

ЗАСТОСУВАННЯ СПЛАЙНІВ ДЛЯ ПОДАННЯ КОНТУРІВ В МЕТОДАХ ОБРОБКИ ТОМОГРАФІЧНИХ ЗОБРАЖЕНЬ

Бабков В.С.

Донецький Національний Технічний Університет
Кафедра ПМІ
babkov@tr.dn.ua

Abstract

Babkov V. Using c-spline contours describing in methods of CT-image processing. In the article pixel and c-spline describing of data are compared. The advantages of c-cpline describing in CT-image processing are grounded, in case when the form of contour is interesting us.

Вступ

При різноманітній обробці зображень у комп'ютерній томографії та суміжних галузях значний вплив на ефективність методів обробки має подання вхідних даних. Якщо обробка здійснюється для двовимірних зображень (зрізів), то вхідними даними є контури органів, які виокремлені з зображень за допомогою методів сегментації [1]. Найпростішим способом подання даних у цьому випадку є піксельний, тобто такий, за яким контур – це сукупність пікселів. Таке подання є результатом роботи багатьох відомих методів сегментації: тих, що базуються на ділянках (region based) і тих, що базуються на межах (edge based) [2].

Як було сказано у [3], при подальшій обробці контурів, наприклад, на етапах співвіднесення або деформації у складі системи реконструкції, найважливішими параметрами контурів, які застосовуються при обробці, є параметри, що характеризують форму контуру. Безпосередньо піксельне подання контуру не несе інформації про такі параметри і для їх обчислення необхідно застосовувати окремі алгоритми. В той же час існують методи сегментації, які дозволяють отримати подання контурів у вигляді сукупності кривих (їх математичних описів) [2]. У якості кривих найчастіше виступають сплайни.

Розглянемо, чи не є застосування сплайнів для подання контурів більш вигідним, ніж піксельне, в методах, які працюють у складі системи реконструкції 3D зображень в умовах обмеженої кількості вхідних даних.

Порівняння піксельного та сплайнового подання

Для порівняння слід визначитися з критеріями, які будуть визначальними для способів подання, які порівнюються. По-перше, як було

сказано, раніше, найважливішим параметром в алгоритмах обробки є форма контуру, тому способи подання слід порівнювати за тим, наскільки адекватно вони дозволяють визначити форму. По-друге, застосування того чи іншого способу подання приводить до необхідності зберігати певний обсяг даних. Тому другим критерієм – це обсяг опису, який необхідно зберігати при застосуванні піксельного та сплайнового подання. Третім критерієм виступатиме обчислювальна складність при використанні того чи іншого методу, яка, в свою чергу, впливатиме на швидкість обробки даних.

Таким чином ми маємо три критерії:

- ступінь адекватності подання форми контуру;
- обсяг опису;
- обчислювальна складність.

При піксельному поданні контур – це сукупність пікселів, які його утворюють і які характеризуються своїми координатами. Для наочності будемо вважати, що контур – це деяка функція $Y = f(X)$, де X , Y – вектори координат пікселів (рис.1). При такому поданні кожний піксел (кожна пара X_i , Y_i) характеризує лише самого себе. Для того, щоб характеризувати форму контуру (при його інтерпретації як графіку функції) можна застосовувати такі параметри як:

- ступінь зростання, ступінь зменшення функції;
- розташування точок екстремумів, точок згину;
- вгнутість, опуклість функції.

