QUALITATIVE MODELLIERUNG KOMPLEXER DYNAMISCHER SYSTEME

S. Manz

Institut für Automatisierungs- und Softwaretechnik (IAS)
Universität Stuttgart
Pfaffenwaldring 47
70550 Stuttgart

Abstract

Manz S. Qualitative modelling of complex dynamic systems. A qualitative approach to modelling of complex dynamic systems is discussed. The SQMA (situation-oriented qualitative modelling and analysis) method is considered. An example of qualitative modelling of a dynamic system is described.

Einleitung

Die mathematische Modellierung und Simulation technischer Systeme ist bereits Gegenstand zahlreicher Forschungsarbeiten auf den verschiedenen Anwendungsgebieten. Das Problem der mathematischen Modelle liegt an der schnell nicht mehr handhabbaren Komplexität der Modelle. Zur Bewältigung komplexer dynamischer Systeme bedient man sich immer mehr der Parallelrechentechnik als Mittel zur Bereitstellung von Rechenkapazitäten. Das Ziel, solche komplexe dynamische Systeme zu verstehen und ihr Verhalten deterministisch zu machen, kann durch ihre qualitative Modellierung erreicht werden.

Qualitative Modellierung nach der SQMA-Methode

Einführung

SQMA (Situationsbasierte Qualitative Modellbildung und Analyse) ist ein am Institut für Automatisierungs- und Softwaretechnik (IAS) entwickeltes Verfahren und befaßt sich mit einer qualitativen, komponentenorientierten Modellierung für verfahrenstechnische und andere flußorientierte technische Prozesse. Die SQMA beruht auf dem Prinzip des Qualitativen Schließens [2]. Qualtitatives Schließen entstand Ende der 80iger Jahre auf dem Gebiet der künstlichen Intelligenz. Im Allgemeinen beschäftigt sich das Qualitative Schließen mit dem Design von Schlußfolgerungsverfahren, die auf der Basis von qualitativem Wissen Schlüsse ziehen. Im Speziellen beschäftigt sich das Qualitative Schließen mit dem qualitativen Beschreiben von naturwissenschaftlichen Phänomenen, technischen Prozessen und Systemen und mit dem Erforschen von Problemlösungsverfahren auf der Grundlage qualitativer Modelle.

Die SQMA basiert auf einem analytischen Modell und repräsentiert damit Tiefenwissen in ähnlicher Weise wie quantitative Prozeßmodelle. Während quantitative Modelle genaue Informationen über den technischen Prozeß benötigen, können qualitative Modelle auch mit ungenauen oder unvollständigen Informationen erstellt werden. SQMA setzt sich aus folgenden Grundelementen zusammen:

- Intervallarithmetik
- Komponentenmodelle
- Systemkomponenten
- Situations- und Transitionsanalyse

Intervallarithmetik

SQMA verwendet aufgrund des qualitativen Ansatzes eine Intervalldarstellung der Größen. Jeder physikalischen Größe einer Komponente werden verschiedene Wertebereiche (Intervalle) zugeordnet, die das Verhalten dieser Komponente qualitativ beschreiben. Abbildung 1 zeigt die Festlegung der Intervalle für den Druck am Beispiel eines Tanks.

