ОБ ИНДУКТИВНОМ ОБОБЩЕНИИ НЕЧЕТКИХ ЗАКЛЮЧЕНИЙ

154–160

Грунский И.С., к.ф.-м.н, Шатохина Н.К., к.т.н.,
Институт прикладной математики и механики НАН Украины,
Донецкий государственный технический университет,
E-mail: grunsky@iamm.ac.donetsk.ua,
palsan@kita.dgtu.donetsk.ua

Рассматривается проблема индуктивного обобщения, сохраняющего коэффициенты уверенности данных продукций. Обсуждаются свойства решений этой проблемы.

A problem of the inductive generalizing to preserve assurance coefficients of given productions is considered. A range function and a new notion of the preservation are introduced. Properties of the problem solutions are discussed.

1 Введение. В данной работе рассматривается проблема индуктивного обобщения по примерам правильных заключений экспертов при построении базы знаний экспертных систем (ЭС). Данная проблема является чрезвычайно актуальной и ей посвящено значительное число публикаций (см. напр. [1-3]). Согласно [3] (см. стр. 87) это проблема формулируется следующим образом: по совокупности E факторов, совокупности требований и допущений к виду результирующей гипотезы H сформировать гипотезу H⇒E (H "объясняет" E). В [4] приведены оригинальная формализация и алгоритм решения этой проблемы для одного класса ЭС с нечеткими продукциями (механизмом вывода). В [5] установлено, что алгоритм из [4] не охватывает все ситуации, для которых он предназначен, и предприняты дальнейшие уточнения в постановке и решении проблемы обобщения.

Настоящая работа является продолжением работы [4,5]. В ней основное внимание уделяется вопросу сохранения знаний при построении обобщения H, которые содержатся в совокупности E предложенных экспертом нечетких продукций. Для этого впервые вводится специальная ранговая функция, формализующая эти знания, и вводится понятие сохранения значений ранговой функции на заданном множестве следствий Q из E при построении обобщения H. Такой подход позволяет более точно исследовать свойства полученных обобщений и ставить ряд новых задач при их построении.

Работа имеет следующую структуру. В разделе 2 вводятся основные понятия, включая ранговую функцию и понятие ее сохранения. В разделе 3 дается точная постановка задачи индуктивного обобщения системы E нечетких продукций. В разделе 4 описаны свойства и метод построения обобщения, сохраняющего порождающие продукции из E.

В работе используются свойства частичных порядков и предпорядков, которые можно найти, например, в [6]. Желательно знакомство с [4,5].

2 Основные понятия. Пусть задано множество U элементарных фактов исследуемой предметной области (ПО) и множество K значений коэффициентов уверенности (K может быть числовым интервалом, решеткой качественных оценок и т.п.). Продукционным правилом (продукцией) называется выражение вида $(W_i \rightarrow y, k_i)$, где $W \subseteq U$, $y \in U$ и $k \in K$, которое можно понимать как "если имеют место все факты из множества W, то с уверенностью k можно считать, выполняется целевой факт y". Под базой знаний (БЗ) понимаем некоторое множество продукций.

Следуя [4] введем правило вывода новых продукций из имеющихся: $(W \rightarrow x,k) \Rightarrow (Q \rightarrow x,h)$ тогда и только тогда, когда $h \leq k$ и $Q \supseteq W$. Расширим это правило на множество продукций. Пусть E, H – некоторые множества продукций. $E \Rightarrow H$ точно тогда, когда для всякой продукции $(Q \rightarrow x,h)$ из H существует такая продукция $(W \rightarrow x,k)$ из E, что $(W \rightarrow x,k) \Rightarrow (Q \rightarrow x,h)$. При этом множество E назовем индуктивным обобщением (ИО) H, а H – следствием множества E.

Поскольку правило вывода применимо с одним и тем же целевым фактом x, то в дальнейшем ограничимся рассмотрением множеств E, H с некоторым фиксированным целевым фактом x и продукцию $(W\rightarrow x,k)$ будем записывать в виде (W,k), где $W\subseteq U$ и $k\in K$. Такое соглашение позволяет рассматривать пространство $P= 2^U\times K$ всех продукций (W,k) с одним и тем же целевым фактом x. Здесь 2^U обозначает булеан U.