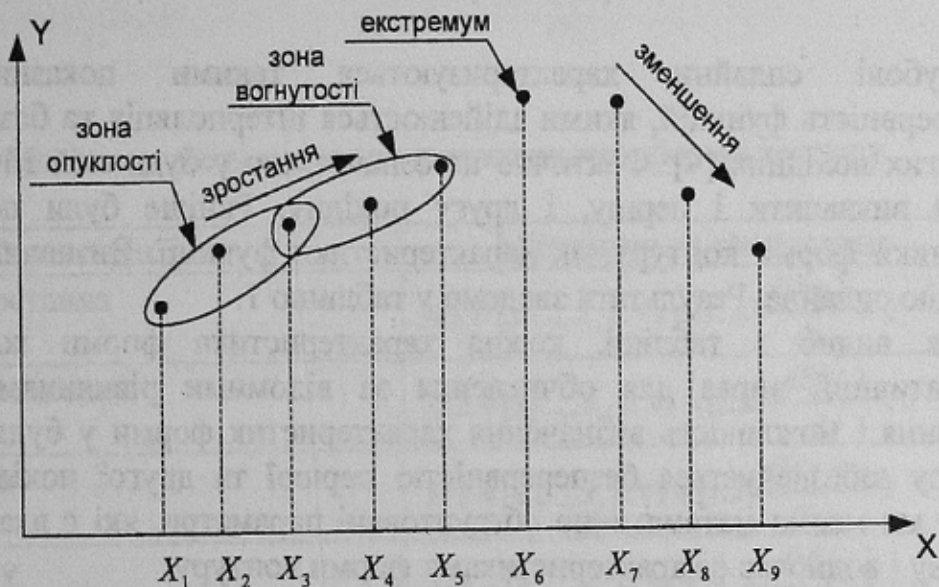


Рис. 1 – Параметри, які характеризують форму контуру

Можна бачити, що координати окремих пікселів не несуть такої інформації. Для обчислення вищевказаних параметрів можна застосовувати до точок інтерполяційні алгоритми. При цьому задача інтерполяції ставиться як проведення через задані точки гладкої кривої. Один з відомих методів

розв'язання цієї задачі – це інтерполяція кубовими сплайнами. У цьому випадку здійснюється перехід від параметрів окремих точок до параметрів кривих, що поєднують ці точки (рис. 2а). Як бачимо, визначення ключових параметрів, які характеризують форму контуру, фактично є переходом від піксельного до сплайнового подання. Таким чином, перед нами виникає два можливих шляхи отримання вхідних даних:

виокремлення контурів за допомогою edge based або region based алгоритмів \Rightarrow піксельне подання \Rightarrow інтерполяція кубовими сплайнами \Rightarrow сплайнове подання;

виокремлення контурів за допомогою варіаційних алгоритмів \Rightarrow сплайнове подання.

Як бачимо, результат, тобто подання контуру, яке враховує параметри його форми, є однаковим в обох випадках. Фактично це означає, що ми завжди прийдемо до сплайнового подання, як до найбільш доцільного у випадку, коли нас цікавить форма контуру.

Обґрунтуємо це математично. Кубовий сплайн – це функція виду:

$$S(x) = s_{k,0} + s_{k,1}(x - x_k) + s_{k,2}(x - x_k)^2 + s_{k,3}(x - x_k)^3,$$

де

$$k = 0, 1, \dots, N-1;$$

$$x \in [x_k, x_{k+1}].$$

N – кількість точок, через які проходить сплайн.

Кубові сплайни характеризуються такими показниками як: безперервність функцій, якими здійснюється інтерполяція та безперервність їх других похідних [4]. Фактично це означає, що у будь-якій точці сплайна можна визначити і першу, і другу похідну. Раніше були перераховані показники форми контуру, як характеристики функції. Визначимо їх через функцію сплайна. Результати зведемо у таблицю 1.

Як видно з таблиці, кожна характеристика форми контуру має математичний вираз для обчислення за відомими рівняннями сплайна. Існування і можливість визначення характеристик форми у будь-якій точці контуру забезпечується безперервністю першої та другої похідної. Таким чином ми маємо математично обґрунтовані параметри, які є властивостями сплайну і водночас є характеристиками форми контуру.