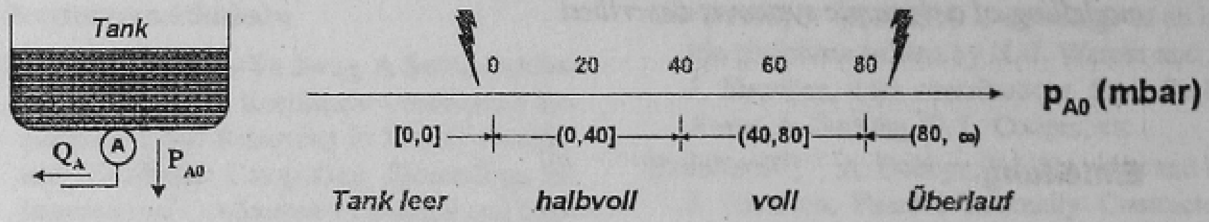


Abbildung 1: Darstellung der Intervalle des Tankdrucks am Zahlenstrahl

Der Druck repräsentiert den Füllstand des Tanks und wird durch Festlegung von geeigneten Intervallen unterteilt in die möglichen Zustände *LEER* (p_{A0} = 0 mbar), *HALBVOLL* (0 mbar < $p_{A0} \leq$ 40 mbar), *VOLL* (40 mbar < $p_{A0} \leq$ 80 mbar) und *ÜBERLAUF* (p_{A0} > 80 mbar). Durch die qualitative Beschreibung ist es auch möglich, fehlerhafte Prozeßzustände des Tanks (z.B. p_{A0} > 80 → *ÜBERLAUF*) zu modellieren bzw. für eine spätere Analyse bereitzustellen.

Komponentenmodelle

In SQMA wird eine komponentenorientierte Modellierung realisiert. Zuerst werden die Einzelkomponenten unabhängig vom Gesamtsystem modelliert, bevor das Systemmodell[1] aufgestellt werden kann. Eine Einzelkomponente eines flußorientierten Systems wird durch folgende Elemente beschrieben:

Terminals: Die Verbindungen der Einzelkomponenten untereinander oder nach außen werden als *Schnittstellen* bzw. *Terminals* bezeichnet.

Technische Größen (Komponentengrößen): Hierzu gehören alle Größen, die für das Verhalten und die Wechselwirkungen der Komponente mit dem restlichen System von Bedeutung sind. Zur Festlegung der Komponentengrößen gehört auch die Festlegung der qualitativen Intervalle, welche für jede Größe definiert werden müssen. Am Beispiel des Tanks in Abbildung 1 sind für die qualitative Größe p_{A0} vier Intervalle definiert.

Situationsregeln: Eine *Situation* für die Komponente ist eine bestimmte Kombination

---

[1] Das Systemmodell enthält alle Komponenten einer Anlage, welche entsprechend miteinander vernetzt sind.

der Intervalle aller Komponentengrößen. Da manche Kombinationen physikalisch nicht möglich sind, müssen diese mit Hilfe von *Situationsregeln* ausgeschlossen werden. Diese Regeln beschreiben das reale Verhalten der Komponenten. Die Situationsregeln können in Gleichungsform formuliert sein oder auch in Form logischer Aussagen, welche für alle Situationen erfüllt sein müssen. Um z. B. das Verhalten des Volumenstromes bei leerem Tank zu untersuchen (s. Abbildung 1), genügt die Gleichung:

$$p_{A0} = 0 \rightarrow Q_A \leq 0$$

Diese Beziehung besagt, daß bei leerem Tank($p_{A0} = 0$) keine Flüssigkeit aus dem Tank fließen kann (physikalisch unmöglich), jedoch ein Rückfluß in den Tank hinein ($Q_A < 0$) zulässig ist.

Kommentarregeln: Mehrere Situationen können in einem Betriebszustand zusammengefaßt werden, welcher das Verhalten der Komponente nach außen beschreibt. Mit Hilfe von *Kommentarregeln* wird jedem definierten Betriebszustand, welchen die Komponente einnehmen kann, eine Bezeichnung zugeordnet. Vervollständigt wird diese Bezeichnung durch die Vergabe eines Attributes für jeden Zustand, mit dem eine Klassifizierung in Hinblick auf den Zweck der Analyse vorgenommen wird („B“ = bestimmungsgemäß, „N“ = nicht bestimmungsgemäß und „G“ = gefährlich). Zum Beispiel wäre der Zustand ÜBERLAUF beim Tank (s. Abbildung 1) mit dem Attribut *G* zu versehen, um somit den gefährlichen Zustand hervorheben zu können:

$$p_{A0} > 80 \Rightarrow \text{ÜBERLAUF Attribut G}$$

Situationstabelle: Der vollständige Situationsraum einer Komponente ergibt sich aus allen möglichen Kombinationen der qualitativen Werte der einzelnen Komponentengrößen. Durch Anwendung der Situationsbedingungen wird der vollständige Situationsraum auf den realen Situationsraum reduziert, der sich in Form der *Situationstabelle* darstellen läßt. Die Situationstabelle enthält die Kombinationen der einzelnen Intervalle, die durch Kommentarregeln festgelegten Zustände und die zugewiesenen Attribute.

