

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ АСИНХРОННОГО ОДНОФАЗНОГО ДВИГАТЕЛЯ КАК ПРИВОДА ПОРШНЕВОГО КОМПРЕССОРА

Сивокобыленко В.Ф., Воронцов А.Г., Дегтяренко И.В.

Донецкий государственный технический университет,

кафедра ЭС, кафедра АТ

E-mail: div@fcita.donetsk.ua

Abstract

Sivokobylenko V., Vorontsov A., Degtyarenko I. Mathematical modeling of the single-phase induction motor as a drive of piston compressor. This article contains the description of mathematical model of the single-phase induction motor. The results of mathematical simulation of the single-phase induction motor while working with constant and variable resistant moment on the shaft are given.

Асинхронные однофазные двигатели находят широкое применение в бытовых приборах и иногда тяговых приводах, что обусловлено наличием однофазной системы питания. Этот класс двигателей часто используется в качестве привода машин возвратно-поступательного действия и в частности малых поршневых компрессоров, диагностика которых является актуальной задачей. Для построения диагностической модели необходимо математическое описание процессов происходящих в агрегате.

Работа поршневого компрессора в общем случае определяется скоростью вращения вала (1) и уравнениям равновесия моментов (2).

$$\frac{d\varphi}{dt} = \omega; \quad (1)$$

$$M_d - M_c = J \cdot \frac{d\omega}{dt}; \quad (2)$$

где M_d – электрический момент двигателя;

M_c – момент сопротивления на валу двигателя;

J – обобщенный момент инерции;

ω – угловая скорость вращения вала;

φ – угол поворота вала.

Момент сопротивления и обобщенный момент инерции могут быть определены из механической части компрессора [2]. Уравнения для нахождения этих величин имеют следующий вид:

$$M_c = F_c \cdot R \cdot \sin(\varphi) - \omega^2 \cdot \frac{m_3}{2} \cdot R^2 \cdot \sin(2 \cdot \varphi); \quad (3)$$

$$J = J_{xp} + \left(m_2 + \frac{m_3}{2} \right) \cdot R^2 - \frac{m_3}{2} \cdot R^2 \cdot \cos(2\varphi), \quad (4)$$

где F_c – газовая сила;

R – радиус кривошипа;

J_{xp} – суммарный момент инерции кривошипа, вала и ротора;

m_2 – масса ползуна;

m_3 – масса кулисы и поршня.

Как видно из (3), момент сопротивления представляет собой сложную нелинейную функцию, из-за влияния газовой силы, не линейно зависящей от направления движения и координаты поршня.

Нелинейный характер изменения нагрузки двигателя требует выбора соответствующей модели однофазного асинхронного двигателя. В качестве такой модели в данной работе использована система дифференциальных уравнений Парка-Горева [1,3]. Применительно к рассматриваемому двигателю уравнения равновесия падений напряжений и ЭДС для токов и напряжений прямой и обратной последовательностей в обмотках статора и короткозамкнутого ротора в матричной форме имеет вид:

