

К ВОПРОСУ О ПОСТРОЕНИИ РЕГУЛЯТОРОВ НА ОСНОВЕ НЕЧЕТКИХ МНОЖЕСТВ

Хорхордин А.В., Сергеев П.Ю.

Донецкий государственный технический университет, кафедра АТ

E-mail: dekan@fcita.dn.ua

Abstract

Khorhordin A.V. About designing controllers on the basis of Fuzzy sets. Questions of designing of Fuzzy controllers are discussed. Good quality of approximation of LQ-controller by Fuzzy one for some conditions are demonstrated. Two methods of subsets for output controller variable set are examined.

Введение.

Практическое использование регуляторов, построенных на основе нечетких множеств и нечеткой логики, ограничивается рядом причин. Во-первых, на хорошо изученных объектах управления привычно и вполне оправданно используются ставшие классическими П-, ПИ- и ПИД-регуляторы. Во-вторых, для объектов, в том числе многомерных и многосвязных, для которых известны их достаточно точные математические модели, современная теория управления предоставляет возможность построения и использования модальных и оптимальных регуляторов, обеспечивающих напередзаданное качество управления объектом. В-третьих, техническая реализация названных регуляторов не представляет собой сложной проблемы. В то же время регуляторы на основе нечеткой логики значительно труднее реализовать из-за большого объема вычислений, а при их проектировании имеет место неопределенность в отношении количества и типа нечетких подмножеств, создаваемых на множестве всех возможных значений входных и выходных величин регулятора, а также неопределенность в отношении выбора метода вычисления выходных величин регулятора.

Тем не менее из-за того, что регуляторы этого типа могут быть построены на основе словесного описания правил управления объектом «вручную», определяемых экспертом или оператором, и использоваться для

автоматического управления объектами, математические модели которых либо неизвестны, либо слишком сложны и неточны, интерес к вопросам построения таких регуляторов не ослабевает. Кроме этого, регуляторы обеспечивают удовлетворительное качество управления объектами при значительных изменениях параметров объектов.

В данной статье обсуждаются и иллюстрируются на конкретном примере некоторые подходы к проектированию достаточно простого регулятора на основе нечеткой логики.

Построение регулятора. Известно, что количество подмножеств, построенных на множестве возможных значений входных и выходных величин регулятора, определяет количество лингвистических правил для принятия решения о значении выходной величины регулятора, и чем больше этих подмножеств, тем сложнее описание регулятора и значительнее объем вычислений. Упростить регулятор возможно путем сокращения количества нечетких множеств по каждому его входу до минимального их количества, т.е. до двух подмножеств. При n входах регулятора в этом случае имеет место $m = 2^n$ возможных комбинаций входных лингвистических величин регулятора и, следовательно, m правил его поведения.

С целью сокращения вычислений при определении выходной величины регулятора используется метод, предложенный Сугено [1]. Пусть подмножества, построенные на множестве выходных величин регулятора, представляют собой δ -функцию, а их количество равно количеству правил.

Другими словами, пусть каждой возможной комбинации входных лингвистических значений регулятора соответствует определяемая экспертом или оператором выходная лингвистическая величина регулятора.

Если на множестве возможных значений X входной величины x_i ($i = 1, n$) определить по два нечетких подмножества $A_i = \{x_i, \mu_{A_i}(x) | x \in X\}$ и $\bar{A}_i = \{x_i, \mu_{\bar{A}_i}(x) | x \in X\}$, где $\mu_{\bar{A}_i}(x) = 1 - \mu_{A_i}(x)$ - функция принадлежности конкретного значения x_i к нечеткому подмножеству A_i , то правила для

принятия решения регулятором о величине управляющего воздействия U будут формироваться следующим образом (ср. [2]):

$$\begin{aligned} &IF (x_1 = A_1) \text{ and } (x_2 = A_2) \text{ and...and } (x_n = A_n) \text{ THEN } (U = P_1 = const) \\ &IF (x_1 = A_1) \text{ and } (x_2 = A_2) \text{ and...and } (x_n = A_n) \text{ THEN } (U = P_2 = const) \end{aligned} \quad (1)$$

.....

$$IF (x_1 = A_1) \text{ and } (x_2 = A_2) \text{ and...and } (x_n = A_n) \text{ THEN } (U = P_m = const)$$

Для текущего набора реальных значений входных величин регулятор определяет меру или степень выполнения каждого из правил (1):

$$\begin{aligned} V_1 &= \min[\mu_{A1}(x_1), \mu_{A2}(x_2), \dots, \mu_{An}(x_n)], \\ V_2 &= \min[\mu_{A1}(x_1), \mu_{A2}(x_2), \dots, \mu_{An}(x_n)], \end{aligned} \quad (2)$$

