ВИЗНАЧЕННЯ ОПТИМАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ ОБСЛУГОВУВАННЯ ЗАПИТІВ В МОМЕНТИ ЇХ НАДХОДЖЕННЯ ДО СКЛАДСЬКОЇ СИСТЕМИ

Пономаренко Л.А.,
Кафедра інформаційних систем і мереж, КДТЕУ,
E-mail: ism@kdteutc.kiev.ua
Константінов С.М.,
Науково-виробничий концерн «Аладдин-Весна»,
Пономаренко Ю.Л.,
Кафедра ПМ НТУУ «КПІ»
E-mail: jura@aladdin.kiev.ua

Abstract

Ponomarenko L.A., Konstantinov S.M., Ponomarenko J.L. Determination of optimal service of customers discipline at time of their arrival to warehouse. *Computational method of searching for optimal discipline of selection of customer request for serving in the automatic warehouse with buffer accumulation is considered*

Вступ

Моделі теорії запасів у традиційній постановці дозволяють проаналізувати вплив керуючих параметрів на динаміку рівня запасів і мінімізувати витрати, які сполучені з процесом накопичення, обираючи оптимальні політики управління. Для вирішення таких задач необхідно мати опис попиту або витрачання товарів, які зберігаються, а також обумовити правила виконання запитів (зазначимо, що до теперішнього часу моделі управління запасами розроблені лише для випадків, коли ці правила є найбільш простими).

У відомих літературних джерелах практично не зустрічаються задачі оптимізації порядку обслуговування споживачів, якщо потоки запитів від них мають різні навантажувальні і/або вартісні характеристики. У даній статті зроблено спробу вирішення однієї часткової задачі такого класу, а саме визначення оптимальної дисципліни обслуговування вимог різних типів в моменти їх надходження до складської системи.

Актуальна проблема пошуку оптимальної стратегії управління допуском споживачів до обслуговування вирішується нами за допомогою математичних моделей пріоритетних систем масового обслуговування.

1. Постановка задачі

Для більшості реальних систем управління запасами інтервали часу між моментами надходження до складу чи до магазину запитів споживачів, а також тривалість обробки кожного з них є випадковими величинами, що не дозволяє побудувати синхронний детермінований процес прийому запитів, їх обробку на складах і видачу потрібних товарів споживачам. Математичною моделлю таких систем є деякий випадковий процес, пов'язаний з їх функціонуванням. Аналіз таких процесів, визначення їх характеристик входить до кола задач, які вирішуються теорією масового обслуговування. Це призводить до необхідності розглядати склади як системи масового обслуговування з одним чи з декількома вхідними потоками запитів.

Розглянемо дрібнооптовий склад або магазин (в подальшому склад), куди надходить сумарний пуассонівський потік запитів споживачів з параметром λ $(0 < \lambda <$ 8) [illegible] у порядку надходження чи відповідно до іншої дисципліни обслуговуються з інтенсивністю μ $(0 < \mu < 8)$.

В процесі функціонування складу виникає задача визначення оптимальних абсолютних ситуаційних пріоритетів запитів при їх надходженні в період, коли склад працює у звичному режимі. У даному випадку будемо відрізняти потоки запитів від різних груп споживачів, наприклад: від споживачів, яким призначено час прийому; від постійних клієнтів фірми; від постачальників; від випадкових відвідувачів і т.ін. Хай кількість таких джерел запитів дорівнює N. Через велику кількість потенційних відвідувачів кожної групи вхідні потоки запитів від них можна вважати пуассонівськими з параметрами λ_i . $i = 1,..., N$. Очевидно, що $\sum_{i=1}^{N} \lambda_i = \lambda$. В системі є буфер (накопичувач) для чекання запитами початку обслуговування, розміри якого достатні для того, щоби уникнути втрат клієнтів. Через те, що запити споживачів із різних груп відрізняються за величиною штрафів за їх несвоєчасне обслуговування, відмову від обслуговування або недообслуговування, то необхідно вибрати таку дисципліну обслуговування, яка дозволяє мінімізувати сумарні втрати.

Для нормального режиму роботи складу можна розглянути таку вельми важливу для практики задачу, як визначення оптимальної дисципліни обслуговування потоків запитів, які відрізняються своїми параметрами. Дисципліна обслуговування, як вже зазначалося, є найважливішою характеристикою системи, що суттєво впливає на ефективність її функціонування.

2. Математична модель

Визначимо наступним чином дисципліну обслуговування, яку будемо використовувати. Якщо запит від споживача, який належить вхідному потоку з номером i, $i = 1,..., N$, (i - запит), надходить до системи (до складу) і обслуговуючий пристрій (обслуговуючий персонал) вільний, то він відразу спрямовується на обслуговування. Якщо в момент надходження i-запиту прилад зайнятий обслуговуванням j-запиту, то із ймовірністю d_{ij} обслуговування j-запиту переривається і відразу починається обслуговування i-запиту, а j-запит спрямовується до накопичувача. Із ймовірністю $1 - d_{ij}$ обслуговування j-запиту не переривається, а i-запит, який щойно надійшов, потрапляє до черги. Якщо позначити як π_0 стаціонарну ймовірність того, що в системі відсутні запити, а π_k - ймовірність того, що система зайнята обслуговуванням k-запиту, то для визначення π_0 і π_k легко отримати таку систему лінійних алгебраїчних рівнянь, розглядаючи стаціонарний режим функціонування складу:

$$\lambda_i(\pi_0 + \sum_{j=1}^{N} d_{ij}\pi_j) - (\mu + \sum_{j=1}^{N} \lambda_j d_{ij})\pi_i = 0; \; i = 1,..., N;$$

$$\pi_0 + \sum_{i=1}^{N} \pi_i = 1.$$

Задача оптимізації дисципліни обслуговування полягає у пошуку такого набору $\{d_{ij}\}$, щоби досягнути екстремуму деякого функціоналу.