Transitionsregeln: Aus den Transitionsregeln läßt sich ableiten, welche Übergänge (Transitionen) zwischen den Situationen der Situationstabelle möglich sind. Es gibt zwei Arten von Transitionsbedingungen:

- *Stetige Transitionsbedingungen:* Physikalische Größen, die kennzeichnend für die in Energiespeichern enthaltene Energie sind, können sich nur stetig ändern. Solche Größen werden bei der Modellierung als „stetig“ gekennzeichnet. Zwei aufeinanderfolgende Situationen dürfen für alle stetigen Größen nur jeweils benachbarte Werte annehmen.
- *Differentielle Transitionsbedingungen:* Unter Verwendung des Differentialoperators ∂ werden Bedingungen für die Änderung bestimmter Größen angegeben. Die Ableitung ∂x einer Variable x wird als *eigenständige* Größe explizit im Modell berücksichtigt. Am Beispiel des Tanks aus Abbildung 1 ist der Druck bzw. Füllstand abhängig vom Zu- und Abfluß der Flußgröße. Diese Abhängigkeit wird durch die Gleichung $\partial p_{AB} = -Q_A$ beschrieben.

Transitionsmatrix: Die Transitionsmatrix verhält sich zu den Transitionsregeln wie die Situationstabelle zu den Situationsregeln: sie bildet die Bedingungen in eine standardisierte, für die automatische Weiterverarbeitung geeignete Form ab. Die Transitionsmatrix ist eine quadratische Matrix, in der horizontal und vertikal jeweils die Situationen eingetragen sind. Ein „X“ in der Matrix bedeutet, daß von der in dieser Zeile referenzierten Situation ein Übergang zu der in der entsprechenden Spalte referenzierten möglich ist. Fehlt der Eintrag in der Hauptdiagonalen, die den Übergang einer Situation auf sich selbst bestimmt, so ist diese Situation instabil.

Systemkomponente

Die Systemkomponente besteht aus Einzelkomponenten, Außenanschlüssen und Leitungen, welche die Komponenten untereinander und mit den Außenanschlüssen verbinden. Gewöhnlich beschreibt das Systemmodell die physikalische Struktur des technischen Systems. In manchen Fällen übertragen reale Leitungen aber mehrere Arten von Medien bzw. Größen. In diesen Fällen müssen diese Leitungen jeweils durch mehrere Leitungen im Modell dargestellt werden. Manche Wechselbeziehungen zwischen Komponenten finden im realen System nicht mittels Leitungen statt (z.B. Wärmeübertragung durch die Luft). Im Modell müssen an solchen Stellen deshalb zusätzliche Leitungen eingetragen werden. Die Leitungen können häufig als verlustfrei betrachtet werden. Nur falls die Übertragung des Mediums durch die Leitungen signifikanten Einfluß auf das Gesamtsystem hat (z.B. durch Druckabfall, Leckage oder Leerlaufen der Leitung), müssen die Leitungen als eigenständige Komponente mit in das System aufgenommen werden. Folgende Schritte sind für die Erstellung der Systemkomponente notwendig:

1. Festlegung der Terminals des Systems, deren technische Größen und Intervalle.
2. Erstellen einer Netzliste: Die Netzliste ist eine Liste von Knoten. Jeder Knoten besteht aus zwei oder mehr Terminals von Komponenten, die durch (ideale) Leitungen miteinander verbunden sind.
3. Generierung der Systemgleichungen: Die Systemgleichungen spiegeln die Struktur des Systems wieder. Die physikalischen Größen werden anhand der Kirchhoffschen Regeln [1] verknüpft.

Situations- und Transitionsanalyse

Die Situations- und Transitionsanalyse verknüpft die Informationen über die Komponenten mit der Systemstruktur, um daraus die möglichen *Systemsituationen* und *Systemtransitionen* abzuleiten. Eine Systemsituation ist ein Vektor, der für jede im System enthaltene Komponente eine bestimmte Situation aus deren Situationstabelle festlegt. Das Ergebnis der Situationsanalyse ist die *Systemsituationstabelle,* die alle physikalisch möglichen Kombinationen der Komponentensituationen enthält. Die Systemgleichungen dienen als Test, den jede Systemsituation komplett „bestehen" muß, um in die Systemsituationstabelle aufgenommen zu werden.