.....

$$V_m = \min[\mu_{A1}(x_1), \mu_{A2}(x_2), \dots, \mu_{An}(x_n)],$$

Тогда
$$U(x_i) = \left(\sum_{i=1}^m V_i * P_i \right) / \left(\sum_{i=1}^m V_i \right) \quad (3)$$

При таком подходе процедура построения регулятора оказывается довольно простой, понятной, за исключением процедуры назначения констант P_i в правой части правил принятия решений (1). Здесь могут быть полезны такие два подхода:

А) **Модель объекта неизвестна.** Эксперт или опытный оператор, управляющий объектом, может высказать свое суждение о том, какое управляющее воздействие U будет иметь место при определенных комбинациях входных величин x_i . Из уравнения (3) следует, что

$$\sum_{i=1}^m V_i * P_i = U(x_i) * \sum_{i=1}^m V_i \text{ или в матричной форме } V * P = b, \text{ где } b = [U(x_i) * \sum_{i=1}^m V_i] -$$

вектор-столбец, представляющий правую часть системы уравнений, определенный с помощью эксперта или опытного оператора. Решение матричного уравнения, минимизирующее $\|V * P - b\|$ и представляющее собой константы P_i в правилах принятия решения регулятором (1), отыскивают следующим образом [3]:

$$P = V^T * (V * V^T)^{-1} * b, \text{ если количество неизвестных больше числа уравнений,}$$

$P=(V^T*V)^{-1}*V^T*b$, если количество неизвестных меньше числа уравнений.

Построенный таким образом регулятор хорошо аппроксимирует полученные от экспертов или операторов значения управляющих воздействий на объект при любых других произвольных значениях входных величин.

Если в качестве "эксперта" использовать любой, в том числе оптимальный регулятор, то регулятор, построенный на основе нечеткой логики, будет хорошо его аппроксимировать.

Б) Модель объекта известна. При наличии модели объекта значения правой части в правилах (1) могут быть получены с помощью методов оптимизации, в частности, методом оптимизации на основе эволюционных стратегий [4].

Первоначально формируется случайным образом в некотором заданном диапазоне несколько векторов P . Путем моделирования замкнутой системы с регулятором, вырабатывающим управляющее воздействие по правилам (1) и (3), для каждого набора P_i вычисляется функционал, например, вида

$$I = \int_0^{t_0} (x' Q x + u' R u) dt.$$

Для последующего поиска решения отбираются такие

вектора P_i , которые обеспечивают меньшие значения функционала.

Посредством типичных для эволюционных стратегий операций скрещивания, размножения, мутации и селекции отыскивается такой вектор P , который минимизирует функционал I .

Пример построения регулятора. Изложенные подходы к построению регуляторов на основе нечеткой логики проверялись путем моделирования системы управления неустойчивым маятником на подвижной платформе.

Задачей системы автоматического управления является обеспечение заданного перемещения платформы (координата x) и удерживание стержня маятника в вертикальном положении в установившемся режиме (угол $\Theta = 0$) путем воздействия на платформу силой величиной U . Масса платформы M (кг), масса маятника - m (кг), длина маятника L (м) и $g=9.8\text{м/с}^2$. Обозначив физические величины $\Theta = x_1$, $\Theta' = x_2$, $x = x_3$, $x' = x_4$ и линеаризовав исходные уравнения

движения платформы и маятника для малых углов Θ , получают следующие уравнения динамики объекта управления [3]:

$$\begin{pmatrix} x_1' \\ x_2' \\ x_3' \\ x_4' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ \frac{M+m}{ML}g & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -\frac{m}{M}g & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \\ M \end{pmatrix} * u \quad y = |0 \ 0 \ 1 \ 0| * \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} \quad (4)$$

Пусть входными величинами регулятора являются угол отклонения от вертикали Θ , скорость изменения угла Θ' , величина перемещения платформы x и скорость движения платформы x' . Построим по два подмножества на множестве возможных значений этих величин (рис.1).

