$$z_i = \frac{z_i(x) - z_i^-}{z_i^+ - z_i^-}, \qquad (11)$$

де z_i^- - рішення відповідного часткової задачі на min[4].

Отже проведення процедури нормалізації критеріїв є обов'язковим по двох причинах. По-перше, критерії, як правило, якісно непорівнянні, що робить практично неможливим їхнє приведення до єдиного критерію в адитивної функції. По-друге, критерії можуть бути непорівнянні кількісно. У більшості випадків, оптимальні значення критеріїв відрізняються порядком цифр, що призводить до фактичного зниження значущості критеріїв, для яких отримано малі значення. Застосування нормалізації вирішує обидва ці завдання, приводячи критерії до нормованого безрозмірного виду. Ця задача відноситься до класу задач дискретного математичного програмування з булевими змінними. Для розв'язання такого роду задач можна скористатися методом випадкового керованого пошуку [5].

Отже розроблена модель дозволяє визначити напрямки найбільш ефективного використання грошових коштів на удосконалення еколого-економічного стану промислового підприємства з метою мінімізації витрат, екологічних платежів та штрафних санкцій, що сплачує підприємство. Тобто допомагає підприємствам в доборі найбільш ефективних управлінських рішень в умовах обмеженості інвестування, що дає їм можливість зміни критеріїв еколого-економічної системи підприємства.

Література.

1. Лысенко Ю.Г., Садеков А.А. Экологический подход к управлению предприятием: проблемы и перспективы // Экономика Украины. - 2003. -№5. - С. 33-40.
2. Ковальчук П.І. Моделювання і прогнозування стану навколишнього середовища. - К.: Вид-во Либідь, 2003. - 208с.
3. Экология и экономика природопользования / под ред. проф. Э.В. Гирусова. - М.: Закон и право, ЮНИТИ, 1998.- 455 с.
4. Экономико-математические методы и модели в управлении морским транспортом. – М.: Транспорт, 1988. – 384 с
5. Вітлинський В.В. Моделювання економіки. - К.:КНЕУ, 2003. - 408 с.
6. Кащенко О.Л. Фінанси природокористування. - Суми: Університетська книга, 1999.-421 с.

Статья поступила в редакцию 08.09.2005

М.А. СОЛДАТОВ, ***к.ф.-м.н., доцент***
Таврический Национальный Университет им. В.И. Вернадского

ЭКОНОМИКО-МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ДВУХПОЗИЦИОННОГО РЕГУЛИРОВАНИЯ ОПТИМАЛЬНОГО ПРОМЫСЛА РЫБНЫХ РЕСУРСОВ

Эффективное использование природных ресурсов является одним из основных факторов экономии капитала. Запасы природных ресурсов должны рассматриваться как особые капитальные блага с набором специфических свойств. Рациональное использование природных ресурсов требует всестороннего учета того бесспорного факта, что охрана природы предопределяет рациональное использование ее производственных возможностей, в то же время хозяйственное использование природных ресурсов без охраны природы на-носит экологический ущерб природной среде, приводит к оскудению и истощению природных ресурсов.

Возобновляемые ресурсы имеют особую специфику вследствие естественного возобновления продуктивности природных объектов. Однако воспроизведение ресурса в будущем существенным образом зависит от объема ресурса в настоящий момент времени. Поэтому проблема эффективной добычи возобновляемых природных ресурсов становится особо актуальной, ей посвящено большое число работ. Экономические основы эффективного природопользования раскрыты в работах отечественных [1], [2] и зарубежных ученых [3], [4].

Информационно-статистические методы анализа и математическое моделирование являются важными инструментами научного описания чрезвычайно сложных экологических процессов. Они позволяют существенно расширить существующие возможности практического исследования экологических и эколого-экономических систем и оценки эффективности природоохранных технологий, объективно обрабатывать оперативную экологическую информацию, периодически обновлять сведения об известных объектах, получать и интерпретировать результаты экологического мониторинга, оценивать действия экстремальных факторов внешней среды, последствий глобальных природных и техногенных катастроф.

