МЕТОД АНАЛОГОВОГО ДЕКОДИРОВАНИЯ ДВОИЧНЫХ ЛИНЕЙНЫХ КОДОВ

253-259

Бронников В.Н., к.т.н, доц., Зори А.А., д.т.н., проф.,
Стародубцев А.В.
Донецкий государственный технический университет

Рассмотрен метод получения мягких решений относительно двоичных символов линейных кодов. Они могут использоваться как входные сигналы последующих ступеней декодирования итеративных кодов или как значения решающей функции, определяющей оценки информационных символов неитеративных кодов. Мягкие решения получаются как взвешанные суммы статистик сигналов проверочных соотношений кода. Помехоустойчивость декодирования может изменяться от потенциально возможной до значения, меньшего на 2 дБ от последней. При этом сложность реализации уменьшается до таковой мажоритарного метода декодирования.

The method of obtaining of soft solutions concerning binary characters of line codes surveyed. They can be used as input signals of the subsequent steps of decoding of iterated codes or as values of a decision function defining estimations of information characters of not iterated codes. The soft solutions are gained as weighting totals of statisticses of signals of test relations of the code. The noise stability of decoding can vary from potentially possible before value, smaller on 2 dB from last. Thus the complexity of implementation diminishes up to those of a majority method of decoding.

Возможность получения больших энергетических выигрышей от кодирования (ЭВК) с помощью итеративных кодов [1,2 и др.] привела к работам [3...6], посвященным решению задачи определения (относительно) простого метода аналогового их декодирования. Недостатком наиболее простого [5] из методов, рассмотренных в [3...6], является то, что сложность реализации декодирования составляющих его кодов, определяемая количеством математических операций при декодировании, сильно зависит от длины Ls=const проверочных соотношений (определяемой количеством содержащихся в них кодовых символов): $N_\Sigma \approx k \cdot \delta \cdot S_j \cdot 2^{L_s} \cdot L_s$, где $0<\delta\le 0{,}5$, Sj- количество проверочных соотношений (сложений по модулю 2 кодовых символов) относительно j-го символа, k, n - количество информационных и кодовых символов кода (n, k, d). Целью настоящей работы является поиск способов уменьшения сложности реализации декодирования составляющих итеративный код кодов[5,6] при длинах проверочных соотношений Ls>>1, что имеет место при больших (относительных) скоростях кодов R=k/n>0,6 [7], потребность в которых более высокая.

Постановка задачи. Требуется преобразовать выбороки входного сигнала в значения решающих функций [4, 6]. Последние могут использоваться либо как входные сигналы при декодировании итеративных кодов [4, 6], либо непосредственно для оценки информационных символов кода (n,k,d). При этом преобразование должно быть компромиссным, т.е. по возможности простым и квазиоптимальным по помехоустойчивости.

Сделаем ряд допущений и введем некоторые обозначения. Пусть $xjls, xjqs=\overline{0,1}$ –информационные символы при $j=\overline{1,k}$ и кодовые при $j=\overline{1,n}$, занимающие ls-е и qs-е места в s-м проверочном соотношении кода (n,k,d), $ls\in Qjls$, $qs\in Qjqs$, где Qjls, Qjqs – множества символов в s-м проверочном соотношении относительно j-го символа. Все информационные двоичные символы равновероятны и независимы друг от друга. Аддитивные шумы в каналах передачи кодовых символов статистически независимы и стационарны.

Декодирование будем производить итеративным методом: выходные аналоговые сигналы (соответствуюшие кодовым символам), полученные в g-ой итерации используются в качестве входных в (g+1)-й итерации. Входными сигналами в 1-й итерации являются полученные из входного сигнала Uвх(t) выбороки $\eta_{jqs}=\overset{\circ}{x}_{jqs}+n_{jqs}$, $\eta_{j\ell s}=\overset{\circ}{x}_{j\ell s}+n_{j\ell s}$, $j=\overline{1,n}$, $s=\overline{1,S_j}$, $q,l=\overline{1,L_s}$, соответствующие символам xjqs, xjls, кодового слова, где $\overset{\circ}{x}_{jqs}=2\cdot xjqs-1$, $\overset{\circ}{x}_{j\ell s}=2\cdot xjls-1$, $n_{jqs}, n_{j\ell s}$ – помеха.