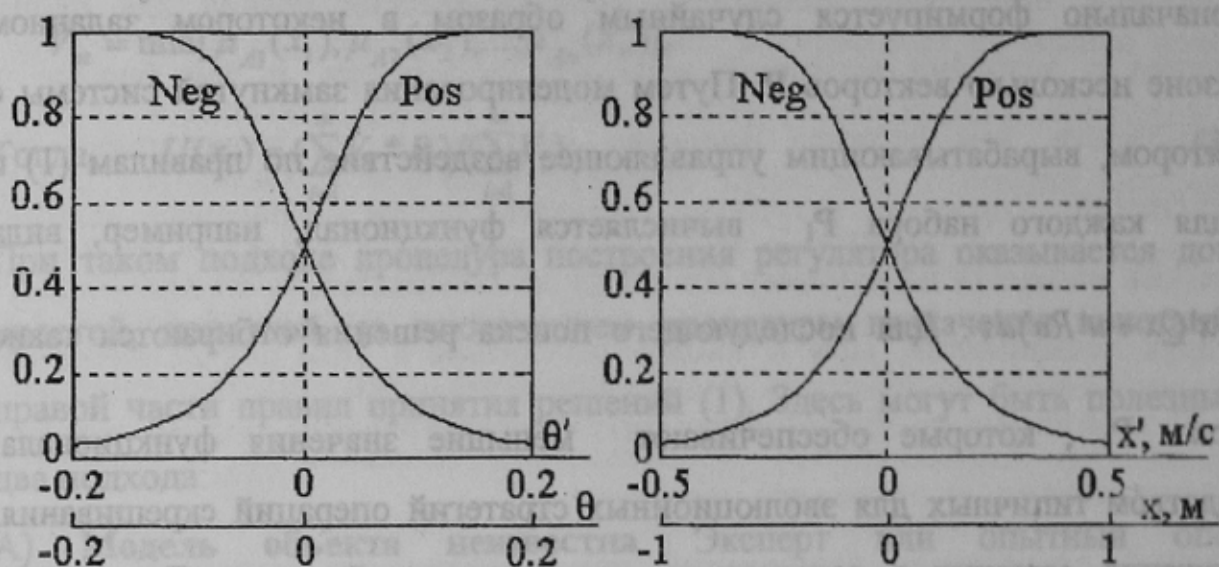


Рисунок 1 - Лингвистические переменные (подмножества) Neg и Pos для входных величин регулятора

Для этих условий правила принятия решения об усилии U , прикладываемом к платформе со стороны регулятора, выглядят следующим образом:

$$IF(x_1 = Neg)and(x_2 = Neg)and(x_3 = Neg)and(x_4 = Neg) THEN (U = P_1)$$

$$IF(x_1 = Neg)and(x_2 = Neg)and(x_3 = Neg)and(x_4 = Pos) THEN (U = P_2)$$

$$IF(x_1 = Pos)and(x_2 = Pos)and(x_3 = Pos)and(x_4 = Pos) THEN (U = P_{16})$$

На рис. 2а показано свободное движение объекта к состоянию равновесия с модальным регулятором (кривая 1) и регулятором на основе нечетких множеств (кривая 2). Из практического совпадения кривых свободного движения объекта

с двумя типами регуляторов следует, что регулятор на основе нечетких множеств хорошо аппроксимирует модальный регулятор, а при увеличении массы платформы вдвое он обеспечивает лучшее качество управления объектом, чем модальный регулятор (рис.26).

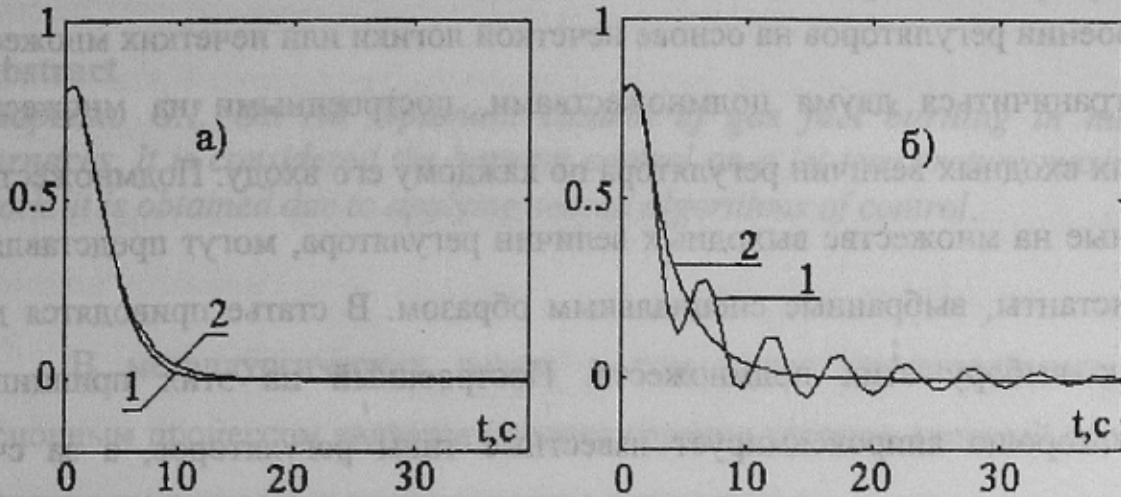


Рисунок 2 - Свободное движение системы с модальным регулятором (кривая 1) и регулятором на основе нечетких множеств (кривая 2)