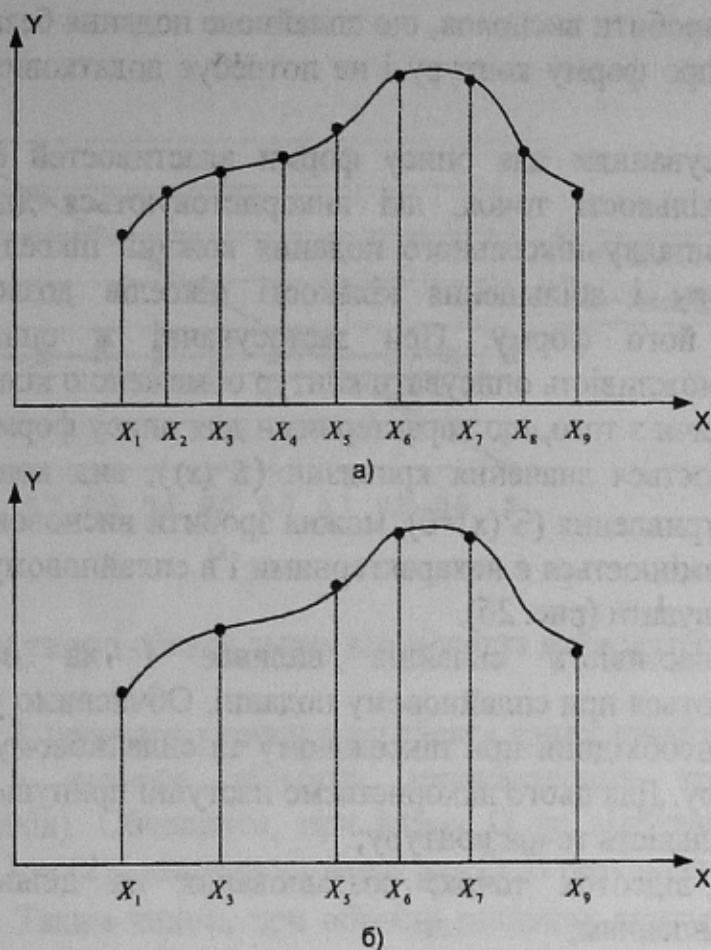


Рис. 2 – Сплайнове подання контуру: а) за всіма пікселами, б) за опорними точками

Таблиця 1 – Математичне визначення характеристик форми контуру

Характеристика	Математичне визначення
Ділянка зростання	$M1 = [x_1, \dots, x_n] : \forall i \in [1..n] \frac{dS(x_i)}{dx} > 0$
Ділянка зменшення	$M2 = [x_1, \dots, x_m] : \forall i \in [1..m] \frac{dS(x_i)}{dx} < 0$
Екстремуми	$M3 = [x_1, \dots, x_l] : \forall i \in [1..l] \frac{dS(x_i)}{dx} = 0$
Точка згину	$M4 = [x_1, \dots, x_k] : \forall i \in [1..k] \frac{d^2S(x_i)}{dx^2} = 0$
Ділянка опуклості	$M5 = [x_1, \dots, x_q] : \forall i \in [1..q] \frac{d^2S(x_i)}{dx^2} < 0$
Ділянка вгнутості	$M6 = [x_1, \dots, x_p] : \forall i \in [1..p] \frac{d^2S(x_i)}{dx^2} > 0$

Це дозволяє зробити висновок, що сплайнове подання безпосередньо містить інформацію про форму контуру і не потребує додаткових алгоритмів для її отримання.

Із застосуванням для опису форми властивостей сплайнів пов'язане зменшення кількості точок, які використовуються для опису контуру. Справді, у випадку піксельного подання кожний піксел є необхідним для опису контуру і збільшення кількості пікселів дозволяє більш точно відобразити його форму. При застосуванні ж сплайнового подання з'являється можливість описувати контур обмеженою кількістю характерних точок. Виходячи з того, що характерними для опису форми контуру є точки, в яких змінюється значення кривизни ($S''(x)$), вид кривизни ($S''(x)=0$) і напрямок викривлення ($S'(x)=0$), можна зробити висновок, що точки, в яких кривизна не змінюється є нехарактерними і в сплайновому поданні їх можна не використовувати (рис. 2б).

Така властивість сплайнів впливає і на обсяг даних, які використовуються при сплайновому поданні. Обчислимо узагальнений обсяг даних, який необхідний при піксельному та сплайновому поданні одного й того ж контуру. Для цього використаємо наступні припущення:

- N – кількість точок контуру;
- Q – відсоток точок, розташованих на ділянках з незмінним викривленням;
- B – обсяг даних для зберігання одного числового параметра (в одиницях обсягу).

При використанні піксельного подання обсяг даних буде визначатися формулою:

$$V = 2 * B * N \quad (1)$$

При застосуванні сплайнового подання слід враховувати, що обсяг буде залежати від того, який відсоток точок є нехарактерними. При цьому, вважаючи, що використовуються кубові сплайни для опису кожної ділянки будемо використовувати координати двох характерних точок та чотири коефіцієнти кубового поліному між ними.