Будем рассматривать проверочные соотношения относительно символа xj, $j=\overline{1,n}$, как различные каналы получения информации о нем. При этом информация о символе xj, получаемая от использования s-ой проверки, $s=\overline{1,S_i-1}$, где S_i-1 – количество проверочных соотношений, содержится в статистике, которая является произведением логарифма отношения правдоподобия Ls-q наименее достоверных (например, наименьших по модулю) сигналов проверочного соотношения и q функций-сигнатур наиболее достоверных сигналов этого соотношения.

Алгоритм декодирования в g-й итерации включает выполнение следующих операций: 1) для каждого кодового символа $x_{j|s}=x_j^{\bullet}$ вычисление величин, равных а) произведению $\pi_{js}^{(g)}(\cdot)=\prod\limits_{\eta_{j\ell s}^{(g-1)}\in\overline{Q}'_{j\ell s}} \operatorname{sgn}\eta_{j\ell s}^{(g-1)}$ функций-сигнатур $\operatorname{sgn}\eta_{j\ell s}^{(g-1)}$ ($\operatorname{sgn}x=x/|x|$), где $\overline{Q}'_{j\ell s}$ – подмножество q=1,2,...,Ls наиболее достоверных входных сигналов $\eta_{j\ell s}^{(g-1)}$, соответствующих символам $x_{j\ell s}$, входящим в s-е проверочное соотношение (относительно символа $x_j^{\bullet}$), б) разности логарифмов для случаев $x_j^{\bullet}=1$ и $x_j^{\bullet}=0$

$$L_{js}^{(g)}(x_j^{\bullet}=1)=\ln\sum_{x_{\ell s}=0}^{1}\sum_{\substack{x_{\ell s}=0\\ x_{\ell s}=x_j^{*}\neq 0}}^{1}\exp[\sum_{x_{\ell s}\in Q'_{j\ell s}} x_{\ell s}\cdot\eta_{j\ell s}^{(g-1)}]-\ln\sum_{x_{\ell s}=0}^{1}\sum_{\substack{x_{\ell s}=0\\ x_{\ell s}=x_j^{*}\neq 1}}^{1}\exp[\sum_{x_{\ell s}\in Q'_{j\ell s}} x_{\ell s}\cdot\eta_{j\ell s}^{(g-1)}] \quad (1)$$

(L_s-q)-кратных сумм экспоненциальных функций exp(·) от скалярных произведений $\sum\limits_{x_{\ell s}\in Q'_{j\ell s}} x_{\ell s}\cdot\eta_{j\ell s}^{(g-1)}$, где $Q'_{j\ell s}$ – подмножество Ls-q символов, входящих в s-е проверочное соотношение и соответствующих Ls-q наименее достоверным (например, наименьшим по модулю) входным сигналам ($Q'_{j\ell s}\wedge\overline{Q}'_{j\ell s}\equiv\varnothing$), в) взвешанной за счет умножения на весовые коэффициенты a_{js} сумме

$$\eta_{j\ell s}^{(g)}=\sum_{s=1}^{S_j} a_{js}\cdot\pi_{js}^{(g)}\cdot L_{js}^{(g)}(x_j^{\bullet}=1),\ j=\overline{1,n}, \quad (2)$$

произведений произведений $\Pi_{js}^{(g)}$ и разностей логарифмов $L_{js}^{(g)}(x_j^{\cdot}=1)$, полученных от использования всех S_j s-ых проверочных сумм по модулю два относительно j-го символа,

2) выдача результата вычисления $\eta_{j\ell s}^{(g)}, j=\overline{1,n}$, при g=G, где G – количество итераций, при котором процесс итерационной обработки сигнала прекращается. G может задаваться или определяться, как то значение g, при котором $\operatorname{sgn}\eta_{j\ell s}^{(g)}=\operatorname{sgn}\eta_{j\ell s}^{(g-1)}$, $j=\overline{1,n}$, или другим методом [8].

