

ОСОБЕННОСТИ ПОСТРОЕНИЯ ЛИНИЙ РАВНЫХ ПАРАМЕТРОВ

Спори́хин В.Я., Омельченко А.А.

Донецкий государственный технический университет

Кафедра АСУ

E-mail: asu@kita.dgtu.donetsk.ua

Анциферов А.В.

Украинский государственный научно-исследовательский и

проектно-конструкторский институт горной геологии,

геомеханики и маркшейдерского дела

E-mail: nimi@nimi.donetsk.ua

Abstract

Sporikhin V., Omelchenko A., Anciferov A. Considered features of representation spatial data on a plane with use of lines of equal parameters, carried out the analysis of possible methods of their contouring. Announced the own algorithm of construction contour lines and considered the details of its realization. Consider a specific example of using the suggested algorithm. Represented results of modelling, indicated the possible areas of algorithm application.

Во многих областях хозяйственной и научной деятельности человека возникает задача представления пространственных данных на плоскости. Это могут быть поверхности образующие различные геометрические тела либо поверхности распределения каких либо параметров.

Особенно актуальной становится эта задача при моделировании рельефа земной поверхности. Информация о рельефе может быть задана различными способами, например последовательностью точек, с заданными координатами. В такой форме информация может быть сколь угодно полной, если точки расположены достаточно плотно. Однако она не обладает образностью, что затрудняет ее восприятие человеком. Наиболее распространенное представление информации о рельефе поверхности на плоскости - изображение рельефа в виде изолиний высот (горизонталей) [1]. Эта форма обладает типичным для сжатой формы информации свойством: она позволяет получать

количественную информацию о рельефе и опознавать формы рельефа, т.е. содержит черты образности.

Исходными данными для предлагаемого алгоритма построения изолиний являются пространственная модель изучаемой поверхности полученная в результате триангуляции (аппроксимации треугольниками) и уровень, по которому необходимо построить изолинию. По этим данным можно построить семейства линий - сечений поверхности плоскостью $z=const$. Обычно эти линии строят как ломаные а затем сглаживают с применением методов интерполяции или аппроксимации.

В связи с указанными особенностями исходного материала процесс построения изолиний с использованием предлагаемого метода можно разделить на 3 этапа:

- 1) определение точек пересечения аппроксимирующих треугольников исходной поверхности с плоскостью $z=const$;
- 2) составление ломаной линии путем соединения полученных точек;
- 3) сглаживание полученной линии.

На всех перечисленных этапах имеются особенности реализации, обусловленные спецификой исходных данных.

Задача определения точек пересечения является тривиальной и легко решается при помощи математического аппарата приведенного в [2]. Однако для выполнения последующих этапов необходимо определять не только координаты (x,y,z) точки, но и её “уникальный номер”, который содержит информацию о том, в результате пересечения какой стороны аппроксимирующего треугольника она была получена. Кроме того, необходимо определять и запоминать сразу две точки - концы отрезка пересечения аппроксимирующего треугольника с плоскостью сечения. Случаи, когда аппроксимирующий треугольник имеет одну или три точки пересечения с плоскостью $z=const$ можно не рассматривать, т.к. для этих случаев всегда найдутся соседние треугольники, имеющие с этой плоскостью только две точки пересечения. В первом случае возможен вариант, когда невозможно найти

треугольник имеющий две точки пересечения с заданной плоскостью - вершины аппроксимирующих треугольников сходятся в одной точке (локальный экстремум). Этот случай также можно исключить из рассмотрения т.к. построение изолинии в точке не имеет смысла. Указанная информация необходима на этапе формирования ломаной линии по полученным отрезкам. В результате определения точек пересечения для каждого треугольника формируется список отрезков пересечения.

Формирование ломаной изолинии происходит следующим образом. Выбирается начальный отрезок (первый необработанный отрезок из списка), запоминаются "уникальные номера" его концов и делается отметка о том, что отрезок обработан. Далее среди оставшихся отрезков отыскивается отрезок, "уникальный номер" одного из концов которого совпадает с "уникальным номером" первого конца начального отрезка. Если такой отрезок найден, то запоминается "уникальный номер" точки несовпадающей с "уникальным номером" начального отрезка и этот отрезок принимается в качестве начального. Если для выбранной точки не удалось определить отрезок у которого "уникальный номер" одного из концов совпадает с "уникальным номером" этой точки, то необходимо вернуться ко второй точке самого первого исходного отрезка и повторить указанные выше действия для него. Если какой-либо конец последнего отрезка совпадает с каким-либо концом начального отрезка, то необходимо сделать отметку о том, что сегмент замкнут. Это необходимо для корректного построения сглаженных изолиний. В результате циклического повторения указанных выше действий для всех найденных отрезков пересечения, будет получено семейство ломаных линий, представляющее собой изолинии по объекту.

