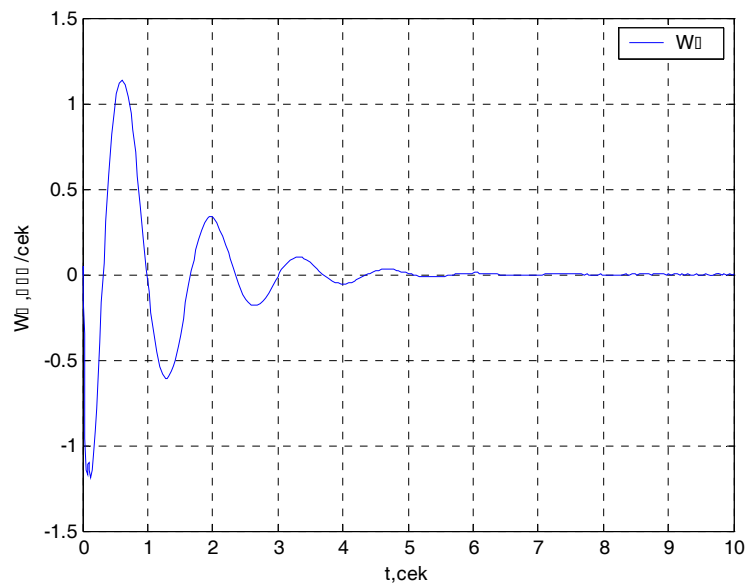


Рисунок 4 — Скорость вращения металла (заготовки) вокруг оси прокатки

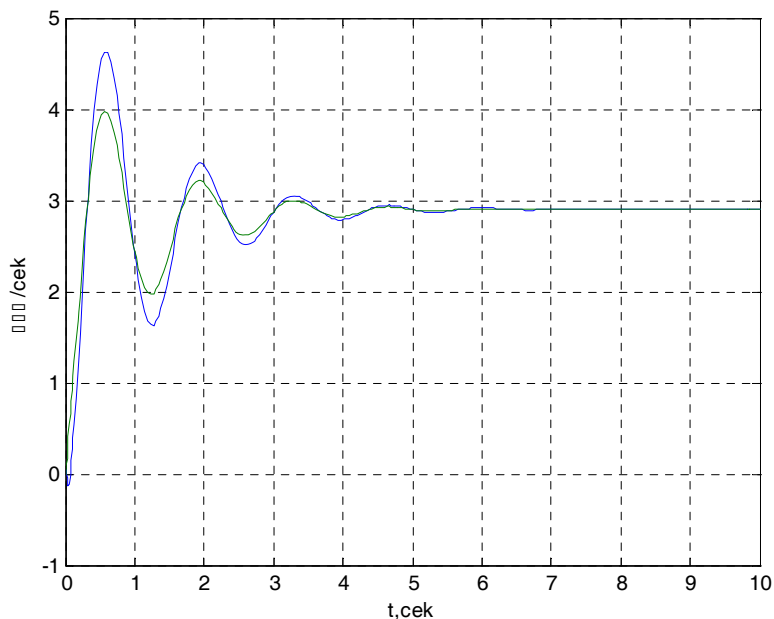


Рисунок 5 — Переходной процесс скоростей вращения двух звеньев ЦК, РК к стационарному состоянию  $\omega_{ЦК} = \omega_{РК}(1 - i_{\Sigma})$  работы планетарной винтовой клетки

Моделирование подтверждает главное технологическое условие работы клетки (рис.5):  $\omega_{ЦК} = \omega_{РК}(1 - i_{\Sigma})$ , при котором отсутствует вращение металла относительно оси прокатки (рис.4). Вращение вала относительно своей оси (рис. 3) происходит по причине относительного движения ротора РК и центрального колеса ЦК, причем, всегда выполняется условие  $\omega_{РК} > \omega_{ЦК}$  (рис.2), при котором валки захватывают металл в очаг деформации.