Легко видеть, что отношение $\Rightarrow$ на P является отношением частичного порядка [6].

Пусть $E \subseteq P$, тогда через E_{min} обозначим подмножество множества E, состоящее из всех минимальных по $\Rightarrow$ элементов множества E.

Легко видеть, что отношение $\Rightarrow$ на множестве 2^P является предпорядком [6], поскольку условие антисимметричности для $\Rightarrow$ в этом случае не выполняется.

В дальнейшем, если не оговорено противное, будем рассматривать только конечные продукции $E,H\in 2^P$. Ясно, что в этом случае $E_{min}\Rightarrow E$. Через CE обозначим наибольшее (по включению $\subseteq$) множество всех продукций, котрые выводятся из E. Ясно, что $E_{min}\subseteq E\subseteq CE$.

Введем центральное понятие этой работы. На множестве 2^U определим ранговую функцию r_E по правилу: если $(W,k)\in CE$, то $r_E(W)=\max\{l \mid (W,l)\in CE\}$, иначе $r_E(W)$ – не определено. Ясно, что $k\leq r_E(W)$. Содержательно, $r_E(W)$ равно наибольшему значению l, с которым (W,l) выводится из E.

Рассмотрим пример1. Пусть $U=\{a,b,c\}$ и $E=\{(a,b;0.5), (b;0.5), (a,c;0.6)\}$. Тогда $r_E(b)= r_E(a,b)= r_E(b,c)=0.5$; $r_E(a,c)= r_E(a,b,c)= 0.6$; а значения $r_E(a)$ и $r_E(c)$ не определены.

Имеет место важное

Утверждение 1. Если $r_E(W)$ определено, то оно равно $\max\{l|(Q,l)\in E_{min}$ и $Q\subseteq W$ для некоторого $Q\}$.

Пусть H- некоторое ИО множества E. Будем говорить, что H сохраняет ранговую функцию r_E на не обязательно конечном множестве продукций Q включается в CE, если $r_H(W)= r_E(W)$ для всех $(W,k)\in Q$.

Наиболее интересными случаями с точки зрения приложений являются случаи, когда H сохраняет r_E на E_{min}, или на E, или на CE. Заметим, что в [4] фактически рассмотрен случай, когда H сохраняет r_E на E_{min} (хотя самой r_E и понятия ее в [3] нет).

Рассмотрим пример 2. Пусть E такое же как в примере 1. Для него E_{min}={ (b;0.5), (a,c;0.6) }. Рассмотрим H_1={ (b;0.5), (a;0.6) }. Не трудно проверить, что H_1 сохраняет r_E на E_{min} и не сохраняет на E, поскольку $r_H(a,b)= 0.6\neq0.5 =r_E(a,b)$. Рассмотрим H_2={(b;0.5), (c;0.6)}. Нетрудно проверить, что H_2 сохраняет r_E на E и тем самым на E_{min}. Пусть E={ (a,b;0.5), (a,c;0.5), (d,0.6) } и U={a,b,c,d}. Нетрудно проверить, что H_3={(a;0.5), (d;0.6)} сохраняет r_E на всем множестве CE.

3 Постановка задачи. Исходя из введенных понятий содержательно задачу, рассматриваемую в данной работе, можно сформулировать следующим образом: для данных E и Q построить наиболее общее неизбыточное ИО $H\Rightarrow E$, сохраняющее ранговую функцию r_E на Q. Для точной постановки задачи следует уточнить наиболее общего не избыточного ИО. Поскольку отношение выводимости $\Rightarrow$ на 2^P является предпорядком, то для него не существует обще принятого понятия экстремальных (минимальных, максимальных) элементов в 2^P. Предпорядок $\Rightarrow$ на 2^P порождает эквивалентность $\equiv$ по правилу [6]: $E\equiv H$, если $E\Rightarrow H$ и $H\Rightarrow E$. Кроме этого на фактор-множестве $2^P/_\equiv$ отношение выводимости порождает частичный порядок по правилу [6]: $T(E)\leq T(H)$, если $E\Rightarrow H$, где T(E) – класс всех множеств $Q\equiv E$. Поскольку мы рассматриваем конечные множества продукций E, то $E_{min}\Rightarrow E$. Для таких множеств имеет место

Утверждение 2. Если $E_{min}\Rightarrow E$, то класс T(E) является булевой алгеброй по операциям объединения, пересечения, и дополнения множеств, причем E_{min} является наименьшим (по включению $\subseteq$) элементом этого класса.

