ФОРМИРОВАНИЕ СТАТИЧЕСКИХ ОПТИМИЗАЦИОННЫХ МОДЕЛЕЙ СЛОЖНЫХ СИСТЕМ

Попов В.А. канд. тех. наук, доц., Мокрый Г.В. канд. тех. наук, доц., Воропаева В.Я. канд. тех. наук, доц., Донецкий государственный технический университет

Рассмотрены принципы формирования статических оптимизационных моделей комплексов технологических процессов и получены в общем виде модели типовых подсистем.

The principles of forming of the static optimization models for complexes of technological processes are reviewed and the models of typical subsystems in a general view are obtained.

С целью оперативности управления и обеспечения адекватности модели компьютерные технологии создания оптимизационных моделей систем управления должны базироваться на принципах получения статических и динамических моделей машинными методами непосредственно на объекте в процессе управления. Наиболее подходящим, с этой позиции, является модульно-иерархический принцип, при котором на базе декомпозиции технологического процесса или сложной системы выделяются технологические модули или подсистемы и формируются их математические описания. Далее, путем композиции согласно модульно-иерархическому принципу получают модели комплексов технологических процессов (КТП). Такой подход при построении модели использует блочный принцип, то есть, модель строится из отдельных логически законченных блоков, отражающих ту или иную сторону рассматриваемого процесса. Блочный принцип построения моделей позволяет: общую задачу управления и построения модели разбить на отдельные подзадачи и тем самым упростить их решение; использовать разработанные блоки в других моделях; модифицировать и заменять отдельные блоки на новые, не касаясь при этом остальных. Такое представление математической модели процесса дает возможность представить общее математическое описание как совокупность математических описаний отдельных блоков.

Применение модульно-иерархического принципа построения моделей, основанного на системном подходе, во многих случаях позволяет решить проблему масштабирования процессов. С точки зрения математического моделирования масштабный переход есть не что иное, как трансформация математической модели при изменении геометрических размеров, характеризующих аппаратное оформление процесса. При использовании блочного принципа влияние геометрических размеров на свойства процесса отражается лишь в одной подсистеме (блоке), поэтому при наличии достаточно корректного математического описания этого блока становится возможным осуществить масштабный переход.

При использовании модульно-иерархического принципа учитывается взаимное соответствие входных и выходных переменных всех блоков модели, что обеспечивает получение замкнутой системы уравнений математической модели процесса в целом. При этом каждый блок модели может иметь различную степень детализации математического описания и состав внутренних переменных. Таким образом, блочный принцип построения математической модели позволяет существенно упростить процесс моделирования без потерь, связанных с адекватностью модели.

При создании математической модели объекта различают два основных этапа [1, 2]:

– определение структуры модели, т.е. набора функциональных и позиционных ограничений, и качественный вид последних (линейные или нелинейные полиномы, дифференциальные уравнения и т.д.);
– расчет числовых значений коэффициентов ограничений.

Структурная идентификация недостаточно исследована и в известных источниках [2, 3, 4] выбор адекватной структуры модели практически отсутствует. Часто рекомендуемый подход к построению модели КТП основанный на концепции “черного ящика”, становится малоэффективным, а в отдельных постановках задачи управления и оптимизации вовсе неприемлемым.

При формировании статических моделей сложных технологических процессов, когда определяются основные режимные параметры необходимые для оптимизации, в типовых постановках оптимизационных задач управления предлагаются структуры моделей следующих видов:

– статическая модель с постоянными относительными выходами;
– статическая модель с переменными относительными выходами.

В первом случае ν-я подсистема КТП, в которой материальный поток $\mathbf{X}_\nu$, состоящей из компонентов $x_{\nu 1}, x_{\nu 2}, \dots, x_{\nu\phi_\nu}$, перерабатывается в поток $\mathbf{Y}_\nu = (y_{\nu 1}, y_{\nu 2}, \dots, y_{\nu\phi_\nu})$ при участии управляющих воздействий $\mathbf{U}_\nu = (u_{\nu 1}, u_{\nu 2}, \dots, u_{\nu r_\nu})$ применительно к комплексной технологии переработки бурого угля или к другим химико-технологическим процессам [1, 5], могут быть представлены типовыми важнейшими подсистемами.