Для исследования эколого-экономических систем необходимо использование информационно-статистического подхода формирования математических моделей по ограниченной исходной информации с учетом сложного характера связей, присущих системе при ее взаимодействии со средой.

1. Постановка задачи оптимального использования природных ресурсов

При определенной оптимальной стратегии использования возобновляемых природных ресурсов основное внимание следует уделять проблеме естественного возобновления продуктивности природных объектов. В погоне за текущими доходами можно утратить возможность получать их в будущем. Этот факт наглядно иллюстрирует пример оптимального использования рыбных ресурсов. Продуктивность водоема непосредственно зависит от усилий рыбаков по ловле рыбы. Если интенсивность эксплуатации водоема будет слишком велика, то его продуктивность будет снижаться. Следовательно, необходимо регулировать объем вылова рыб так, чтобы предельные затраты на вылов равнялись предельному доходу от него. Данное условие обычно обеспечивается путем ограничения доступа рыбаков к водоему с помощью системы лицензирования, налогов и т.д. Если этого не делать, то будет достигнута точка совпадения издержек и среднего дохода. Водоем в таком случае будет истощаться и приносить гораздо меньше доходов, чем мог бы принести при его рациональном использовании.

В отличие от невозобновляемых природных ресурсов, запас возобновляемых природных ресурсов растет за счет воспроизводства. Рассмотрим непрерывную зависимость от времени, тогда запас растет согласно функциональной зависимости

$$x'(t) = g(t, x(t), q(t)), \qquad (1)$$

где $x(t)$ — запас, а $q(t)$ — скорость (коэффициент) прироста запаса, $g(t, x, q)$ — функция прироста запаса. Вид функции прироста, проиллюстрированный на рисунке 1, широко используется при эмпирическом анализе.

График показывает, что от Q_1 до Q_2 запас ресурса растет, а от Q_2 до Q_4 — уменьшается. При этом, в точке Q_4 достигается устойчивое естественное равновесие запаса ресурса. Если объем запаса начинает превышать Q_4, то тем самым превышается способность окружающей среды поддерживать данный запас, усиливается процесс отмирания ресурса (исчезновения или миграции рыбы), и ситуация возвращается к положению Q_4. Если объем запаса не достиг Q_4, то в результате естественного (устойчивого) прироста он все равно приходит в эту точку.

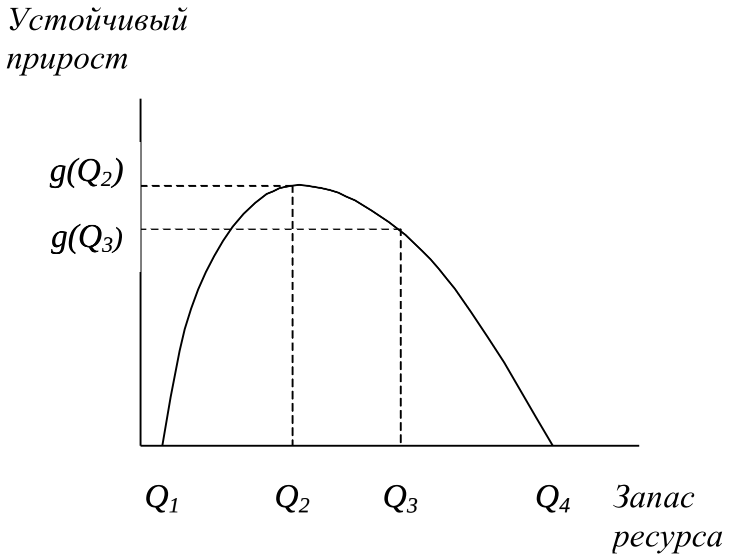

Рисунок 1. График устойчивого прироста

Точка Q_1 отражает минимально возможный запас, ниже этой точки он начинает уменьшаться (отмирание превышает прирост ресурса). Равновесие в точке Q_1 неустойчиво, поскольку вправо от нее запас начинает увеличиваться и уходит от Q_1. Если ресурс находится левее Q_1, то его объем сокращается и далее.