Обозначим через G(E) множество всех ИО заданного множества E. $H\in G(E)$ назовем неизбыточным и самым общим, короче, характеристическим ИО множества E, если $R\Rightarrow H$ влечет $H\subseteq R$ для всех $R\in G(E)$.

Следующее утверждение показывает, что это определение хорошо согласуется с интуитивным понятием.

Утверждение 3. Пусть $H \in G(E)$. Равносильны следующие утверждения:

1. $R \Rightarrow H$ влечет $H \subseteq R$ для всех $R \in G(E)$;

2. $H = H_{min}$ и класс $T(H)$ является минимальным по $\leq$ в фактор-множестве $G(E)/_{\equiv}$;

3. если из H удалить любую продукцию, то полученное H' не является ИО E, и если $(W,k) \in H$ заменить продукцией (V,l), где $V \subset W$ или $l \neq k$, то полученное H' не является ИО E.

Сформулируем теперь рассматриваемую задачу.

Для данных E и необязательно конечного Q построить характеристическое ИО множества E, т.е. ИО со свойством (1) из утверждения 3, сохраняющее множество Q. Такое ИО будем обозначать ХИО(E,Q).

4 Свойства ХИО(E,Q). Пусть задано некоторое множество E продукций. Через E(k), где $k \in K$, обозначим множество всех $W \subseteq U$, для которых $(W,k) \subseteq E$. Очевидно, что для некоторых k множество E(k) может быть пустым, и что не пусто только конечное число таких множеств. Непустое E(k) назовем слоем. Пусть n_E – число слоев множества E_{min} и n_k – мощность множества $E_{min}(k)$. Мощность множества E обозначим через m_E.

Рассмотрим случай $Q = E_{min}$. Пусть H – ХИО(E,Q).

Утверждение 4. $E_{min}(k) \neq \varnothing$ точно тогда, когда $H(k) = \varnothing$.

Действительно, если $(W,k) \in E_{min}(k)$, то найдется $(V,l) \in H$, для которой $(V,l) \Rightarrow (W,k)$, т.е. $V \subseteq W$, $l > k$. Если $l \geq k$, то $(V,l) \Rightarrow (W,l)$ и H не сохраняет r_E на E_{min}, поскольку $r_E(W) = k$ по утверждению 1. Поэтому $(V,k) \in H$. Если же $(V,k) \in H$, то из условия 3утверждения 3 следует, что $(V,k) \Rightarrow (W,l) \in E_{min}$, причем из сказанного в предыдущем предложении $l = k$. Поэтому $(W,k) \in E_{min}$.

Следствие .

1. $r_E \leq m_H \leq m_{E_{min}}$, причем оценка достижима с обеих сторон;

2. для каждого $(V,k) \in H$ существует $(W,k) \in E_{min}$, для которой $V \subseteq W$;

3. ХИО(E,E_{min}) всегда существует.

Неравенство из пункта 1 следствия очевидно вытекает из утверждения 4. Нетрудно привести примеры, на которых оценка достижима.

Пункт 2 следствия очевидно вытекает из утверждения 4 и показывает, что H может быть получено из E_{min} вычеркиванием фактов из множеств $(W,k)\in E_{min}(k)$. Тем самым существует тривиальный алгоритм построения ХИО(E,E_{min}) по $E_{min,}$ который заключается в вычеркивании фактов из некоторого W в каком-нибудь порядке и проверке является ли полученное H ИО(E,E_{min}). Ясно, за конечное число шагов в силу утверждения 4, конечности E_{min} и конечности каждого $(W,k)\in E_{min}(k)$. Поэтому ХИО(E,E_{min}) всегда существует. Ясно так же, что этот алгоритм крайне не эффективен.