У нашому випадку, якщо прийняти, що штраф за відмову відразу прийняти на обслуговування i-запит дорівнює α_i, штраф за переривання обслуговування запитів i-ї

групи - β_i, а прибуток від повного обслуговування i-запиту - γ_i, то функціонал, який підлягає максимізації, буде мати вигляд [1]:

$$Z = \sum_{i=1}^{N} \lambda_i [\gamma_i \frac{\mu\pi_i}{\lambda_i} - \alpha_i (1 - \pi_0 - \sum_{j=1}^{N} \pi_j d_{ij}) - \beta_i (\pi_0 + \sum_{j=1}^{N} \pi_j d_{ij} - \frac{\mu\pi_i}{\lambda_i})].$$

Тут $(1 - \pi_0 - \sum_{j=1}^{N} \pi_i d_{ij})$ - ймовірність того, що i-запит не буде прийнятий на обслуговування в момент надходження; $\frac{\mu\pi_i}{\lambda_i}$ - ймовірність того, що i-запит буде прийнятий на обслуговування і обслуговування повністю закінчиться; $(\pi_0 - \frac{\mu\pi_i}{\lambda_i} + \sum_{j=1}^{N} \pi_j d_{ij})$ - ймовірність того, що i-запит буде прийнятий на обслуговування, але обслуговування його буде перерваним.

3. Обчислювальний метод

Введемо таку заміну змінних:

$$\delta_{ij} = \pi_j d_{ij}, \quad i, j = 1,\ldots, N.$$

Тепер можна скласти стандартну задачу лінійного програмування щодо змінних $\pi_0 > 0$, $\pi_i > 0$, $\delta_{ij} \geq 0$:

$$Z = \sum_{i=1}^{N} [(\beta_i + \gamma_i)\mu\pi_i - \lambda_i(\beta_i - \alpha_i)(\pi_0 + \sum_{j=1}^{N} \delta_{ij})] \to \max$$

при обмеженнях

$$\lambda_i(\pi_0 + \sum_{j=1}^{N} \delta_{ij}) - (\mu + \sum_{j=1}^{N} \delta_{ij})\pi_i ;$$

$$\pi_0 + \sum_{i=1}^{N} \pi_i = 1.$$

Розв'язком цієї задачі буде деяка квадратна матриця $\Delta = \{\delta_{ij}\}$, розмірністю $N\times N$, в якій $\delta_{ij} \geq 0$. Стаціонарні ймовірності станів марковського ланцюга з одним ергодичним класом (у нашому випадку це величини π_i, $i = 1,\ldots, N$) завжди більші від нуля. Тоді, враховуючи результати роботи [2], де показано, що значення d_{ij} можуть бути рівними тільки 0 або 1, легко визначити їх оптимальні значення. Якщо $\delta_{ij} = 0$, то відповідна оптимальна величина d_{ij} також дорівнює нулю. Якщо $\delta_{ij} > 0$, то відповідна величина $d_{ij} = 1$.

Значення d_{ij} використовуються і при переформуванні черги у випадку спрямування до неї запитів, обслуговування яких перервалося, і запитів, що отримали відмову у негайному обслуговуванні. У цьому випадку, якщо до черги надходить i-запит, а на першому місці в ній стоїть k-запит, із матриці Δ вибирається елемент d_{ik}, і при $d_{ik} = 1$ i-запит стає до черги на місце k-запиту. При $d_{ik} = 0$ із матриці Δ вибирається елемент d_{il}, де l - номер потоку, запит від якого стоїть в черзі на другому місці, і процедура повторюється до тих пір, доки не зустрінеться елемент матриці Δ, рівний одиниці, або поки не буде переглянута вся черга.

Перерване обслуговування запиту, спрямованого до черги, продовжується як тільки обслуговуючий пристрій виконає всі операції з обслуговування запитів більш високого пріоритету. В момент звільнення обслуговуючого пристрою із черги вибирається запит, який стоїть на першому місці.

Висновки

При аналізі пріоритетних систем масового обслуговування важливим є вивчення ефективності запровадження тієї чи іншої пріоритетної дисципліни. Кожна така дисципліна вимагає певних витрат на її введення, і отриманий виграш повинен перекривати витрати. Особливо важливого значення це питання набуває при вивченні доцільності введення абсолютних пріоритетів. Підрахунок очікуваної ефективності необхідно проводити в кожному конкретному випадку, при конкретних значеннях структурних і вартісних параметрів системи. Дослідження, проведені авторами на підприємствах однієї з київських торгових асоціацій, показали, що використання оптимальних ситуаційних абсолютних пріоритетів при прийомі запитів до системи, а також при переформуванні черги запитів, що чекають обслуговування, дозволяє суттєво - на 15 - 20 % підвищити ефективність обслуговування споживачів за рахунок строгого кількісного обгрунтування використаної дисципліни і зниження втрат від чекання у черзі запитів, обслуговування яких приносить максимальний прибуток.

Література

1. **Ланин М.И., Шварц Л.Б**. Об оптимальных приоритетах в однолинейной системе массового обслуживания с потерями // Автоматика и телемеханика.- 1972. - N 5. - С. 163 - 168.

2. **Мова В.В., Пономаренко Л.А., Калиновский А.М.** Организация приоритетного обслуживания в АСУ.- Київ: Техніка, 1977. - 160 с.

Поступила в редакційну колегію 1.03.2000 р.