Далее необходимо произвести сглаживание полученных ломаных линий. Сглаженные линии характеризуются гладкостью и кривизной. Под гладкостью понимается отсутствие точек излома или возврата. Кривизна - степень изогнутости кривой определяется радиусом кривизны в данной точке [3]. Для

получения удовлетворительного результата важным моментом является выбор метода сглаживания.

В связи с тем, что полученные ломаные линии в общем случае имеют произвольную форму и не описываются однозначной функцией (могут быть замкнутыми, иметь самопересечение и т.п.) применение интерполяционных методов затруднено. Обычные полиномы для таких линий не подходят. В этом случае необходимо разбивать ломаные линии на сегменты, описываемые однозначной функцией в некоторой локальной системе координат и интерполировать их в ней по отдельности, а затем переводить в исходную систему координат. Однако при этом результирующая линия составленная из сглаженных сегментов имеет особые точки вида “точка излома” (рис. 1а) или “точка возврата” (рис. 1б) для устранения которых необходима дополнительная модификация методов. Кроме того, при интерполяции полиномами (особенно высоких степеней) наблюдается осцилляция (колебание, “волнение”) интерполирующей функции около узлов интерполяции.

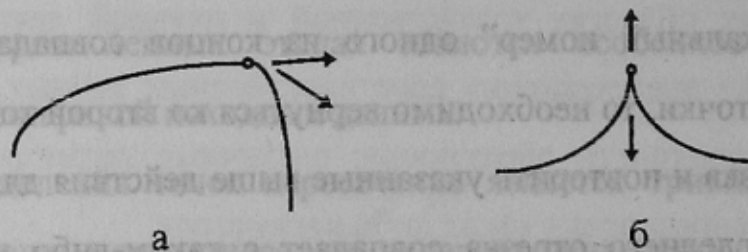


Рисунок 1 - Особые точки кривой: а - точка излома; б - точка возврата; стрелками показано направление касательной к кривой до и после особой точки

Перечисленные недостатки полиномиальных методов устраняются при использовании параметрических полиномов. Из нескольких возможных способов их построения на основании критерия простота реализации/эффективность выберем аппроксимацию β -сплайнами. Методика аппроксимации β -сплайнами довольно полно описана в литературе, например в [4,5,6]. Параметрическое число получаемой линии, определяющееся общим количеством коэффициентов в уравнениях - 8, что даёт разнообразие формы

результатирующей кривой (участки кривой с вертикальной касательной, самопересечения и т.п.).

Несмотря на перечисленные достоинства метод требует небольшой доработки применительно к решаемой задаче для случая замкнутых сегментов и недостатка данных для аппроксимации. В первом случае к исходным данным (конечным точкам) добавляются две точки (начальные точки) для обеспечения замкнутости сглаженного сегмента. Во втором случае в местах, где для сглаживания недостаточно данных (количество известных точек менее 4) исходные точки просто переписываются в результирующий файл. Таким образом, линии полученные в результате сглаживания представляют собой составные линии - т.е. линии составленные из отдельных кусков, среди которых могут быть и отрезки.

Достоинством описанного метода построения изолиний является относительная простота и универсальность. Основным недостатком является то, что результирующая линия не проходит через узлы интерполяции. Для устранения этого недостатка при построении изолинии формируются как ломаная так и сглаженная линия, что позволяет конечному пользователю оценить степень достоверности сглаживания и в случае необходимости воспользоваться другим методом.

В качестве примера рассмотрим построение изолиний рельефа местности заданной полем изолиний (рис. 2а). С помощью случайных чисел на этот квадрат были нанесены интерполяционные узлы (200 шт.). Как видно при 200 узлах интерполяции поле ломаных (рис. 2б) и сглаженных изолиний (рис. 2в) практически неотличимо от исходного (рис. 2б). Отдельные неточности полученных изолиний вызваны: для зоны А (рис 2б) - особенностями построения триангулированной нерегулярной сети (рис. 2г); для зоны В (рис 2в) - особенностями алгоритма сглаживания (т.к. сглаженная кривая начинается не в первой точке, а между первой и второй, а заканчивается между предпоследней и последней "сглаженными" точками). Искажения изображения

(отличие от квадратной формы) (рис 2г) вызваны использованием перспективной проекции при визуализации результатов моделирования.