Взвешанные суммы (2) могут использоваться как входные сигналы (мягкие решения) при использовании рассматриваемого (n, k, d) кода в качестве кода, входящего в итеративный код, или как значения решающей функции, определяющей оценки информационных символов

$$\hat{x}_j=0,5(1-\operatorname{sgn}\eta_{j\ell s}^{(G)}). \qquad (3)$$

Весовые коэффициенты a_{js} следует определять в соответствии с критерием минимума среднего квадрата ошибки [4,6]. Тогда при q=0 придем к оптимальному методу получения мягких решений относительно символов кодов [5, 6], следовательно к оптимальному методу декодирования. При q=Ls и a_{js}=1 придем к мажоритарному (по большинству голосов) жесткому методу декодирования[1,2]. Здесь по существу производится раздельная обработка по методу, близкому к методу максимума правдоподобия, тех частей сигнала, которые определяются проверочными соотношениями кодов. Степень этой близости определяется величиной q: она увеличивается при уменьшении q. Полученные при этом сигналы $\Pi_{js}^{(g)}(\cdot)\cdot L_{js}^{(g)}(x_j^{\cdot}=1)$ суммируются оптимально (по критерию минимума среднего квадрата ошибки) согласно соотношению (2). К рассмотренному алгоритму для случая 0<q<Ls можно придти в результате следующих рассуждений. При q=0 для получения статистик $L_{js}^{(g)}(x_j^{\cdot}=1)$, $j=\overline{1,n}$, являющихся отношением правдоподобия значений символов $x_j^{\cdot}$, $j=\overline{1,n}$, используются все (L_S) символы s-ых проверочных соотношений

$$x_j^{\bullet} = \sum_{\substack{x_{\ell s} \in Qj\ell s \\ x_{\ell s} = x_j^{*} \notin Qj\ell s}} \oplus x_{\ell s}\,, \tag{4}$$

где
$$Qj\ell s = \overline{Q'}_{j\ell s} \vee Q'_{j\ell s}\,, \tag{5}$$

$\vee$ – символ объединения множеств. Из (4), (5) следует, что при $0<q<Ls$

$$x_j^{\bullet} = \Big(\sum_{\substack{x_{\ell s} \in Q'_{j\ell s} \\ x_{\ell s} = x_j^{*} \notin Q'_{j\ell s}}} \oplus x_{\ell s}\Big) \oplus \Big(\sum_{\substack{x_{\ell s} \in \overline{Q'}_{j\ell s} \\ x_{\ell s} = x_j^{*} \notin \overline{Q'}_{j\ell s}}} \oplus x_{\ell s}\Big). \tag{6}$$

Воспользуемся эквивалентностью операции сложения по модулю два $x \oplus y$, где $x, y = \overline{0,1}$, и операции умножения $x^o \cdot y^o$, где $x^o, y^o = \pm 1$ [10]. Тогда проверочные соотношения (5) и (6) относительно символа $x_j^{\circ *} = \pm 1$ трансформируются в (7) и (8):

$$x_j^{\circ *} = \prod_{\substack{x^o_{j\ell s} \in Q_{j\ell s} \\ x^\circ_{j\ell s} = x_j^{\circ *} \notin Q_{j\ell s}}} x^o_{j\ell s}\,, \tag{7}$$

$$x_j^{\circ *} = \Big(\prod_{\substack{x^o_{j\ell s} \in Q'_{j\ell s} \\ x^\circ_{j\ell s} = x_j^{\circ *} \notin Q'_{j\ell s}}} x^o_{j\ell s}\Big) \cdot \Big(\prod_{\substack{x^o_{j\ell s} \in \overline{Q'}_{j\ell s} \\ x^\circ_{j\ell s} = x_j^{\circ *} \notin \overline{Q'}_{j\ell s}}} x^o_{j\ell s}\Big). \tag{8}$$

Из (8) следует, что при $0<q<Ls$ равенство (1) выражает логарифм отношения правдоподобия (достаточную оценку) значений символа

$$x_j^{\circ} = x_j^{\circ *} \cdot \Big(\prod_{\substack{x^o_{j\ell s} \in \overline{Q'}_{j\ell s} \\ x^\circ_{j\ell s} = x_j^{\circ *} \notin \overline{Q'}_{j\ell s}}} x^o_{j\ell s}\Big), \tag{9}$$

а не $x_j^{\circ *}$. Поэтому в сумме (2) разность логарифмов $L_{js}^{(g)}(x_j^{\cdot}=1)$ умножается на

$$n_{js}^{(g)}(\cdot)=\prod_{\eta_{j\ell s}^{(g-1)}\in\overline{Q}'_{j\ell s}} \operatorname{sgn}\eta_{j\ell s}^{(g-1)}.$$