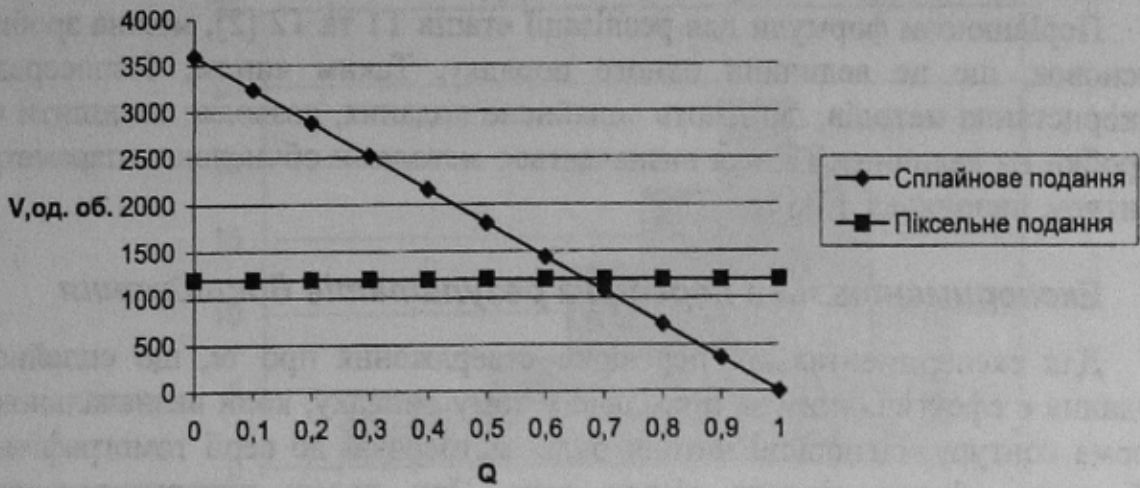
$$V = 6 * N * (1 - Q) * B \quad (2)$$

де

$N * (1 - Q)$ – кількість характерних точок;

$6 * B$ – 2 координати кінцевих точок кубового поліному та 4 коефіцієнти.

Для визначення того, чи є сплайнове подання ефективнішим з точки зору обсягу даних побудуємо графіки залежностей $V(Q)$ для $Q \in [0, \dots, 1]$ (рис.3). При цьому візьмемо $N=100$, $B=6$ (у загальному випадку дані значення можуть бути довільними).



Р

ис. 3 – Графік залежності обсягу даних від відсотка нехарактерних точок

Як видно з рис. 3, переваги з точки зору обсягу даних сплайнове подання має, починаючи з певного відсотку нехарактерних точок (точка перехрещення графіків). Обчислити, при якому Q це відбувається можна зрівнявши вирази (1) та (2) і записавши вираз для Q . В результаті отримаємо, що $Q_{\text{сп}} = 2/3$ (66%). Таким чином, при обробці реальних контурів виграш в обсязі даних залежатиме від складності форми контуру та наявності в ньому ділянок з незмінним викривленням, наприклад прямолінійних.

Третім критерієм виступали обчислювальні витрати. З точки зору обчислювальної складності і часу обчислення, слід розглянути обидва шляхи отримання вхідних даних. Часові витрати на обчислення за цими шляхами пояснюються на рис. 4.

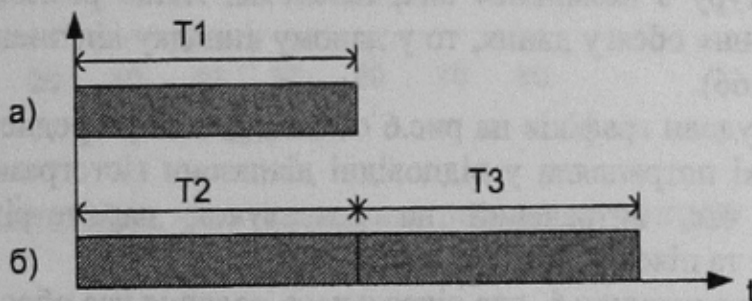


Рис. 4. Діаграма часових витрат при використанні а) сплайнового, б) піксельного подання

На рис. 4 використано наступні позначення:

T_1 – час виокремлення контурів варіаційними методами з отриманням сплайнового подання;

T_2 – час виокремлення контурів edge based або region based алгоритмами з отриманням піксельного подання;

T_3 – час обчислення параметрів контуру за піксельним поданням.

Порівнюючи формули для реалізації етапів T_1 та T_2 [2], можна зробити висновок, що це величини одного порядку. Таким чином, безпосереднє використання методів, що дають сплайнове подання, дозволяє зменшити час обробки на величину T_3 , яка визначається методами обчислення параметрів контуру, наприклад [3],[4].