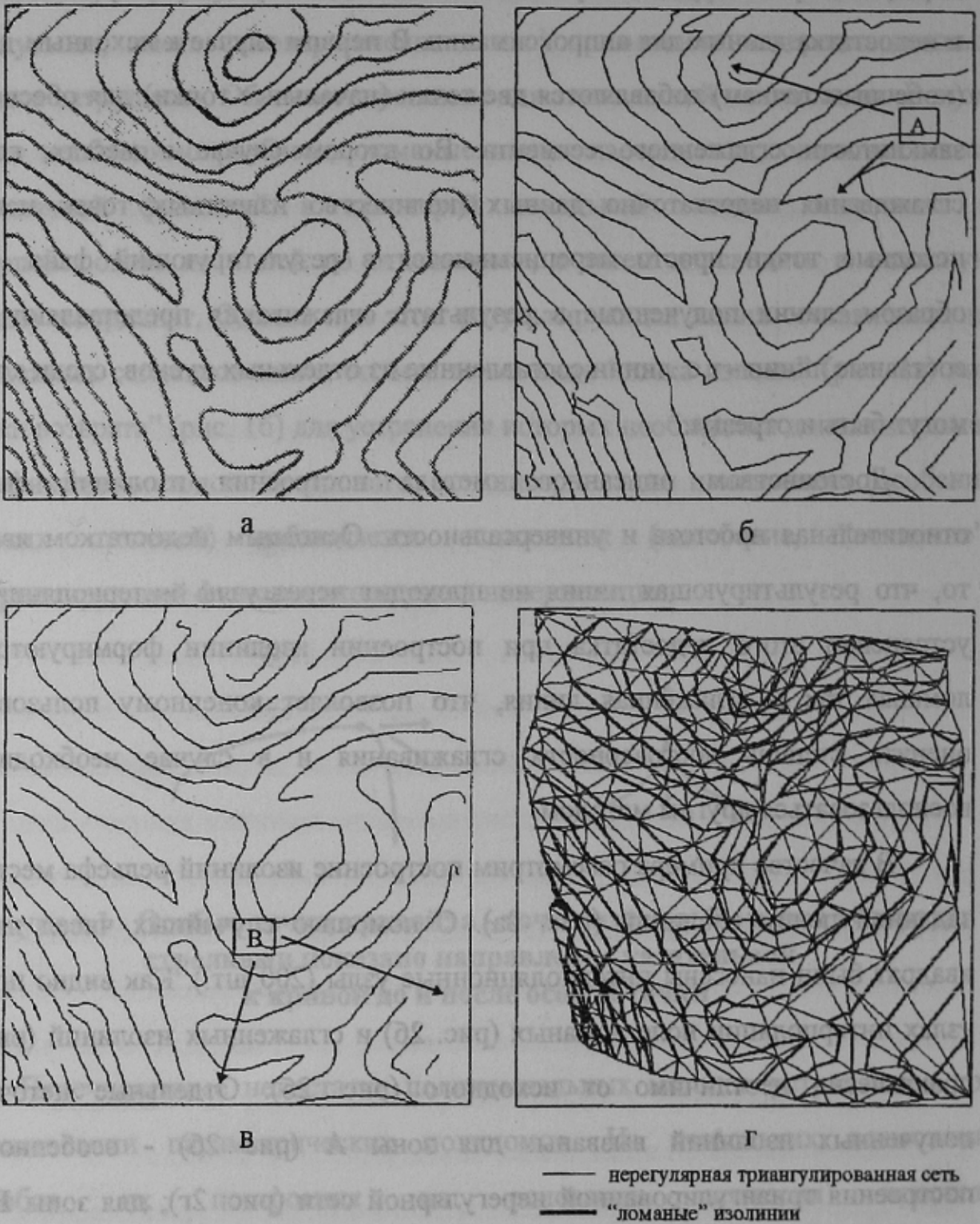


Рисунок 2 - Результаты построения изолиний рельефа:

а - исходное поле изолиний; б - “ломаные” изолинии

в - сглаженные изолинии; г - нерегулярная триангулированная сеть

Изображения рис. 26-г получены с использованием модулей разрабатываемой в УкрНИМИ ГИС.

Описанный программный модуль реализован в рамках разрабатываемой в УкрНИМИ ГИС имеет дружественный интерфейс с пользователем и позволяет строить изолинии по произвольным уровням либо диапазонам уровней с заданной величиной превышения что, создает предпосылки для широкой области его применения. Так, например, он может быть использован в строительной технике как основа для решения задач проектирования сооружений из земли: железных и шоссейных дорог, гидроузлов, каналов, строительных площадок и т.п.; в геодезии для построения изолиний при моделировании рельефа; в геологии для построения изогипс, изопьез и т.п.; метеорологии для построения изотерм, изобар и т.д. а также в других областях хозяйственной и научной деятельности.

Литература

1. Рельеф земли и математика. Сборник статей. Под ред. А.С. Девдариани. - М. Мысль, 1967. - 116 с., ил.
2. Справочник по математике для инженеров и учащихся втузов. Бронштейн И.Н., Семендяев К.А. - М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1981. - 720 с., ил.
3. Котов Ю.В. Как рисует машина. - М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1988. - 224 с., ил.
4. Л. Амерал Принципы программирования в машинной графике. Пер. с англ. - М.: "Сол Систем", 1992. - 224 с., ил.
5. Василенко В.А. Сплайн-функции: теория, алгоритмы, программы. - Новосибирск: Наука 1983. - 214 с.: ил.
6. Завьялов Ю.С. и др. Сплаины в инженерной геометрии / Ю.С. Завьялов, В.А. Леус, В.А. Скороспелов. - М.: Машиностроение, 1985. - 224 с., ил.