$$\begin{aligned} & \left\| \begin{matrix} u_{1\alpha}^s & u_{2\alpha}^s & 0 & 0 & 0 & 0 & u_{1\beta}^s & u_{2\beta}^s \end{matrix} \right\|^T = \\ & = \left\| \begin{matrix} r_{1\alpha}^s - pL_{1\alpha}^s & 0 & pM_{11\alpha} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & r_{2\alpha}^s + pL_{2\alpha}^s & 0 & pM_{22\alpha} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ pM_{11\alpha} & 0 & r_{1\alpha}^r + pL_{1\alpha}^r & 0 & L_{1\beta}\omega_r & 0 & M_{11\beta}\omega_r & 0 \\ 0 & pM_{22\alpha} & 0 & r_{2\alpha}^r + pL_{2\alpha}^r & 0 & L_{2\beta}\omega_r & 0 & M_{22\beta}\omega_r \\ -M_{11\alpha}\omega_r & 0 & -L_{1\alpha}\omega_r & 0 & r_{1\beta}^r + pL_{1\beta}^r & 0 & pM_{11\beta} & 0 \\ 0 & -M_{22\alpha}\omega_r & 0 & -L_{2\alpha}\omega_r & 0 & r_{2\beta}^r + pL_{2\beta}^r & 0 & pM_{22\beta} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & pM_{11\alpha} & 0 & r_{1\beta}^s + pL_{1\beta}^s & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & pM_{22\alpha} & 0 & r_{2\beta}^s + pL_{2\beta}^s \end{matrix} \right\| \times \quad (5) \\ & \times \left\| \begin{matrix} i_{1\alpha}^s & i_{2\alpha}^s & i_{1\alpha}^r & i_{2\alpha}^r & i_{1\beta}^s & i_{2\beta}^s & i_{1\beta}^r & i_{2\beta}^r \end{matrix} \right\|^T. \end{aligned}$$

Где $u^s_{1\alpha}$ $u^s_{1\beta}$ $u^s_{2\alpha}$ $u^s_{2\beta}$ - напряжения статора прямой и обратной последовательностей, $i^s_{1\alpha}$ $i^s_{1\beta}$ $i^s_{2\alpha}$ $i^s_{2\beta}$ - соответственно токи прямой и обратной последовательностей в статоре и роторе, $r^s_{1\alpha}$ $r^s_{2\alpha}$ $r^r_{1\alpha}$ $r^r_{2\alpha}$ $r^s_{1\beta}$ $r^s_{2\beta}$ $r^r_{1\beta}$ $r^r_{2\beta}$ - активные сопротивления обмоток статора и ротора для токов прямой и обратной последовательностей, $L^s_{1\alpha}$ $L^s_{2\alpha}$ $L^r_{1\alpha}$ $L^r_{2\alpha}$ $L^s_{1\beta}$ $L^s_{2\beta}$ $L^r_{1\beta}$ $L^r_{2\beta}$ - полные индуктивности обмоток статора и ротора прямой и обратной последовательностей, $M_{11\alpha}$ $M_{11\beta}$ $M_{22\alpha}$ $M_{22\beta}$ - взаимные индуктивности прямой и обратной последовательностей, ω_r - частота вращения ротора, $p=d/dt$ - оператор дифференцирования.

После приведения системы уравнений (5) к форме Коши получим уравнения для производных токов:

$$di_{1\alpha}^s = (L_{1\alpha}^r \cdot U_{1\alpha}^s - L_{1\alpha}^r \cdot r_{1\alpha}^s \cdot i_{1\alpha}^s + M_{11\alpha} \cdot r_{1\alpha}^r \cdot i_{1\alpha}^r + M_{11\alpha} \cdot \omega_r \cdot L_{1\beta}^r \cdot i_{1\beta}^r + M_{11\alpha} \cdot \omega_r \cdot M_{11\beta} \cdot i_{1\beta}^s) / (-M_{11\alpha}^2 + L_{1\alpha}^r \cdot L_{1\alpha}^s); \quad (6)$$

$$di_{1\beta}^s = (L_{1\beta}^r \cdot U_{1\beta}^s - L_{1\beta}^r \cdot r_{1\beta}^s \cdot i_{1\beta}^s + M_{11\alpha} \cdot r_{1\beta}^r \cdot i_{1\beta}^r + M_{11\alpha} \cdot \omega_r \cdot L_{1\alpha}^r \cdot i_{1\alpha}^r + \omega_r \cdot M_{11\alpha}^2 \cdot i_{1\alpha}^s) / (-M_{11\alpha} \cdot M_{11\beta} + L_{1\beta}^r \cdot L_{1\beta}^s); \quad (7)$$