Die Herleitung der Systemtransitionsmatrix geschieht nach folgender Regel: Zwischen zwei Systemtransitionen ist genau dann ein Übergang möglich, wenn zwischen den darin festgelegten Situationen jeder Einzelkomponente auch ein Übergang möglich ist.

Qualitative Modellierung von zwei kommunizierenden Flüssigkeitsbehältern

Das vorgestellte qualitative Modellierungsverfahren SQMA soll in diesem Kapitel am Beispiel eines kleinen dynamischen Systems – zwei kommunizierende Flüssigkeitsbehälter (Abbildung 2) – vorgeführt werden. Die Tanks sind offen und können mit einer beliebigen Flüssigkeit gefüllt werden, wobei die Verbindungsleitung eine begrenzte Durchflußrate hat. Das System kann in drei Einzelkomponenten getrennt werden: zwei (identische) Behälter und die Leitung.

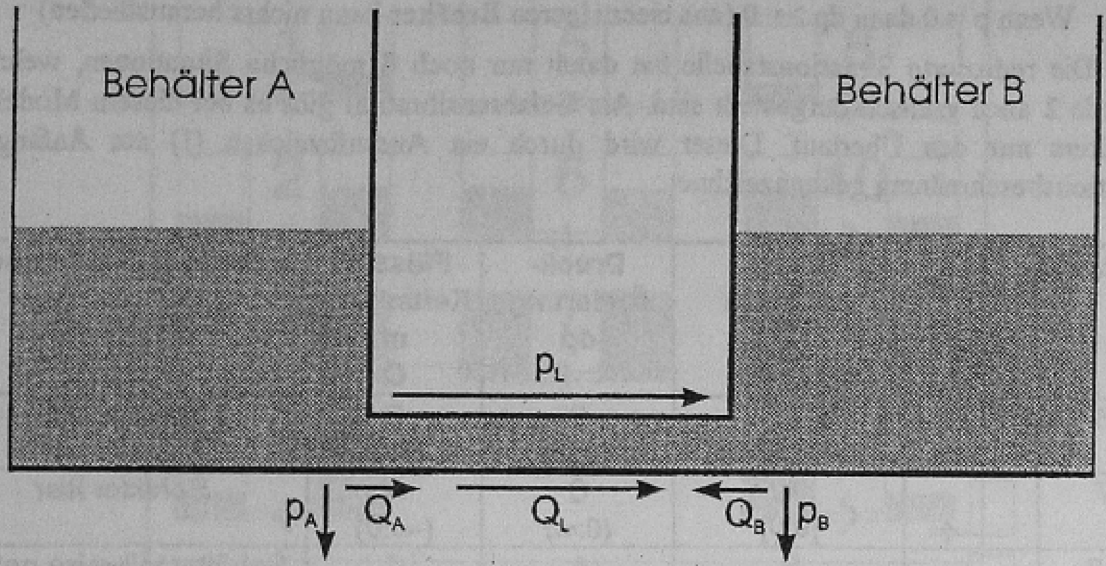


Abbildung 2: System der zwei kommunizierenden Behälter (qualitativ)

Komponentenmodelle

Im folgenden soll nur die Aufstellung des Komponentenmodells eines Behälters vorgestellt werden. Beide Behälter werden gleich modelliert. Die Leitung wird als idealisiert angenommen, aus diesem Grunde ist deren Modellierung an dieser Stelle nicht näher beschrieben.

Komponentenmodell des Behälters:

Als Behälter soll hier ein Gefäß mit konstantem Querschnitt und einem Ausfluß am Boden modelliert werden. Für den Behälter gibt es 4 mögliche Zustände: leer, teilweise gefüllt, voll und überlaufend.