Точка Q_2 — это объем ресурса, при котором достигается максимальный устойчивый прирост ресурса $g(Q_2)$, то есть для любой другой точки Q_3 имеем: $g(Q_3) < g(Q_2)$. Точка Q_2 соответствует объему запаса ресурса, при котором он увеличивается с максимальной скоростью. Причем и объем лова может быть максимальным. Он будет соответствовать максимально устойчивому приросту ресурса. Если лов соответствуют устойчивому приросту, то каждому объему запаса соответствует только одно значение вылова рыбы. Тогда объем запаса не меняется во времени. Если вылов в точке Q_2 превысит $g(Q_2)$, то количество рыб начнет сокращаться, и возможность улова упадет.

При моделировании функции прироста необходимо учитывать, что при малых значениях запаса природного ресурса значение функции прироста мало, значение этой функции возрастает и достигает максимума при некотором значении $\bar{x}$, после этого значения функция убывает до нуля, поскольку экосистема достигает своей максимальной вместимости $\tilde{x}$; также для этой функции имеем, что для $0 < x < \bar{x}$ $g_x>0$, для $\bar{x} < x < \tilde{x}$ $g_x<0$ и для всего интервала $0 < x < \tilde{x}$ $g_{xx}<0$. (Нижними индексами здесь и далее будем обозначать частные производные.)

2. Необходимые условия оптимального использования природного ресурса

Рассмотрим так называемые равновесные решения проблемы оптимального управления природными ресурсами. Описание сравнительной динамики решений проблемы оптимального использования природного ресурса основано на так называемом правиле Хотеллинга (Hotelling) для невозобновляемых ресурсов и для возобновляемых ресурсов (см. Бивес (Beavis) и Добс (Dobbs) [5], Чанг (Chaing) [6], Дорфман (Dorfman) [7]).

Цель исследований состоит в том, чтобы определить необходимые условия для оптимальной добычи природного ресурса. Чтобы сделать описание более конкретным, рассмотрим рыбное хозяйство. Фирма обладает первоначальным запасом рыбы x_0 и желает максимизировать прибыль по интервалу времени от $t=0$ до $t=T$. Популяция рыбы растет согласно закону (1) и доход является функцией объема промысла рыбы *q(t)*, запаса рыбы *x(t)* и дисконт-фактора e^{-rt}. Затраты на промысел рыбы в модели не учитываются. В каждый момент времени функция дохода имеет вид: $p(t,x(t),q(t))e^{-rt}$. Тогда сумма общего дохода, полученного фирмой за интервал времени от t до T, будет иметь вид:

$$W(t,x_t,Q)=\int_t^T p(s,x,q)e^{-rs}ds \qquad (2)$$

$W(x_0,Q) = W(0,x_0,Q)$ — есть сумма всех доходов с начального времени, при котором запас составлял x_0, в зависимости от вектора параметров промысла Q. Фирма может в каждый конкретный момент времени планировать объем вылова, а запас определяется его значением в предыдущем периоде, функцией прироста и стратегией промысла на предыдущем периоде времени.

Определение оптимального решения данной проблемы заключается в отыскании последовательности наилучших объемов промысла. Другими словами, подход к решению данной проблемы заключается в сведении исходной задачи к проблеме отыскания оптимальных значений параметров Q в каждый момент времени, при которых достигается максимальное значение прибыли.

Математическая формулировка задачи оптимального планирования состоит в определении набора параметров Q, максимизирующего функцию W:

$$J(t, x_t) = \max W(t, x_t, Q). \qquad (3)$$

$J(t, x_t)$ дает значение максимума функции дохода, полученное начиная с объема запаса x_t в момент времени t и до конца планового периода.

Из условия экстремума функцию W с использованием дифференциального исчисления можно получить, что необходимое условие максимума:

$$\frac{\partial p}{\partial q}=-l\,\frac{\partial g}{\partial q}, \qquad (4)$$

$$l(t):=\frac{\partial J(t,x_t)}{\partial x_t}. \qquad (5)$$

Полученное условие имеет следующую интерпретацию: предельный доход равняется предельно возможному значению запаса.