В связи с тем, что ротор РК и центральное колесо клетки ЦК передают своё движение рабочим валкам с одинаковыми коэффициентами передачи согласно (6), что соответствует одинаковым моментам  $M_{РК} = M_{ЦК}$ , тогда отношение мощностей приводов двигателей центрального колеса и ротора клетки однозначно определяется отношением их скоростей:

$$\frac{P_{РК}}{P_{ЦК}} = \frac{M_{РК}\omega_{РК}}{M_{ЦК}\omega_{ЦК}} = 1 \cdot \frac{\omega_{РК}}{\omega_{РК}(1 - i_{\Sigma})} = \frac{1}{(1 - i_{\Sigma})}. \tag{18}$$

Из этого важного технологического соотношения (18) и при известной суммарной мощности  $P_{\Sigma}$  затрат на технологию прокатки можно оценить мощности двух электроприводов клетки при КПД=1. Тогда справедлива система:

$$\begin{cases} \frac{P_{Ц}}{P_{Р}} = (1 - i_{\Sigma}), \\ P_{\Sigma} = P_{Ц} + P_{Р}, \end{cases} \tag{19}$$

решение которой имеет вид:  $P_{Ц} = \frac{P_{\Sigma}(1 - i_{\Sigma})}{(2 - i_{\Sigma})}$ ,  $P_{Р} = P_{\Sigma} \frac{1}{(2 - i_{\Sigma})}$ .

Полученные результаты будут использованы в разработке системы управления технологическим процессом совмещения непрерывного литья круглой заготовки и черного ее обжима в двух планетарных винтовых клетях с общей вытяжкой  $\approx 100$  ед.



**Выводы**

1. Разработана математическая модель винтовой планетарной клетки на основе уравнений Лагранжа второго рода, позволяющая анализировать кинематику и динамику технологии планетарной винтовой прокатки.
2. Результаты моделирования подтвердили главное технологическое условие работы клетки, при котором отсутствует вращение металла относительно оси прокатки. Получено распределение мощностей двух электроприводов клетки для системы управления процессом планетарной винтовой прокатки.

**Список использованной литературы**

1. Литвинов В.И. Кліть тривалкова гвинтова консольна планетарна: патент на винахід №88522, В21В 13/12, В21В 19/00 / Литвинов В.И., Жукова Н.В. ; дата публікації відомостей про видачу патенту 26.10.2009, Бюл. №20.
2. Жукова Н.В. Кліть гвинтова тривалкова консольна обтискна / Жукова Н.В., Литвинов В.И. и др. : заявка на винахід № а 2010 15624 от 24.12.2010.
3. Жукова Н.В. Анализ регулируемых координат электропривода на предмет их использования при формировании нижнего уровня управления малоинформативным многосвязным электромеханическим объектом / Н.В. Жукова // Зб. наук. пр. ДонДТУ. Серія: Обчислювальна техніка та автоматизація. — 2001. — Вип. 25. — С. 45–54.
4. Бухгольц Н.Н. Основной курс теоретической механики / Н.Н. Бухгольц. — М: Наука, 1969. — Ч.1,2.
5. Яблонский А.А. Курс теоретической механики / А.А. Яблонский. — М: Высшая школа, 1971. — ч. 1,2.
6. Теория механизмов и машин / С.И. Артоболевский. — М.: Высшая школа, 1967.
7. Курс теории механизмов машин / В.А. Зиновьев. — М.: Наука, 1972.

Надійшло до редакції:  
02.02.2012 р.

Рецензент:  
д-р техн.наук, проф. Скобцов Ю.О.

*N.V. Zhukova. A Mathematical Model of the Kinematics and Dynamics of Planetary Spiral Cage. We obtained a mathematical model of the planetary screw stand on the basis of the Lagrange equations of the second kind, which analyzes the kinematics and dynamics of helical rolling technology.*

*Key words: spiral rolling, planetary triple roll stand, a closed kinematic chain, differential mechanism, criteria of spiral rolling test, electric drive of the central wheel, electric drive of the rotor cage.*

**Н.В. Жукова. Математична модель кінематики та динаміки гвинтової планетарної кліті.** Отримана математична модель гвинтової планетарної кліті на основі рівнянь Лагранжа другого роду, яка дозволяє аналізувати кінематику та динаміку технології гвинтової прокатки.

**Ключові слова:** поперечно-гвинтова прокатка, планетарна тривалкова кліть, замкнений кінематичний ланцюг, диференційний механізм, критерій гвинтової прокатки, електропривод центрального колеса, електропривод ротора кліті.

© Жукова Н.В., 2012