Использованный подход к формированию алгоритма декодирования, в котором решающая функция является суммой статистик, соответствующих проверочным соотношениям кодов применялся в ряде работ [2,8,9 и др.]. Отличительным положительным свойством рассматриваемого алгоритма является возможность иметь более высокую помехоустойчивость за счет возможности выбора величины Ls-q пределах от 0 до Ls и ранее отмеченного оптимального выбора весовых коэффициентов a_{js}; в [2, 8] Ls-q=1, a_{js}=1 для всех проверочных соотношений. Оптимальные значения весовых коэффициентов a_{js} зависят от номера итерации g, т.к. они определяются матрицей коэффициентов корреляции случайных величин $n_{js}^{(g)}(\cdot)\cdot L_{js}^{(g)}(x_j^{\cdot}=1)$ [4, 6], зависящих от значений g. На это следует обращать внимание при q≠0, т.к. в этом случае процедура декодирования становится квазиоптимальной и необходимо выполнение нескольких итераций декодирования [8, 9] для уменьшения вероятности ошибки передачи одного бита сообщения. При этом увеличивается время декодирования, что в ряде случаев нежелательно, снижается помехоустойчивость, но сокращаются аппаратурные затраты в

$$\Lambda\approx 2^{q}\cdot L_s\big/(L_s-q) \qquad (10)$$

раз, т.к. для наиболее громоздкой части вычислений (вычислений величин $L_{js}^{(g)}(x_j^{\cdot}=1)$, $j=\overline{1,n}$) используется только L_{JS}-q проверочных символов из их общего количества L_{JS} в s-ом проверочном соотношении относительно j-го символа. Для М-кода (127, 98, 8), скорость которого R≈ 0,8 и Ls=16 [7], это сокращение при q=10 согласно (10) составит Λ≈2,7·104 раз.

Выводы: Рассмотренный метод декодирования позволяет посредством выбора параметра q изменять помехоустойчивость декодирования от максимально возможной при q=0 до помехоустойчивости мажоритарного жесткого метода декодирования. Это дает .возможность компромиссного выбора характеристик декодера: помехоустойчивости и сложности аппаратуры.При этом аппаратурные затраты изменяются в соответствии с (10), что позволяет использовать длинные коды, обеспечивающие высокую помехоустойчивость.

Список источников.

1. Помехоустойчивость и эффективность систем передачи информации Зюко А. Г., Фалько А.И., Панфилов И.П., Банкет В.Л., Иващенко П.В./ Под ред. А.Г. Зюко. – М.: Радио и связь, 1985. – 271 с.

2. Бородин Л.Ф. Введение в теорию помехоустойчивого кодирования. М.: Сов. радио, 1968. – 408 с.

3. Патент 15349А Украины, МКИ Н 03 М 13/00. Способ аналогового декодирования итеративных бинарных кодов и устройство для его осуществления / В.Н. Бронников, И.Я. Денищенко. - Заявлено 06.06.95, опубликовано 30.06.97, Бюл.. Патент Российской Федерации № 2113761 на изобретение Способ аналогового декодирования итеративных бинарных кодов и декодер для его осуществления / В.Н. Бронников, И.Я. Денищенко. – Заявлено 06.09.95, опубликовано 20.06.98, Бюл. № 17.

4. Бронников В.Н., Денищенко И.Я. Аналоговые методы декодирования. – Радиотехника, 1997, № 10.

5. Бронников В.Н., Зори А.А., Кузнецова О.Н."Способ аналогового декодирования бинарных кодов"Приорететная справка № 99020573 09/4395 от 02.02.1999 г. НДЦПЕ Держпатента України.

6. Бронников В.Н. Метод получения мягких решений относительно символов кодов // Труды НТК–Телеком–99. Украина,Одесса, сентябрь 1999г. – С.225 – 228.

7. Колесник В.Д., Мирончиков Е.Т. Декодирование циклических кодов. – М.: Связь. 1968.

8. Hagenauer J., Offer E., Pupke L. Iterative decoding of binary block and convolutional codes. IEEE Transactions on information theory, vol. 42, No. 2, march, 1996, pp. 429 445.

9. Бронников В.Н., Крыжановский В.В. Помехоустойчивость и эффективность передачи сообщений с помощью m-уровневых итеративных кодов (m-ИК) // Радиоэлектроника (Изв. высш. учеб. заведений). - 1993. – № 7. – С.55 – 59.

10. Мешковский К.А., Кириллов Н.Е. Кодирование в технике связи. –М.: Связь. 1966. – 323 с.