$$di_{2\alpha}^s = (L_{2\alpha}^r \cdot U_{2\alpha}^s - L_{2\alpha}^r \cdot r_{2\alpha}^s \cdot i_{2\alpha}^s + M_{22\alpha} \cdot r_{2\alpha}^r \cdot i_{2\alpha}^r + M_{22\alpha} \cdot \omega_r \cdot L_{2\beta}^r \cdot i_{2\beta}^r + M_{22\alpha} \cdot \omega_r \cdot M_{22\beta} \cdot i_{2\beta}^s) / (-M_{22\alpha}^2 + L_{2\alpha}^r \cdot L_{2\alpha}^s); \quad (8)$$

$$di_{2\beta}^s = (L_{2\beta}^r \cdot U_{2\beta}^s - L_{2\beta}^r \cdot r_{2\beta}^s \cdot i_{2\beta}^s + M_{22\alpha} \cdot r_{2\beta}^r \cdot i_{2\beta}^r + M_{22\alpha} \cdot \omega_r \cdot L_{2\alpha}^r \cdot i_{2\alpha}^r + \omega_r \cdot M_{22\alpha}^2 \cdot i_{2\alpha}^s) / (L_{2\beta}^r \cdot L_{2\beta}^s - M_{22\alpha} \cdot M_{22\beta}); \quad (9)$$

$$di_{1\alpha}^r = (-M_{11\alpha} \cdot U_{1\alpha}^s + M_{11\alpha} \cdot r_{1\alpha}^s \cdot i_{1\alpha}^s - L_{1\alpha}^s \cdot r_{1\alpha}^r \cdot i_{1\alpha}^r - L_{1\alpha}^s \cdot \omega_r \cdot L_{1\beta}^r \cdot i_{1\beta}^r - L_{1\alpha}^s \cdot \omega_r \cdot M_{11\beta} \cdot i_{1\beta}^s) / (-M_{11\alpha}^2 + L_{1\alpha}^r \cdot L_{1\alpha}^s); \quad (10)$$

$$di_{1\beta}^r = (-M_{11\beta} \cdot U_{1\beta}^s + M_{11\beta} \cdot r_{1\beta}^s \cdot i_{1\beta}^s - L_{1\beta}^s \cdot r_{1\beta}^r \cdot i_{1\beta}^r + L_{1\beta}^s \cdot \omega_r \cdot L_{1\alpha}^r \cdot i_{1\alpha}^r + L_{1\beta}^s \cdot \omega_r \cdot M_{11\alpha} \cdot i_{1\alpha}^s) / (-M_{11\alpha} \cdot M_{11\beta} + L_{1\beta}^r \cdot L_{1\beta}^s); \quad (11)$$

$$di_{2\alpha}^r = (-M_{22\alpha} \cdot U_{2\alpha}^s + M_{22\alpha} \cdot r_{2\alpha}^s \cdot i_{2\alpha}^s - L_{2\alpha}^s \cdot r_{2\alpha}^r \cdot i_{2\alpha}^r - L_{2\alpha}^s \cdot \omega_r \cdot L_{2\beta}^r \cdot i_{2\beta}^r - L_{2\alpha}^s \cdot \omega_r \cdot M_{22\beta} \cdot i_{2\beta}^s) / (-M_{22\alpha}^2 + L_{2\alpha}^r \cdot L_{2\alpha}^s); \quad (12)$$

$$di_{2\beta}^r = (-M_{22\beta} \cdot U_{2\beta}^s + M_{22\beta} \cdot r_{2\beta}^s \cdot i_{2\beta}^s - L_{2\beta}^s \cdot r_{2\beta}^r \cdot i_{2\beta}^r + L_{2\beta}^s \cdot \omega_r \cdot L_{2\alpha}^r \cdot i_{2\alpha}^r + L_{2\beta}^s \cdot \omega_r \cdot M_{22\alpha} \cdot i_{2\alpha}^s) / (L_{2\beta}^r \cdot L_{2\beta}^s - M_{22\alpha} \cdot M_{22\beta}); \quad (13)$$