Необходимое условие (4) может быть записано в более краткой форме путем введения гамильтониана $H(.)$ по следующему правилу:

$$H(t, x, q, l) := p(t, x, q) + l\,g(t, x, q). \qquad (6)$$

Эта функция определяется как сумма дохода и объема изменения запаса, умноженного на текущую цену запаса. Тогда необходимое условие максимума принимает следующую форму: частная производная $H(.)$ по q равняется нулю:

$$\frac{\partial H}{\partial q}=0, \qquad (7)$$

которое получается из (4), и является условием максимума гамильтониана по переменной q.

Необходимо также добавить условие того, что фирме должно быть выгодно поддержание некоторого запаса, а не вылов всего объема рыбы. Математически это условие записывается следующим образом:

$$\frac{\partial H}{\partial x}=-l'. \qquad (8)$$

Это условие называется «portfolio balance» (см. [8], стр. 26), и представляет собой равновесное для фирмы состояние поддержания запаса природного ресурса или других активов.

Эти два необходимых условия (7) и (8), а также уравнение изменения запаса (1) задают систему дифференциальных уравнений для нахождения оптимального решения задачи планирования промысла.

Однако, для полной постановки начально-краевой задачи необходимы еще два условия; они задают начальное и конечное значения фазовой переменной.

3. Краевые условия

Детальное описание всех граничных условий в начальной и конечной точках, которые встречаются в проблемах оптимального управления, потребовало бы большого объема для изложения. Леонард (Leonard) и Ван Лонг (Van Long) ([9], стр. 221) посвятили целую главу своей книги этой теме и описывают 12 таких условий.

Ограничимся здесь лишь теми краевыми условиями, которые характерны при анализе большинства проблем возобновляемых и невозобновляемых ресурсов.

Для полного описания динамики процесса необходимо задать три вида ограничений: первое задает условия на фазовую переменную, второе — фиксировано ли конечное время планового периода, и третье — имеет ли запас в конечной точке планового периода «остаточную стоимость».

Остановим внимание на условиях, заданных на конце временного интервала, при этом будем считать, что первоначальный запас известен.

Для начала будем считать, что конечное время планового периода известно и условия на конце рассматриваемого временного интервала для запаса определяются условиями на переменную цены запаса в конечной точке, $l(t)$. Если запас неограничен, будем считать при моделировании, что эта функция имеет нулевое значение в конечной точке T интервала планирования:

$$l(T) = 0. \qquad (9)$$

В определенном смысле такое ограничение верно: если бы значение цены было положительно, то дальнейшая эксплуатация запасов увеличила бы доход. Аналогичное утверждение справедливо и для бесконечного интервала времени, поскольку дисконт-фактор гарантирует, что текущая стоимость запаса асимптотически стремится к нулю при $t \to \infty$; то есть $l(T) = 0$. Эта форма краевых условий часто встречается при моделировании.

Второй тип ограничений на запас можно задать в виде нестрогого неравенства, то есть $x(T)\ ^{3}\ x_T$, это условие является модификацией условия Куна-Таккера. Потребуем

$$l(T)\ ^{3}\ 0$$

и (10)

$$[x(T) - x_T]\, l(T) = 0,$$

то есть последнее условие означает, что либо запас достигает предельного значения x_T, либо цена запаса в конечной точке равняется нулю.

В-третьих, если считать, что в конечной точке запас имеет «остаточную стоимость» (функция $B(x(T))$), значение цены ресурса в этой точке должно равняется производной функции остаточной стоимости:

$$l(T) = \frac{\partial B}{\partial x(T)}. \qquad (11)$$

Первое условие применяется при моделировании возобновляемых природных ресурсов, где можно предположить в теоретических моделях, что процесс планирования рассматривается на бесконечном интервале. Это допущение позволяет отбросить краевое условие, и приводит к тому, что оптимальные решения принимают вид установившихся состояний. Рассмотрение функции «остаточной стоимости» может применяться, если, например, фирма арендует ресурс, и рыболовство рассматривается как оплаченное возмещение, рассчитанное через размер запаса по истечении арендного договора. Это условие приводит к сравнительно более сложному анализу, поскольку краевое условие существенным образом воздействует на оптимальную стратегию использования запасов.