Експериментальна перевірка результатів дослідження

Для експериментальної перевірки ствердження про те, що сплайнове подання є ефективнішим за піксельне у тому випадку, коли визначальною є форма контуру, відповідні методи були застосовані до серії томографічних зображень різних ділянок кісток тазу. При цьому використовувалися наступні параметри:

- алгоритм виокремлення контурів (edge based) – Sobel Filter [5];
- алгоритм виокремлення контурів (варіаційний) – Snake [6];
- алгоритм обчислення параметрів контуру – інтерполяція сплайнами [4];
- для зберігання числових параметрів застосовано формат float (6 байтів).

Вищевказані алгоритми застосовано до серії із 100 томографічних зрізів різних ділянок кісток тазу. Обробка здійснювалась за допомогою пакету MATLAB 6.0. Результати зведено у графіки рис. 5, 6.

На рис. 5 наведено гістограму розподілу кількості зображень за відсотком нехарактерних точок. Як бачимо серед реальних зображень кісток тазу спостерігається максимум у діапазоні 60-70% і переважна більшість зрізів (73%) мають відсоток нехарактерних точок більший за 50. Тобто можна зробити висновок, що для даного виду зображень характерна перевага ділянок контуру з незмінним викривленням. Якщо розглядати ситуацію з боку зменшення обсягу даних, то у даному випадку він зменшиться для 35% контурів ($Q > 66$).

Для побудови графіків на рис.6 обчислювався усереднений час обробки для зрізів, які потрапляли у відповідні діапазони гістограми (рис.5). Рис. 6 демонструє час, витрачений на розрахунок параметрів контуру при сплайновому та піксельному поданні.

Як видно з рисунку 6, для піксельного подання час обробки фактично не залежить від наявності нехарактерних точок і у всіх випадках перевищує час обробки при сплайновому поданні в середньому в 2 рази.