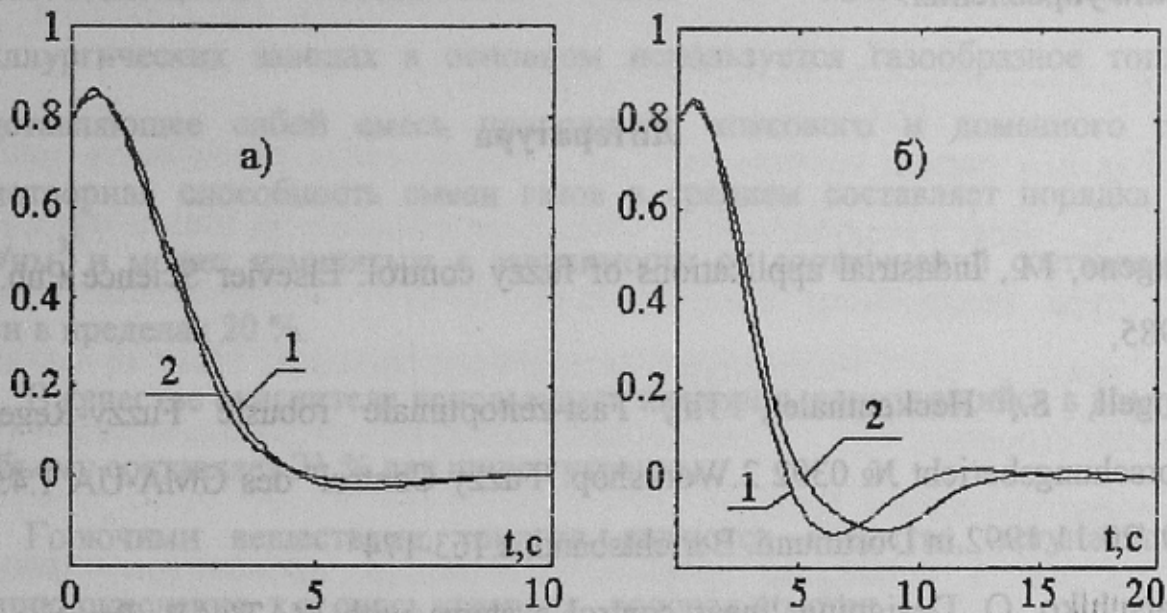


Рисунок 3 - Свободное движение системы с LQ-регулятором (кривая 1) и регулятором на основе нечетких множеств (кривая 2)

На рис. 3а приведены графики свободного движения системы с оптимальным LQ-регулятором (кривая 1) и регулятором на основе нечетких множеств (кривая 2), параметры которого подобраны с помощью метода оптимизации на основе эволюционных стратегий. На рис. 3б - свободное движение системы при

увеличении массы платформы и маятника вдвое и сокращении длины маятника на 20%. Видно, что и в данном случае регулятор на основе нечетких множеств обеспечивает вполне удовлетворительное качество управления объектом.

Заклучение. Проведенные исследования показывают, что в ряде случаев при построении регуляторов на основе нечеткой логики или нечетких множеств можно ограничиться двумя подмножествами, построенными на множестве возможных входных величин регулятора по каждому его входу. Подмножества, построенные на множестве выходных величин регулятора, могут представлять собой константы, выбранные специальным образом. В статье приводятся два подхода к выбору этих подмножеств. Построенный на этих принципах регулятор хорошо аппроксимирует известные типы регуляторов, а за счет нелинейного характера своей статической характеристики регулятор на основе нечетких множеств оказывается менее чувствителен к изменениям параметров объекта управления.

Литература

1. Sugeno, M., Industrial applications of fuzzy control. Elsevier Science Pub. Co., 1985.
2. Engell, S., Heckenthaler, Th., Fast-zeitoptimale robuste Fuzzy-Regelung. Forschungsbericht № 0392 2. Workshop "Fuzzy Control" des GMA-UA 1.4.2 am 19./20.11.1992 in Dortmund. Berichtsband, s.163-174
3. Katsuhiko, O. Designing linear control systems with MATLAB. Prentice-Hall, Inc. Englewood Cliffs, NJ 07632
4. Букатова И.Л. и др. Эвоинформатика: Теория и практика эволюционного моделирования/ И.Л.Букатова, Ю.И.Михасев, А.М.Шаров; АН СССР, Ин-т радиотехники и электроники.-М.: Наука, 1991.-205с