

СИНТЕЗ ДВУМЕРНОЙ ЭКСТРЕМАЛЬНОЙ СИСТЕМЫ НА ОСНОВЕ ПЛАНИРОВАНИЯ ЭКСПЕРИМЕНТА

Цапенко Г.И. канд. тех. наук, доцент

Донецкий государственный технический университет

Предложен метод синтеза многомерной системы экстремального управления с привлечением планирования эксперимента на цифровой модели системы

The method for syntheses of multidimensional extreme control system is proposed. Plan experiment with digital model is used for that.

В целом ряде производств задача оптимизации технологических процессов решается путем применения систем экстремального управления. Теория этих систем к настоящему времени в основном формулировалась [1]. Однако по-прежнему синтез систем управления остается весьма сложной и трудоемкой задачей. С развитием вычислительной техники основную роль приобретают машинные методы проектирования. В данной работе рассматривается метод синтеза оптимальных значений параметров системы экстремального управления.

Для ведения синтеза создается адекватная математическая модель системы экстремального управления, реализуемая программным путем на ЭВМ.

В основу алгоритма цифровой модели должны быть положены уравнения, описывающие поведение системы. Алгоритм модели строится по блочному принципу, позволяющему гибко комбинировать различные варианты. Цифровая модель является универсальной как в смысле порядка системы, так и в смысле ее использования. Она может быть использована для исследования динамики экстремальной системы в условиях дрейфа экстремума, при наличии ограничений на управляемые координаты, исследования влияния вариаций параметров, вычисления основных качественных характеристик экстремальной системы, в

частности, вычисления потерь на рысканье, параметров симметричных и несимметричных автоколебательных циклов и т.п.

Для определения оптимальных значений параметров системы экстремального управления предлагается воспользоваться идеями планирования эксперимента. Эксперименты проводятся на цифровой модели системы экстремального управления. Для проведения синтеза устанавливаются области изменения параметров настройки (области интереса), интервалы варьирования, количество экспериментов, принимается уравнение функции отклика, составляется план проведения экспериментов. По результатам эксперимента определяется уравнение регрессии, по которому составляется план последующей серии экспериментов. Эксперименты прекращаются, если оптимизируемый параметр достиг области оптимума.

В качестве оптимизируемого параметра системы экстремального управления целесообразно принять наиболее важный показатель качества потери на рысканье.

Методику синтеза параметров системы экстремального управления рассмотрим на примере двумерной системы экстремального управления.

Двумерный объект представляет собой объект типа л-н. Нелинейная статическая характеристика в районе экстремума аппроксимирована квадратичной формой:

$$V(t) = V_3(t) - a_1(t)[Z_{13}(t) - Z_1(t)]^2 - a_2(t)[Z_{23}(t) - Z_2(t)]^2 \quad (1)$$

где $Z_1(t)$, $Z_2(t)$ – управляющие координаты

$V(t)$ – управляемая координата

$V_3(t)$, $Z_{13}(t)$, $Z_{23}(t)$ – эквивалентные внешние возмущения, обуславливающие соответственно вертикальный и горизонтальный дрейфы экстремума;

$a_1(t)$, $a_2(t)$ – коэффициенты формы кривой.

Координаты $Z_1(t)$ и $Z_2(t)$ ограничены вследствие технических возможностей объекта управления

$$Z_1(t) \leq Z_{1\max}, \quad Z_2 \leq Z_{2\max}, \quad (2)$$

$$Z_1(t) \leq f_1(Z_2(t)) \text{ или } Z_2(t) \leq f_2(Z_1(t))$$

Экстремум функции (1) может находиться как внутри так и вне области допустимых изменений управляемых координат экстремально-го объекта.

Линейные части объекта в общем случае описываются дифференциальными уравнениями :

$$\sum_{k=0}^{\ell_1} a_{11k} \frac{d^k Z_1(t)}{dt^k} = b_{11} \alpha(t), \quad (3)$$

$$\sum_{k=0}^{\ell_2} a_{12k} \frac{d^k Z_2(t)}{dt^k} = b_{12} \beta(t). \quad (4)$$

Уравнения интеграторов:

$$\frac{d\alpha(t)}{dt} = b_{21} U_1 \cdot l(t - t_j), \quad (5)$$

$$\frac{d\beta(t)}{dt} = b_{22} U_2 \cdot l(t - t_j). \quad (6)$$

Здесь a_{11k} , a_{12k} , b_{11} , b_{12} , b_{21} , b_{22} – коэффициенты; $\alpha(t)$ и $\beta(t)$ – напряжения, задающие скорости изменения управляющих координат; U_1 и U_2 – сигналы управления, выдаваемые блоком логики; t_j – момент времени переключения управляющих координат; j – порядковый номер переключения.

Закон управления, формируемый блоком логики экстремального регулятора примет:

$$U_1 = \lambda \cos \frac{\pi}{2} j; \quad U_2 = \lambda \sin \frac{\pi}{2} j. \quad (7)$$

При достижении ограничений по координате X_1 , закон управления видоизменяется:

$$U_1 = -\lambda \cos \frac{\pi}{2} j; \quad U_2 = \lambda \sin \frac{\pi}{2} j; \quad (8)$$

При достижении ограничений по координате X_2 закон управления принимает вид:

$$U_1 = \lambda \cos \frac{\pi}{2} j; \quad U_2 = -\lambda \sin \frac{\pi}{2} j. \quad (9)$$

Релейный усилитель описывается следующим выражением:

$$\lambda = \begin{cases} 1 & \text{при } i < -\Delta \\ 0 & \text{при } i \geq -\Delta \end{cases} \quad (10)$$

где i – ток на входе релейного усилителя (в цепи сглаживающего фильтра).