Der Flüssigkeitsdruck am Ausfluß ist eine Größe für den Füllstand. Er liegt normiert zwischen 0 und 1, wobei der Behälter beim Druck p=0 leer und beim Druck p=1 voll sein soll. Dazwischen ist er teilweise gefüllt. Der Überlauf ist dadurch gekennzeichnet, daß der Behälter voll ist und gleichzeitig Flüssigkeit zufließt. Bei einer Änderung des Flüssigkeitsstandes ist die 1. Ableitung des Drucks (dp) nach der Zeit entweder <0, =0 oder >0. Als dritte Größe wird die Ausflußrate aus dem Behälter gewählt. Diese kann auch <0, =0 oder >0 sein. Die gesamte Terminal- und Größendefinition des Behälters zeigt **Tabelle 1**:

Größe	Typ	A	B	C
p	P	[0;0]	(0;1)	[1;1]
dp	P	(-∞;0)	[0;0]	(0;∞)
Q	F	(-∞;0)	[0;0]	(0;∞)

Tabelle 1: Größendefinition des Behälters

Die vollständige Situationstabelle besteht hier aus $3 \cdot 3 \cdot 3 = 27$ Situationen. Diese wird durch folgende Bedingungen auf die physikalisch möglichen reduziert:

1. Wenn Q < 0 dann dp > 0 (bei Zufluß steigt der Flüssigkeitsstand)
2. Wenn Q = 0 dann dp = 0 (ohne Zu- und Abfluß bleibt der Flüssigkeitsstand gleich)
3. Wenn Q > 0 dann dp < 0 (bei Abfluß fällt der Flüssigkeitsstand)

4. Wenn p = 0 dann dp >= 0 (aus einem leeren Behälter kann nichts herausfließen)

Die reduzierte Situationstabelle hat damit nur noch 8 mögliche Situationen, welche in **Tabelle 2** auch grafisch dargestellt sind. Als Gefahrensituation gibt es bei diesem Modell des Behälters nur den Überlauf. Dieser wird durch ein Ausrufezeichen (!) am Anfang der Situationsbeschreibung gekennzeichnet.

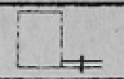
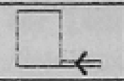
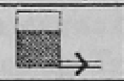
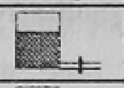
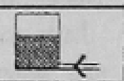
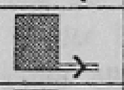
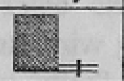
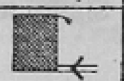
Sit.Nr.		Druck-Intervalle P	Druck-Änderung dp	Flüssig-Keitsstrom Q	Situationsbeschreibung
5		A [0:0]	B [0:0]	B [0:0]	Behälter leer
7		A [0:0]	C (0:∞)	A (-∞:0)	Behälter leer
12		B (0:1)	A (-∞:0)	C (0:∞)	Behälter teilweise gefüllt
14		B (0:1)	B [0:0]	B [0:0]	Behälter teilweise gefüllt
16		B (0:1)	C (0:∞)	A (-∞:0)	Behälter teilweise gefüllt
21		C [1:1]	A (-∞:0)	C (0:∞)	Behälter voll
23		C [1:1]	B [0:0]	B [0:0]	Behälter voll
25		C [1:1]	C (0:∞)	A (-∞:0)	!Behälter Überlauf

Tabelle 2: Reduzierte Situationstabelle Behälter

Systemgleichungen

Um nun wieder das Gesamtsystem der zwei kommunizierenden Behälter zu betrachten, müssen Systemgleichungen gefunden werden, welche die Beziehungen der einzelnen Komponenten zueinander herstellen. Dafür bedient man sich der in jedem Netzwerk geltenden Knoten- und Maschengleichungen. In diesem Beispiel handelt es sich natürlich um ein relativ einfaches System, da nur drei Komponenten vorhanden sind. Die Maschengleichung setzt die drei Drücke p_A, p_B und p_L in Beziehung zueinander, die Knotengleichung die drei Flüssigkeitsströmungen Q_A, Q_B und Q_L. Hier erkennt man sehr deutlich die Analogie zu elektrischen Netzwerken.