Рассмотрим некоторые приемы, уменьшающие, перебор. Зафиксируем некоторый слой $E_{min}(k)$. Для каждого W из этого слоя построим семейство, элементами которого являются множества $(W-V_i)$, где V_i пробегает $\bigcup\limits_{l<k} E_{min}(l)$. Каждое множество $(W-V_i)$ представим в виде дизъюнкции его элементов. Построим формальную конъюнкцию таких дизъюнкций. Полученную булеву функцию преобразуем в дизъюнктивную нормальную форму (ДНФ). Известно [7], (см. Добавление к этой книге), что конъюнктивный член $a_1a_2\ldots a_r$ этой ДНФ представляет собой минимальное множество $V=\{a1,a2,\ldots,a_r\}\subseteq W$ такое, что из (V,k) выводится (W,k) и не выводится ни одна продукция $(V_i,l)\subseteq E_{min}$ с $l<k$.

Пусть $S_1, S_2,\ldots,S_t$ – набор конъюнктивных членов для W. С помощью такого наборы для каждого $W\subseteq E_{min}(k)$ можно построить стандартную таблицу, строки которой отмечены символами W, столбцы – именами конъюнктивных членов, и на пересечении строки W и столбца S находится 1 точно тогда, когда S входит в набор конъюнктивных членов для W. Все остальные элементы матрицы равны 0. Полученную матрицу назовем M(k). С ее помощью решается стандартная задача о покрытии строк M(k) столбцами [8]. Тупиковый (неприводимый) набор $S^1, S^2,\ldots,S^q$, покрывающий все строки образует слой искомого ХИО с коэффициентом уверенности k.

К сожалению, авторам неизвестны более простые методы построения ХИО(E,E_{min}) и, по-видимому, задача построения ХИО является принципиально трудной.

Заметим, что в алгоритме из [4] отсутствует этап совместного построения продукций (V,k) ХИО для слоя $E_{min}(k)$, соответствующий исследованию таблицы M(k). Авторам известны примеры, когда этот алгоритм не строит ХИО.

Из-за ограниченного объема статьи доказательства утверждений и обоснование метода в данной работе не приведены, однако они имеются у авторов.

5. Заключение. Поскольку проблема обобщения знаний является одной из центральных проблем искусственного интеллекта ([1]-[3]), сложной в математическом аспекте и далекой от разрешения, то исследования различных ее аспектов являются важными. В настоящей работе, по-видимому впервые, изучаются аспекты сохранения знаний эксперта. Для этого в работе введена ранговая функция и получены первые результаты в этом направлении.

Авторы надеются, что эта функция окажется полезной для исследования разнообразных свойств обобщений: близость ИО по сохранению функций на Q, приближенное по сохранению построение ИО(E,Q) и т.п.

Список источников

1. Попов Э.В. Экспертные системы: решение неформализованных задач в диалоге с ЭВМ.- М.: Наука, 1987.- 334с.
2. Вагин И.Н. Дедукция и обобщение в системах принятия решений.- М.: Наука, 1988.- 384 с.
3. Искусственный интеллект. кн.2 Модели и методы: Справочник /под ред. Д.А. Поспелова.- М.- Радио и связь, 1990.-304с.
4. Горчинская О. Ю., Рубашкин В.А. Метод индуктивного построения базы знаний для экспертных систем, моделирующих нечеткие рассуждения. построения БЗ с нечетким механизмом вывода // Автоматика и телемеханика.-1991.-№3.- С.113 -120.
5. Шатохина Н.К., Шатохин П.А. Об индуктивном построении базы знаний экспертных систем // Наукові праці Донецького державного технічного університету. Серія: Обчислювальна техніка та автоматика, випуск 12: Донецьк: ДонДТУ, ТОВ "Лебідь", 1999.- С.158-164.
6. Общая алгебра т.1: Справочник/ по ред. Л.А. Скорылкова - М.:Наука,1990.-592с.
7. Зыков А.А. Основы теории графов. – М.:Наука,1987.-384с.
8. Тараканов В.Е. Комбинаторные задачи и (0,1) – матрицы.- М.:Наука,1985.-192с.