Подсистема реакционная. Ее линейная модель

$$\mathbf{Y}_\nu = \mathbf{A}_\nu \mathbf{X}_\nu + \mathbf{B}_\nu \mathbf{U}_\nu \ ,$$

где $\mathbf{A}_\nu, \mathbf{B}_\nu$ – матрицы соответствующего размера из коэффициентов связей. В модели не выделены в явном виде возмущающие воздействия, которые учитываются непосредственно в ограничениях.

Подсистема разделения. Сырье $\mathbf{X}_\nu$ разделяется на потоки $\mathbf{Y}_1, \dots, \mathbf{Y}_m$ (индекс ν при переменных для сокращения записи опущен). Каждый продукт является смесью компонентов. Поскольку φ-й компонент продукта состоит из соответствующих i-долей сырьевых i-х компонентов, для выхода, например, первого и второго компонентов продукта можно записать:

$$a_{i1.1}x_1 + a_{i1.2}x_2 + \dots + a_{i1.\varphi_\nu}x_{\varphi_\nu} = y_{i1} \ ;$$
$$a_{i2.1}x_1 + a_{i2.2}x_2 + \dots + a_{i2.\varphi_\nu}x_{\varphi_\nu} = y_{i2} \ .$$

Соответственно продукт $\mathbf{Y}_i$ связан с образующими его компонентами уравнением:

$$\mathbf{A}_i \mathbf{X} = \mathbf{Y}_i \, ,$$

где $\mathbf{A}_i = \left\| a_{i\phi\varphi} \right\|; i = 1, \dots, m; \phi = 1, \dots, \phi_i; \varphi = 1, \dots, \varphi_i$ – матрица коэффициентов; $\mathbf{X} = (x_i, \dots, x_{\varphi\nu})$ – вектор-столбец; $\mathbf{Y}_i = (y_{i1}, \dots, y_{i\phi i})$ – вектор-столбец.

Подсистема смешения. В ней из отдельных частей потоков x_1, …, x_{φ_ν} образуются продукты $\mathbf{Y}_1, \dots, \mathbf{Y}_m$. Выход продукта $\mathbf{Y}_1 = (y_{11}, y_{12}, \dots, y_{1\phi i})$ есть

$$\left(a_{11}, \dots a_{1.\varphi_\nu}\right) \begin{pmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_{\varphi_\nu} \end{pmatrix} = (1, \dots, 1) \begin{pmatrix} y_{11} \\ \vdots \\ y_{1\phi_i} \end{pmatrix}$$

Вводя в рассмотрение нормированные коэффициенты $\lambda_{i\phi}$, характеризующие содержание компонента $y_{i\phi}$ в i-м потоке $\sum_{\phi} y_{i\phi}$

$$\lambda_{i\phi} = \frac{y_{i\phi}}{\sum_{\phi} y_{i\phi}}; \quad \lambda_{i\phi} \geq 0; \quad \sum_{\phi} \lambda_{i\phi} = 1,$$

уравнению выхода i-го продукта $\mathbf{Y}_i$ можно придать единообразную векторно-матричную форму:

$$\begin{Vmatrix} \lambda_{i1}a_{i1} & \lambda_{i1}a_{i2} & \dots & \lambda_{i1}a_{i\varphi_v} \\ \lambda_{i2}a_{i1} & \lambda_{i2}a_{i2} & \dots & \lambda_{i2}a_{i\varphi_v} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \lambda_{i\phi_i}a_{i1} & \lambda_{i\phi_i}a_{i2} & \dots & \lambda_{i\phi_i}a_{i\varphi_v} \end{Vmatrix} \begin{Vmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_{\varphi_v} \end{Vmatrix} = \begin{Vmatrix} y_{i1} \\ y_{i2} \\ \vdots \\ y_{i\phi_i} \end{Vmatrix}.$$

Подсистема массообмена между встречными потоками (процессы абсорбции, экстракции) *и смешения*. Выход первого компонента с первым продуктом $\mathbf{Y}_1$ запишем в виде:

$$y_{11} = a_{11,11}x_{11} + a_{11,12}x_{12} + \ldots + a_{11,1\varphi_1}x_{1\varphi_1} + \ldots$$
$$+ a_{11,n1}x_{n1} + a_{11,n2}x_{n2} + \ldots + a_{11,n\varphi_n}x_{\varphi n} + b_{11}u_1 + \ldots + b_{1r_1}u_{r_1},$$