Die Systemgleichungen für die zwei kommunizierenden Behälter sehen damit wie folgt aus (s. Abbildung 2):

$$-P_A + P_L + P_B = 0 \quad \text{und} \quad Q_A = Q_L = -Q_B$$

Durchführung der Situationsanalyse

Das Ergebnis der Situationsanalyse für zwei identische kommunizierende Behälter ist in **Abbildung 3** dargestellt:

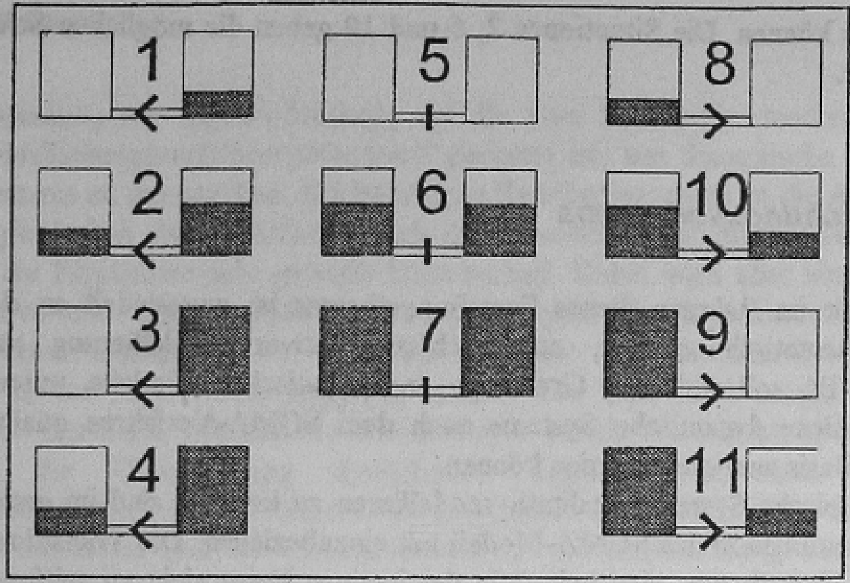


Abbildung 3: Situationsanalyse zweier identischer Behälter

Wie man an der Situationsanalyse erkennt, kann die Situation „!Behälter Überlauf" bei zwei identischen (gleich hohen) Behältern nicht auftreten.

Durchführung der Transitionsanalyse

Da für sicherheitstechnische Untersuchungen an verfahrenstechnischen Anlagen auch die „Erreichbarkeit" einer Situation von großer Bedeutung ist, wird anschließend an die Situationsanalyse noch die Transitionsanalyse benötigt. Bei dieser Analyse soll als Ergebnis ein gerichteter Graph der Situationen erzeugt werden, wodurch stabile oder unerreichbare Situationen erkannt werden können. Die Transitionen ergeben sich aus der Abhängigkeit der Druckänderung und des Flüssigkeitsstromes. Den gerichteten Graph zeigt **Abbildung 4**:

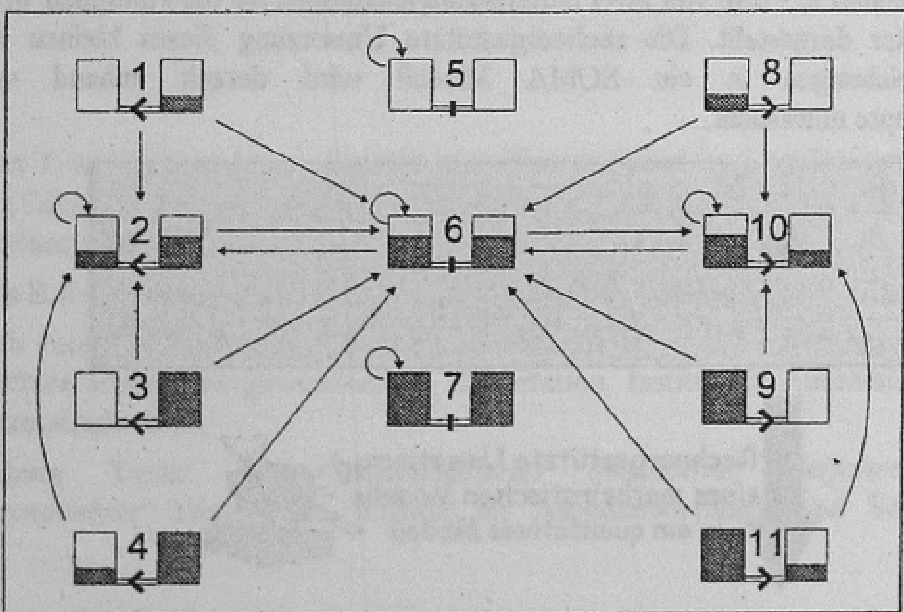


Abbildung 4: Gerichteter Graph für die Darstellung zweier identischer Behälter

In **Abbildung 4** sind die absolut stabilen Situationen 5 (zwei leere Behälter) und 7 (zwei volle Behälter) zu erkennen. Diese Situationen können von keiner anderen Situation erreicht werden und Nachfolger ist auch nur die eigene Situation. Situationen, in denen ein Behälter entweder leer oder voll ist sind instabil, da von ihnen nur Pfeile ausgehen und sie nicht wieder erreicht werden können. Die Situationen 2, 6 und 10 geben die möglichen Schwingungen des Systems wieder.

Ziel des Forschungsvorhabens

Die Arbeit im Rahmen dieses Forschungsthemas ist angesiedelt an der Schnittstelle zwischen mathematisch exakter, numerisch/quantitativer Modellierung und qualitativer Beschreibung. Es soll auf der Grundlage mathematischer Modelle untersucht werden, inwieweit komplexe dynamische Systeme nach dem SQMA-Verfahren qualitativ modelliert und auf dieser Basis analysiert werden können.

Um dynamische Systeme qualitativ modellieren zu können, sind im ersten Schritt auch zeitliche Informationen in das SQMA-Modell mit einzubeziehen. Die Transitionen beschreiben zwar mögliche Prozeßwege, sind jedoch in der jetzigen Form nicht an zeitliche Bedingungen gebunden. Gerade bei dynamischen Systemen müssen Aussagen über das Verhalten zeitlicher Vorgänge aus dem qualitativen Modell abgeleitet werden. Dabei stellt sich die Frage, wie zeitliche Vorgänge qualitativ zu beschreiben sind.

SQMA wurde im Vorfeld für Gefahrenanalysen konzipiert, bei denen zeitliche Vorgänge nicht betrachtet werden müssen. Insofern ist SQMA für die Einbindung zeitbehafteter Bedingungen entsprechend zu erweitern. Bei der Berücksichtigung der Zeit muß die qualitative Modellierung mit quantitativen Mitteln unterstützt werden. Dabei sind verschiedene Lösungsansätze zu untersuchen, wie z.B. numerische Methoden zur Lösung nichtlinearer Differentialgleichungen, qualitative Methoden zur Einbeziehung der Zeit (z.B. zeitbehaftete Petri-Netze) oder intelligente Methoden (z.B. neuronale Netze) für die automatische Umsetzung eines mathematischen Modells in ein SQMA Modell.

Abbildung 5 erläutert die zuvor beschriebene Vorgehensweise in grafischer Form. Im oberen Kasten aus Abbildung 5 ist das mathematische Modell der zwei kommunizierenden Flüssigkeitsbehälter in Form von zwei Differentialgleichungen für die Füllhöhen h_1 und h_2 der beiden Behälter dargestellt. Die rechnergestützte Umsetzung dieses kleinen Systems aus Differentialgleichungen in ein SQMA Modell wird derzeit anhand verschiedener Lösungskonzepte untersucht.

$$\frac{dh_1}{dt} = \frac{1}{A_1} \cdot \frac{M_e}{\rho} - \frac{a_1}{A_1} \sqrt{2 \cdot g} \cdot \sqrt{|h_1 - h_2|} \cdot \mathrm{sgn}(h_1 - h_2)$$

$$\frac{dh_2}{dt} = \frac{a_1}{A_2} \sqrt{2 \cdot g} \cdot \sqrt{|h_1 - h_2|} \cdot \mathrm{sgn}(h_1 - h_2) - \frac{a_2}{A_2} \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot h_2}$$