$$M = M_{11\alpha} = M_{22\alpha} = M_{11\beta} = M_{22\beta}. \quad (14)$$

Выражения для электромагнитного вращающего момента двигателя зависящий от взаимодействия токов прямой и обратной последовательностей статора и ротора имеет вид:

$$M_d = M \left[(i_{1\beta}^s i_{1\alpha}^r - i_{1\alpha}^s i_{1\beta}^r) - (i_{2\beta}^s i_{2\alpha}^r - i_{2\alpha}^s i_{2\beta}^r) + (i_{1\beta}^s i_{2\alpha}^r - i_{1\alpha}^s i_{2\beta}^r) - (i_{2\beta}^s i_{1\alpha}^r - i_{2\alpha}^s i_{1\beta}^r) \right]. \quad (15)$$

Математическая модель асинхронного однофазного двигателя реализована в цифровом виде при помощи моделирующего программного пакета SIMULINK 2.0, входящего в состав математического программного приложения MATLAB 5.2. В таблице 1 представлены параметры модели двигателя в единицах относительно номинальных. Решение систем дифференциальных уравнений производилось методом Рунге-Кутты 4-го порядка с шагом интегрирования 0.00001.

Таблица 1 - Параметры двигателя

$M, M_{11\alpha}, M_{11\beta}, M_{22\alpha}, M_{22\beta}$	2.34 о.е.	$\Gamma_{1\alpha}^s, \Gamma_{2\alpha}^s, \Gamma_{1\beta}^s, \Gamma_{2\beta}^s$	0.009 о.е.
$L_{1\alpha}^s, L_{2\alpha}^s, L_{1\beta}^s, L_{2\beta}^s$	2.38 о.е.	$\Gamma_{1\alpha}^r, \Gamma_{2\alpha}^r, \Gamma_{1\beta}^r, \Gamma_{2\beta}^r$	0.02 о.е.
$L_{1\alpha}^r, L_{2\alpha}^r, L_{1\beta}^r, L_{2\beta}^r$	2.55 о.е.	U_1^s	1.1 о.е.
Частота сети, f_c	50 Гц	U_2^s	0.05 о.е.

Графики временных зависимостей частоты вращения ротора и тока статора, полученных в результате моделирования, приведены ниже. Рисунок 1 показывает процессы в двигателе при работе на нагрузку, определяемую газовой силой [4], а рисунок 2 при постоянной нагрузке на валу двигателя.

Выводы

1. Разработана математическая модель компрессора с приводом от асинхронного однофазного двигателя (1-15), которая может быть использована для исследований его динамических режимов работы.