а описание подсистемы в векторно-матричной форме будет:

$$\begin{Vmatrix} \mathbf{A}_{11} & \cdots & \mathbf{A}_{1n} \\ \dots & \dots & \dots \\ \mathbf{A}_{m1} & \cdots & \mathbf{A}_{mn} \end{Vmatrix} \begin{Vmatrix} \mathbf{X}_1 \\ \vdots \\ \mathbf{X}_n \end{Vmatrix} + \mathbf{BU} = \begin{Vmatrix} \mathbf{Y}_1 \\ \vdots \\ \mathbf{Y}_m \end{Vmatrix}.$$

Общая для приведенных подсистем модель производственного комплекса определяется системой уравнений:

$$\mathbf{Y}_v = \mathbf{A}_v \dot{\mathbf{X}}_v + \mathbf{B}_v \mathbf{U}_v; \; v = 1, 2, \ldots, m,$$

или более общим соотношением:

$$\mathbf{Y}_v = \mathbf{A}_v^0 + \mathbf{A}_v \mathbf{X}_v + \mathbf{B}_v \mathbf{U}_v; \; v = 1, 2, \ldots, m.$$

Критерий оптимальности, выраженный через потоки $\mathbf{X}_v, \mathbf{Y}_v$ и управление $\mathbf{U}_v$,

$$Q = f(\mathbf{X}_v, \; \mathbf{Y}_v, \; \mathbf{U}_v) = max$$

обеспечивает оптимизацию материальных потоков по производительности комплекса.

При наличии в составе комплекса нелинейных подсистем, описываемых непрерывными алгебраическими функциями, модель становится также нелинейной. Нестационарность подсистем делает модель нестационарной.

Модель с переменными относительными выходами для статической оптимизации комплекса определяется системой:

$$\mathbf{Y}_\nu = \mathbf{A}_\nu^0 + \mathbf{A}_\nu \mathbf{X}_\nu + \mathbf{B}_\nu \mathbf{U}_\nu ;$$

$$\alpha_\nu = \mathbf{D}_\nu^0 + \mathbf{D}_\nu \mathbf{X}_\nu + \mathbf{E}_\nu \mathbf{U}_\nu ;$$

где $\mathbf{B}_\nu$, $\mathbf{E}_\nu$, $\mathbf{D}_\nu$ – диагональные матрицы коэффициентов, а остальные переменные – векторы.

Критерий оптимальности может быть выражен как в функции $\mathbf{X}_\nu, \mathbf{Y}_\nu, \mathbf{U}_\nu$, так и в функции α_ν. Поток $\mathbf{X}_\nu$ имеет смысл частичной нагрузки подсистемы по сырью. Компоненты α_{ij} матрицы $\mathbf{A}_\nu$ формально аналогичны элементам α_ν. Специфическая особенность модели с переменными относительными выходами состоит в том, что величины α_ν принадлежат к числу оптимизируемых переменных и они могут входить как в критерий оптимизации, так и в ограничения.

Анализ показывает, что основной задачей получения статических подсистемных моделей, является процесс отыскания (прогнозирования) связей между входными величинами **X**, **U** и выходными **Y**, т.е. определения коэффициентов связей (матриц **A** и **B**).

Выводы:

Применение модульно-иерархического подхода и метода структурного вложения для моделирования и исследования многосвязных процессов позволяет описать сложные процессы, относящиеся к переработке бурых углей и химической технологии, стандартными многосвязными блоками и передаточными матрицами связей, отражающими подсистемную структуру объекта, и тем самым упростить процедуры получения оптимизационных моделей.

Список источников

1. Кафаров В.В., Глебов М.Б. Математическое моделирование основных процессов химических производств. – М.: Высш.шк., 1991. – 400 с.
2. Выскуб В.Г., Колодезев С.В., Тихонов А.Н., Чинаев П.И. Методы анализа и синтеза сложных автоматических систем. – М.: Машиностроение, 1992. – 303 с.
3. Плискин Л.Г. Оптимизация непрерывного производства. – М.: Энергия, 1975. – 336 с.
4. Сильвестров А.Н., Чинаев П.И. Идентификация и оптимизация автоматических систем. – М.: Энергоатомиздат, 1987. – 199 с.
5. Святец И.Е. Технологическое использование бурых углей. – М.: Недра, 1985. – 207 с.