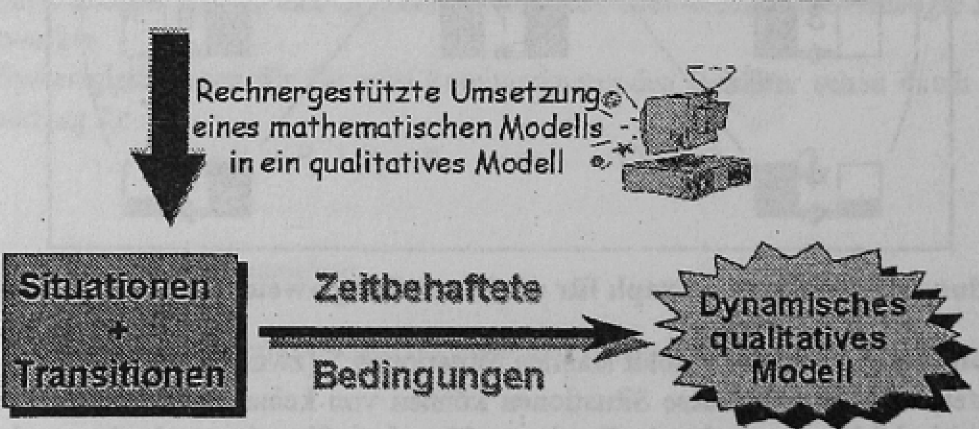


Abbildung 5: Rechnergestützte Erzeugung qualitativer Modelle

Zusammenfassung

Die Anwendung der SQMA-Methode auf die zwei kommunizierenden Behälter zeigt, daß dieses Modellierungsverfahren *prinzipiell* geeignet ist, um dynamische Vorgänge eines technischen Systems zu untersuchen. Bei beliebigen Randbedingungen ist die Auswertung *aller* Verhaltensmöglichkeiten durchführbar. Durch die *Unschärfe* der qualitativen Modellierung besitzen auch die Ergebnisse eine gewisse Unsicherheit. Dabei wird aber nie das Prinzip der Vollständigkeit verletzt. Konkret heißt das, es können Systemsituationen errechnet werden, die aus der *worst-case* Ausnutzung der durch die Intervalle vorgegebenen Spielräume möglich sind, die aber in der Praxis nicht auftreten können. Die tatsächlich möglichen Situationen werden aber *alle* errechnet. Mit der Transitionsanalyse besitzt die SQMA eine leistungsfähige Methode für die Untersuchung dynamischer Eigenschaften eines Systems. Die Transitionsanalyse gibt an, wie die Situationen aufeinander abfolgen können. Somit ergibt sich aus der Situationsanalyse und der Transitionsanalyse eine Beschreibung des Verhaltens des technischen Prozesses.

Damit auch der zeitliche Ablauf eines dynamischen Systems in ein SQMA-Modell mit aufgenommen wird, muß sich die Methode auf Komponentenebene quantitativer Methoden (Differentialgleichungen) bedienen. Der Zusammenhang zwischen den physikalischen Größen einer Komponente und der Zeit kann dabei in Form von extra definierten Zeitgrößen und Zeitregeln qualitativ bestimmt werden.

Grundgedanke der Überlegungen zu diesem Forschungsthema ist die Tatsache, daß für viele komplexe dynamische Systeme wie z.B. große verfahrenstechnische Anlagen die quantitativen Modelle zwar vorhanden, diese aber nur auf massiv parallelen Simulationsumgebungen lauffähig sind. Hier setzt das qualitative Modellierungsverfahren an. Dieses bietet den Vorteil einer – im Vergleich zu mathematischen Methoden – relativ einfachen und dem Menschen verständlichen Modellierung. Durch die rechnergestützte Hierarchisierung großer SQMA-Modelle sind auch komplexe Systeme einfach modellierbar.

Literatur

1. de Kleer J. and Brown J.S.: *„A qualitative Physics based on Confluences"*, in Bobrow D.G. (Editor), *Qualitative Reasoning About Physical Systems*, North Holland, Amsterdam, pp 7-83, 1984
2. Kuipers B.J.: *„Qualitative Simulation"*, Artificial Intelligence, 29:289-338, 1986
3. Fröhlich Peter: *„Überwachung verfahrenstechnischer Prozesse unter Verwendung eines qualitativen Modellierungsverfahrens"*, Dissertation, Institut für Automatisierungs- und Softwaretechnik 1996.
4. Laufenberg Xaver: *„Ein modellbasiertes qualitatives Verfahren für die Gefahrenanalyse"* Dissertation, Institut für Automatisierungs- und Softwaretechnik 1997.