4. Применение принципа максимума для управления рыбодобывающей отраслью

Подход и методы, описанные в данной статье, являются универсальными и могут быть применены не только к проблемам оптимального рыболовства.

Задачи оптимальной эксплуатации природного ресурса, представленные в данной статье, называются задачами «управления без обратной связи». Функции экзогенных переменных представляют собой «окончательные» (для всего интервала планирования) решения проблем оптимизации, то есть фирма решает в начальный период, что делать в течение всех будущих периодов и придерживается без изменений этого плана. Этот тип принятия решений соответствует большинству подобных проблем принятия решений, однако, есть методы, позволяющие в дальнейшем с течением времени корректировать оптимальный план. Имеется много работ, в которых рассматриваются решения «замкнутого типа» или «с откликом» задач оптимального управления; в этих моделях выбираются оптимальные решения в окрестностях точки конкретного момента времени на основе текущих значений фазовых переменных, которые описывают систему. Этот тип принятия решения имеет место, когда на рынке представлено малое число конкурирующих фирм; в этом случае, принятое решение должно зависеть от того, как поведут себя в конкретный момент времени другие фирмы, особенно, когда стратегия поведения фирм не может быть точно установлена. В этом случае оптимальное планирование должно происходить в текущий момент времени.

Ограничимся здесь рассмотрением линейной задачи. В том случае, если адекватность этой модели не достаточна в конкретной ситуации, имеет смысл переходить к нелинейной формулировке.

Рассмотрим систему, когда фирма владеет монопольным правом на осуществление рыбной ловли в некотором водоеме. В модели не будем учитывать затрат на промысел, то есть будем считать себестоимость рыбы равной нулю. Будем считать, что фирма может реализовать рыбу на рынке по фиксированной цене p. Тогда оптимизационную задачу можно сформулировать следующим образом:

$$q: \int_0^{\infty} pqe^{-rt}\,dt \to \max \quad (12)$$

при дополнительных условиях

$$x'(t) = g(t, x(t), q(t)), \quad x(0)=x_0. \quad (13)$$

Гамильтониан (см. (6)) в этом случае будет иметь следующий вид:

$$H(t, x, q, l) = pqe^{-rt} + l\,g(t, x, q). \quad (14)$$

Здесь и далее для упрощения записи будем опускать у функций зависимость от времени (t). В приведенной выше записи подразумевается зависимость функций x, q и l от времени. Значение функции в точке будем указывать явно, например, $x(0)$ означает начальный запас.

Для отыскания максимума продифференцируем гамильтониан по переменной q и приравняем производную нулю:

$$pe^{-rt} + lg'_q = 0. \quad (15)$$

Предположим, что функция прироста g имеет следующий вид:

$$g(t, x, q) = ax + bx^2 - q, \quad a > 0, \ b < 0. \quad (16)$$

Такой вид функции удовлетворяет описанным ранее свойствам функции прироста и является одной из известных закономерностей прироста объема запасов рыбы.

Тогда условия (15) и (8) примут следующий вид:

$$pe^{-rt} = l, \quad (17)$$

$$l' = -l(a+2bx), \quad (18)$$

Целью последующих рассуждений является исключение из уравнений функции цены и нахождение установившихся решений.