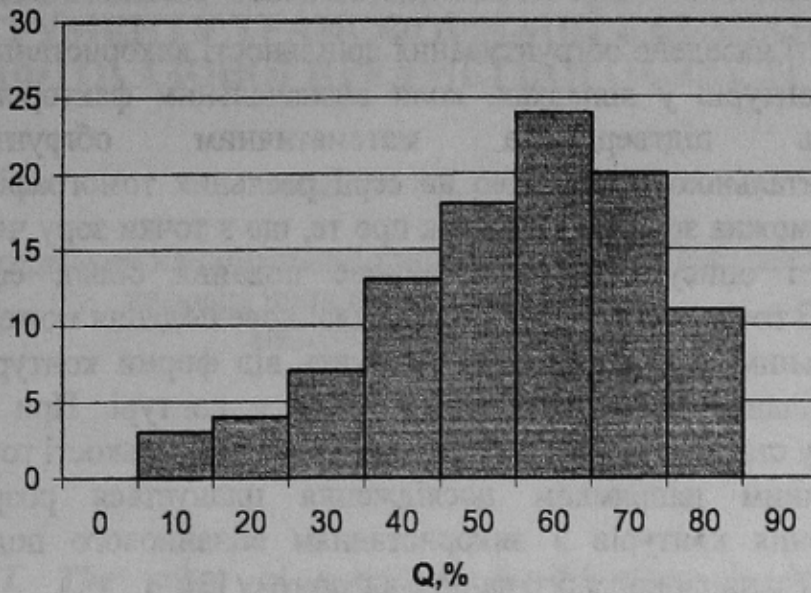


Рис. 5 – Розподіл контурів за відсотком нехарактерних точок

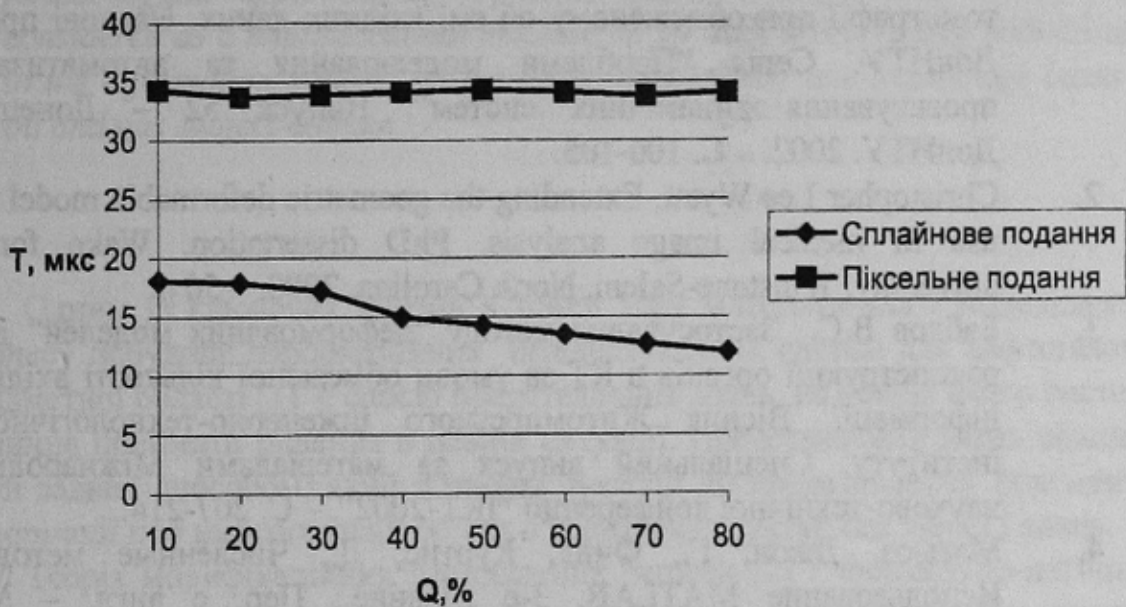


Рис. 6 – Залежність часу розрахунку параметрів контуру від відсотка нехарактерних точок

В свою чергу, сплайнове подання має менший час обробки, який має тенденцію до зменшення із зростанням відсотку нехарактерних точок. Це можна пояснити тим, що при наявності великої кількості ділянок з незмінним викривленням варіаційний метод виокремлення контурів витрачає менше часу на визначення контуру і, відповідно, менше часу на обчислення коефіцієнтів сплайнів.

Висновки

У статті наведено обґрунтування доцільності використання сплайнів для подання контурів у випадках, коли визначальним фактором є їх форма. Доцільність підтверджена математичним обґрунтуванням і експериментальною перевіркою на серії реальних томографічних зрізів. У результаті можна зробити висновок про те, що з точки зору часових витрат і адекватності опису форми, сплайнове подання більш ефективне, ніж піксельне. З точки зору обсягу даних, сплайнове подання може мати перевагу над піксельним, але даний факт залежить від форми контуру, а саме, від відсотку ділянок незмінного викривлення у контурі. При припущеннях, зроблених у статті, межа цього значення - 66% від кількості точок контуру.

Наступним напрямком дослідження планується розробка методу співвіднесення контурів з використанням сплайнового подання шляхом модифікації запропонованого раніше алгоритму [3].

Література

1. Бабков В.С. Реконструкція 3D-моделей органів в комп'ютерній томографії при обмеженому об'ємі вхідних даних. Наукові праці ДонНТУ. Серія "Проблеми моделювання та автоматизації проектування динамічних систем". Випуск 52 – Донецьк: ДонНТУ. 2002. – С. 100-105.
2. Christopher Lee Wyatt, Extending the geometric deformable model for use in medical image analysis. PhD dissertation. Wake forest university, Winstone-Salem, North Carolina. 2000. – 56 p.
3. Бабков В.С. Застосування методу "деформованих моделей" для реконструкції органів в КТ за умови обмеженої кількості вхідної інформації. Вісник Житомирського інженерно-технологічного інституту. Спеціальний випуск за матеріалами Міжнародної науково-технічної конференції "ІКТ-2002". – С. 207-214.
4. Мэтьюз, Джон, Г., Финк, Куртис, Д., Численные методы. Использование MATLAB, 3-е издание.: Пер. с англ. – М.: Издательский дом «Вильямс», 2001. – 702 с.
5. McInerney T., Terzopoulos D Deformable Models in Medical Image Analysis: A Survey. Medical Image Analysis, 1996, 1(2):91–108
6. Kass M. et al. Snakes: Active contour models. International Journal of Computer Vision, 1988, 1(4):321–331

Дата надходження до редколегії: 27.12.2003 р.