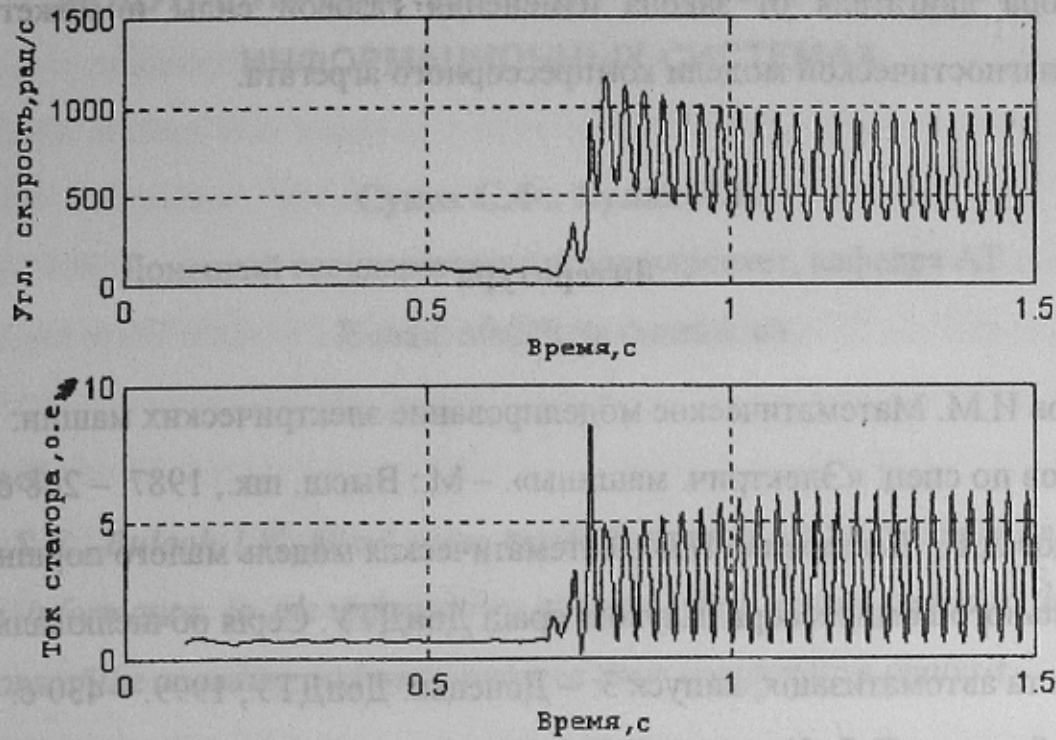


Рисунок 1 – Процессы при переменной нагрузке

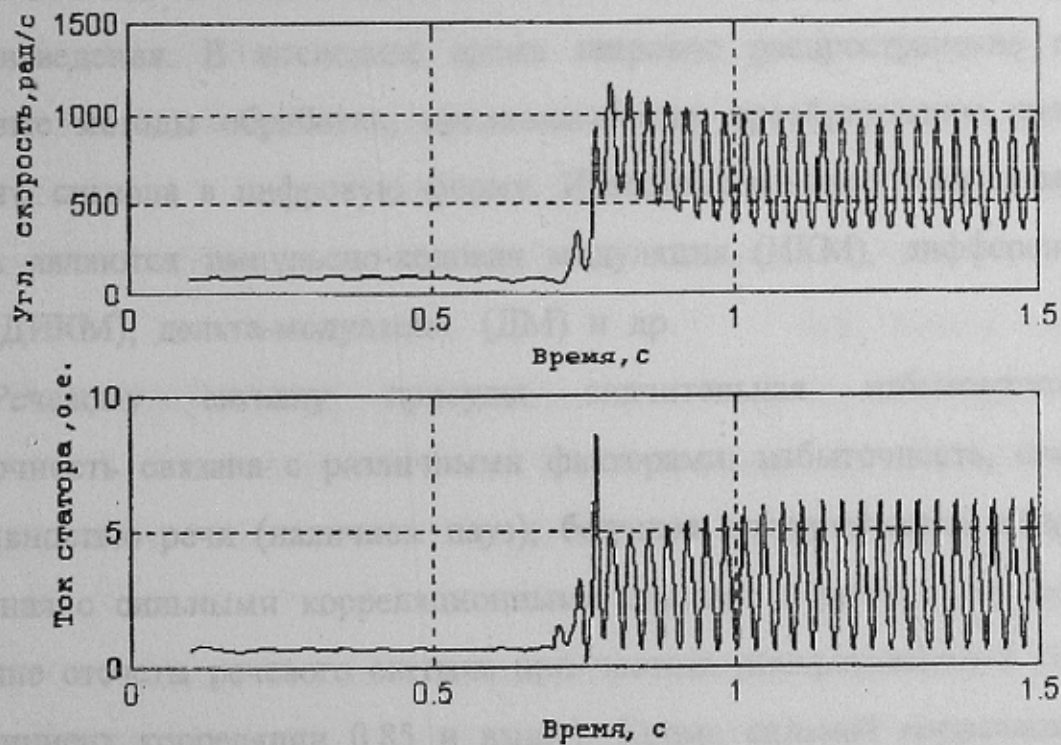


Рисунок 2 – Процессы при постоянной нагрузке

2. Полученная модель позволяет установить зависимость мгновенного тока статора двигателя от закона изменения газовой силы и может быть основой диагностической модели компрессорного агрегата.