Продифференцируем (17) по времени. Получаем:

$$l' = -rpe^{-rt}.$$

С учетом выражений (18) и (17), исключаем l и получаем уравнение для определения стационарных равновесных решений задачи оптимального рыболовства:

$$r = a+2bx = g'_x. \quad (19)$$

Рассмотренный случай есть *линейная проблема оптимального управления,* поскольку функция Гамильтона линейна относительно управляющей переменной q. В равновесном состоянии весь прирост популяции вылавливается в результате промысла, то есть $g(x^*, q^*) = 0$. Если запас выходит из состояния равновесия, вылов рыбы должен быть ограничен при $x < x^*$, и вылов может быть максимален $q = q_{max}$ при $x > x^*$, до тех пор, пока равновесие в системе не будет восстановлено. Этот способ управления носит название «двухпозиционное регулирование». Такие условия могут быть получены в результате исследования так называемой функции переключения состояний системы:

$$s(t) = H'_q = pe^{-rt} - l. \quad (20)$$

Если $s(t) = 0$, то $q = q^*$. В случае, когда $s(t) > 0$, получаем, что $q = q_{max}$. И наконец, если $s(t) < 0$, то $q = 0$.

Выводы

По результатам исследования с использованием методов экономико-математического моделирования для конкретного водоема можно получить условия двухпозиционного регулирования оптимального промысла рыбных ресурсов. Двухпозиционное регулирование является простейшим видом решения задачи оптимального управления. Более детальное исследование оптимальных решений, а также вопросы устойчивости этих решений можно провести, если рассматривать нелинейную задачу оптимального управления. Данной проблеме будет посвящена отдельная статья.

Литература.

1. Герасимович В.Н., Голуб А.А. Методология экономической оценки природных ресурсов. — М., 1988. – 357 с.
2. Голуб А.А., Струкова Е.Б. Экономические методы управления природопользованием. — М., 1993. – 264 с.
3. Pearce D., Turner К., Bateman I. Environmental Economics. An Elementary Introduction. — The John Hopkins University Press, Baltimore, 1993. – 217 p.
4. Tietenberg T. Environmental and Natural Resource Economics. — Glenview, Illinois — London, Scott, Foresman and Company, 1984. – 374 p.
5. Beavis B., Dobbs I.M. Optimization and Stability Theory for Economic Analysis. – Cambridge: Cambridge University Press. – 1990.
6. Chiang A.C. Elements of Dynamic Optimization. – New York: McGraw-Hill. – 1992.
7. Dorfman R. An Economic Interpretation of Optimal Control Theory // American Economic Review. – 1969, N.59, 817-831.
8. Nether P.A. Natural Resource Economics: Conservation and Exploitation. – Cambridge: Cambridge University Press. – 1990.
9. Leonard D., Van Long N. Optimal Control Theory and Static Optimization in Economics. – Cambridge: Cambridge University Press. – 1992.

Статья поступила в редакцию 06.09.2005

А.М. РЫБНИКОВ,
Таврический Национальный Университет им. В.И. Вернадского

МОДЕЛЬ ЭФФЕКТИВНОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ СРЕДСТВ МЕЖДУ ПОДРАЗДЕЛЕНИЯМИ ВУЗА

В условиях дефицита бюджетных средств, выделяемых для обеспечения функционирования ВУЗов, важное значение приобретает жесткий режим их экономии. Бюджетные средства направляются преимущественно на текущие расходы. Так как образование как отрасль практически не имеет собственных доходов, оно вынужденно свою деятельность проводит на основе бюджетных расходов. Размеры расходов на содержание вузов регулируются составляемыми ими сметами, которые определяют объем, целевое направление и распределение средств, выделенных из бюджета.

Показателями планирования расходов бюджета для высших учебных заведений выступают прием и выпуск студентов в количестве, устанавливаемом Министерством образования и науки Украины. Они финансируются Государственным бюджетом, за исключением педагогических вузов, которые финансируются местными бюджетами, как правило, областными.

История показывает, что простое увеличение инвестиций в имеющуюся систему без ее глубинного изменения всегда заканчивается снижением фактической эффективности и провалом намеченных планов. Об этом свидетельствует опыт финансирования образования в США в пятидесятых – восьмидесятых годах прошлого столетия [1], когда его финансирование выросло в несколько раз. Учебные заведения получили великолепные помещения, современное новейшее оборудование, вы-