Дифференциальное уравнение сглаживающего фильтра:

$$\sum_{k=0}^{\ell_3} a_{3k} \frac{d^k i(t)}{dt^k} = b_3 D(t) \quad (11)$$

Уравнения измерителя показателя экстремума (ИПЭ) в случае поиска максимума:

$$D(t) = V_j^* \delta(t - t_j) + T \frac{dV(t)}{dt}, \text{ если } \frac{dV(t)}{dt} > 0, \quad (12)$$

$$D(t) = V_j^* \delta(t - t_j), \text{ если } \frac{dV(t)}{dt} \leq 0. \quad (13)$$

Здесь $D(t)$ – сигнал в дифференцируемой цепи ИПЭ,

V_j^* – значение сигнала на входе ИПЭ в момент переключения управляющих координат,

T – постоянная времени дифференцирующей цепи.

В процессе синтеза определились параметры настройки экстремального регулятора; скорости исполнительных устройств по двум каналам, коэффициенты b_{21} , b_{22} , постоянная времени ИПЭ T и зона нечувствительности релейного усилителя Δ .

Значения настраиваемых параметров были введены в цифровую модель. С помощью цифровой модели вычисляется значение оптимизируемого параметра потерь на рысканье. В качестве функции отклика принята модель вида:

$$y = b_0 + b_1 x_1 + b_2 x_2 + b_3 x_3 + b_4 x_4 + b_5 x_1 x_2 + b_6 x_1 x_3 + b_7 x_1 x_4 \quad (14)$$

$$\text{или } Y = XB, \quad (15)$$

$$\text{где } Y = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_8 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} b_0 \\ b_1 \\ \vdots \\ b_7 \end{pmatrix}; \quad X = \begin{pmatrix} x_{01} & x_{11} & \cdots & x_{71} \\ x_{02} & x_{12} & \cdots & x_{72} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ x_{08} & x_{18} & \cdots & x_{78} \end{pmatrix} \quad (16)$$

$$\text{откуда } B = (X^T X)^{-1} X^T Y. \quad (17)$$

По уравнению регрессии (14) определяется план последующей серии экспериментов. Эксперименты прекращаются, если оптимизируемый параметр достиг области оптимума.

Вычислены коэффициенты уравнения регрессии (14) и дисперсия адекватности по результатам второй серии экспериментов:

$$\begin{aligned} b_0 &= 1,426; & b_3 &= -0,279; & b_6 &= 0,125; \\ b_1 &= 0,0142; & b_4 &= 0,0189; & b_7 &= -0,02. \\ b_2 &= 0,0032; & b_5 &= 0,0731; & & \end{aligned}$$

При этом получена дисперсия адекватности $\sigma_{ад}^2 = 0,0294$

Уравнение регрессии по результатам второй серии экспериментов:

$$y = 1,426 + 0,0122x_1 + 0,0032x_2 - 0,279x_3 + 0,0189x_4 + 0,0189x_1x_2 + 0,125x_1x_3 - 0,02x_1x_4 \quad (18)$$

Уравнение адекватно, коэффициенты незначимы. Лучшие результаты получены в эксперименте №3. Значения настроечных параметров $b_{21} = 0,05$, $b_{22} = 0,35$, $T = 0,3$ с, $\Delta = 0,1$ обеспечивают качественные показатели в системе: потери на рысканье 0,844 В или 3,85 %, период автоколебательного цикла 15,4 с. Дальнейшее проведение экспериментов нецелесообразно, поскольку получены удовлетворительные качественные показатели.

Несколько слов о сходимости метода. Метод сравнительно быстро приводит к желаемым результатам. Конечно, возможны случаи, когда результаты экспериментов во второй и последующих сериях не дадут улучшения линейной модели плана. Причин здесь несколько. В основном они определяются недостаточной априорной информацией о связи между параметром оптимизации и варьируемыми параметрами. Назовем основные причины:

- интервалы варьирования параметров выбраны неудачно;
- область оптимума далека;
- модель плана строилась по дробной реплике, сказалось взаимное влияние варьируемых параметров;
- линейный план неэффективен.

В этих ситуациях необходимо выяснить несколькими экспериментами чувствительность параметра оптимизации к изменениям варьируемого параметра с тем, чтобы более четко определить интервалы варьирования. Если область оптимума далека, необходимо переходить к построению линейного плана нового цикла экспериментов. Чтобы исключить смешанные воздействия факторов целесообразно воспользоваться методом «перевала», т.е. построить матрицу следующей серии экспериментов изменив все знаки факторов на противоположные. Это позволит избавиться в уравнении регрессии от эффектов с парным взаимодействием. В случае, если линейный план неэффективен следует приступить к построению плана второго порядка.

Таким образом, на примере выбора оптимальных настроек экстремального регулятора систем управления, имеющей довольно общую структуру, сравнительно высокий порядок, показана возможность применения метода планирования эксперимента в сочетании с цифровой моделью для синтеза систем экстремального управления, причем затраты машинного времени на все эксперименты в одной серии и обработку результатов сравнительно невелики.

Предложенный в данной работе метод синтеза многомерной системы экстремального управления с помощью её цифровой модели в сочетании с методом планирования экспериментов является достаточно общим, весьма эффективным, экономичным по трудовым затратам и времени, средством оптимального проектирования экстремальных систем.

Список источников

1. Олейников В.А., Зотов Н.С., Пришвин А.М. Системы оптимального и экстремального управления. М., Высшая школа, 1969. 285 с.
2. Олейников В.А., Цапенко Г.И. Исследование двумерной экстремальной системы с ограничениями на управляющие координаты. В кн.: Технические средства и системы автоматического управления. Л., Изв., ЛЭТИ, 1976, вып. 202, с 44-53.
3. Растрингин Л.А. Системы экстремального управления. М., Наука, 1974. 632 с.