Литература

1. Копылов И.М. Математическое моделирование электрических машин: Учеб. для вузов по спец. «Электрич. машины». – М.: Высш. шк., 1987. – 248 с.
2. Воронцов А.Г., Дегтяренко И.В. Математическая модель малого поршневого холодильного компрессора. Наукові праці ДонДТУ. Серія обчислювальна техніка та автоматизація, випуск 3: – Донецьк: ДонДТУ, 1999. – 430 с.
3. Сивокобыленко В.Ф. Костенко В.И. Математическое моделирование электродвигателей собственных нужд электрических станций. Донецк.: ДПИ, 1979. – 110 с.
4. Артемюк Б.Т. Асинхронные двигатели при периодической нагрузке. Киев.: «Техніка», 1972. – 200 с.

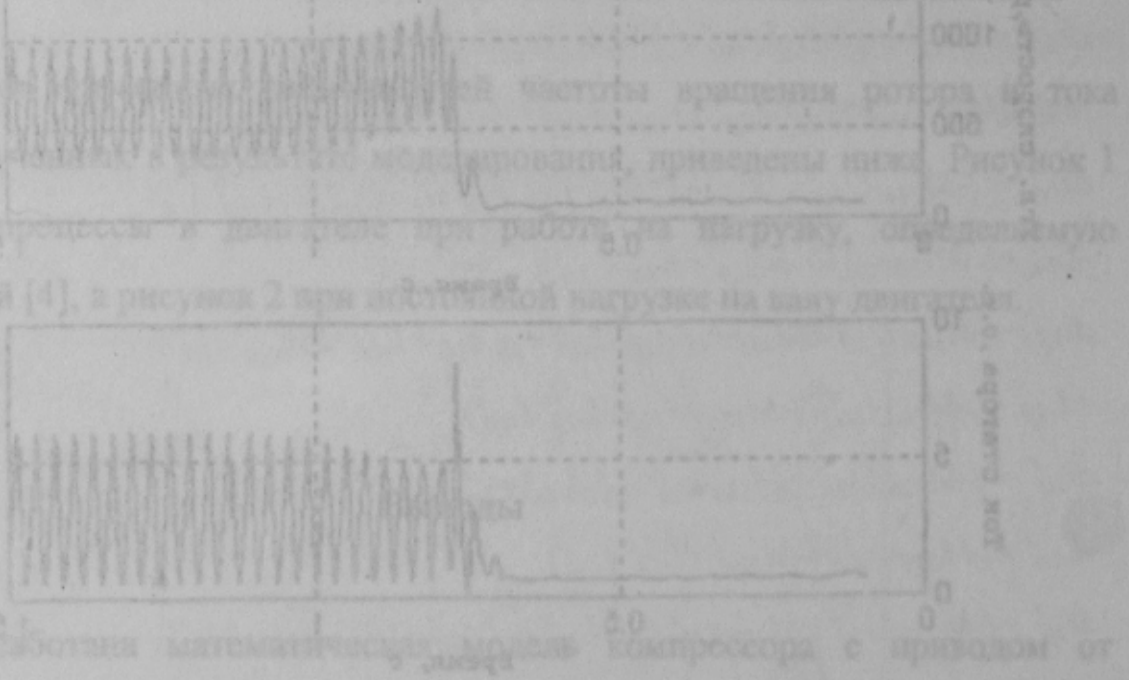


Рисунок 1 – Работа математической модели компрессора с приводом от асинхронного однофазного двигателя (1-15), которая может быть использована для исследования процессов в двигателе при работе на нагрузку, определяемую газовой силой [4], а рисунок 2 при асинхронной нагрузке на валу двигателя.