

УДК 621.313.333

**А.А. ГУСАРОВ**

Донецкий национальный технический университет

alan@online.dn.ua

## **ЭКВИВАЛЕНТНЫЕ ДИНАМИЧЕСКИЕ ТЕПЛОВЫЕ СХЕМЫ И ОБОБЩЕННЫЙ АЛГОРИТМ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ НАГРЕВА ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ МАШИН**

The generalized algorithm of decision of task of determination of heating of electric machines of alternating current is examined for realization of defense them of thermal quickly increasing overloads.

**Постановка проблемы.** Электрические машины переменного тока, в частности асинхронные двигатели (АД) закрытого исполнения, представляют наиболее распространенный конструктивный тип. К ним относятся взрывобезопасные двигатели для электропривода в химической, горно-рудной, металлургической промышленности, на транспорте и в других отраслях. Эти двигатели характеризуются большим диапазоном мощности (от нескольких ватт до тысяч киловатт), весьма разнообразны по конструктивному исполнению, системам охлаждения и охлаждающей среде.

Недостаточная изученность тепловых процессов в закрытых двигателях и отсутствие надежных инженерных методов расчета нагрева новых конструкций, недостаточность решения задачи тепловой защиты предопределяют высокий (до 60÷65) процент выхода из строя двигателей по причине нарушения целостности обмоток статора и ротора.

Если для двигателей массовых серий позволительна применяемая в настоящее время опытная доводка конструкции с уточнением параметров тепловых процессов и разработкой методики теплового расчета уже после создания и совершенствования головных образцов, то для специальных машин, особенно работающих в повторно-кратковременных режимах S3 и S4, этот подход несостоятелен. Защиты, построенные на базе косвенного измерения температуры обмоток АД, являются универсальными и поэтому применимы в равной степени к любым двигателям. Но такие системы позволяют оценить только среднее превышение температуры защищаемой обмотки и не могут обеспечить защиту отдельных элементов конструкции двигателя: лобовых частей обмоток статора, обмотки ротора, подшипников.

Частично эти недостатки могут быть устранены применением дополнительных устройств, например, датчиков температуры окружающей среды, введением в схему измерения температуры постоянных времени двигателя. Последнее обстоятельство вызывает необходимость моделирования двигателя как тепловой системы [1], [2].

Основным принципом, положенным в основу исследования нагрева двигателей, является установление качественных зависимостей, определяющих эти процессы. Исследование температуры, как средней, так и локальной, производится на базе теории взаимного нагрева системы тел, развитой для общего случая расчета со значительными внутренними градиентами температуры. Применение метода конечных разностей для решения уравнений определения нагрева в различных частях двигателя позволяет использовать простые математические модели динамических тепловых эквивалентных схем нагрева. Для наиболее простых тепловых схем, определяющих среднюю температуру основных частей двигателя, получены общие расчетные формулы.

Общий методологический подход к разработке обобщенного алгоритма решения задач нагрева двигателя, удовлетворяющий по точности требованиям инженерного расчета, заключается в использовании метода эквивалентных тепловых схем. Этот метод получил широкое распространение ввиду простоты и достаточной точности расчета.

Что касается недостатков системы защиты, таких как невозможность защиты отдельных элементов конструкции и предупреждения о достижении недопустимо высокой температуры поверхности двигателя (что является важным для взрывонепроницаемых машин, у которых эта температура ограничена категорией взрывоопасной смеси, в которой работает двигатель), то устранение их достаточно простым способом маловероятно.

Поэтому наиболее перспективным и простым принципом построения температурной защиты и диагностики можно считать системы непосредственного измерения температуры обмоток АД. Но и эта система защиты обладает недостатком: она не позволяет оценить среднее превышение температуры защищаемой обмотки, что не соответствует требованиям ГОСТ 27888-88.

**Цель работы.** Разработать обобщенный алгоритм решения задачи нагрева АД, с использованием его для построения комбинированной температурно-токовой защиты и диагностики состояния двигателя.

**Результаты исследований.** Согласно методу эквивалентных тепловых схем двигатель или его часть разделяют на 10÷20 отдельных элементов. Число элементов разбиения (узлов) зависит от метода теплового расчета и системы охлаждения двигателя. Поскольку в случае, если число узлов велико, возникают определенные затруднения с решением дифференциальных уравнений для каждого узла и выбором ряда трудно определяемых коэффициентов, то в нашей работе принимается динамическая эквивалентная тепловая схема, состоящая из трех узлов (рис. 1): 1 – пазовая часть обмотки статора; 2 – лобовая часть обмотки статора; 3 – температурный датчик (термистор, обладающий высокой чувствительностью).

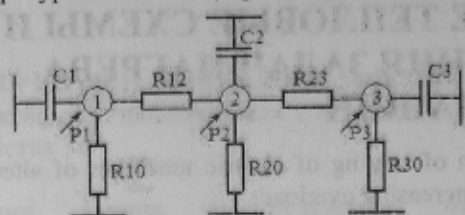


Рисунок 1 - Динамическая эквивалентная схема

Учитывая, что во взрывонепроницаемых двигателях лобовая часть обмотки статора, на которой устанавливается датчик, имеет более высокую температуру, точку, соответствующую средней температуре обмотки [3] целесообразно заменить точкой со средней температурой лобовой части обмотки.

Такая динамическая эквивалентная тепловая схема описывается следующими дифференциальными уравнениями:

$$\begin{cases} C_1 \frac{d\theta_1}{dt} + a_{11} \cdot \theta_1 - a_{12} \cdot \theta_2 = P_1; \\ C_2 \frac{d\theta_2}{dt} - a_{12} \cdot \theta_1 + a_{22} \cdot \theta_2 - a_{23} \cdot \theta_3 = P_2; \\ C_3 \frac{d\theta_3}{dt} - a_{23} \cdot \theta_2 + a_{33} \cdot \theta_3 = P_3, \end{cases} \quad (1)$$

где  $\theta_1 \dots \theta_3$  – среднее по объему превышение температуры отдельных узлов над температурой окружающего воздуха;

$a_{12} \dots a_{k,k-1}$  – тепловые проводимости между соответствующими телами;

$P_i$  – потери мощности в  $i$ -м элементе;

$C_i$  – теплоемкости элементов.

Проводимости  $a_{ij}$  рассчитываются по известным методикам на основании сопротивлений теплообмена каждого из узлов с другими телами или воздухом.

При рассмотрении тепловых процессов полагается, что:

- тепловое сопротивление элементов схемы замещения от температуры узлов не зависит;
- тепловое сопротивление элементов схемы замещения независимо от времени процесса;
- потери в стали не зависят от температуры и времени процесса;
- потери в обмотках статора постоянны и равны потерям для заданной температуры.

Решение системы дифференциальных уравнений состоит из двух составляющих температуры: свободной и принужденной:

$$\theta_i = \theta_{свi} + \theta_{прi}. \quad (2)$$

Принужденные составляющие температуры узлов равны установившейся температуре узлов  $\theta_{прi} = \Theta_i$  и определяются из алгебраических уравнений при подстановке в систему  $d\theta_i/dt \cdot C_i = 0$ .

В матричном виде:  $A_{ij} \cdot \theta_i = P_i$ .

Установившуюся температуру можно определить, выполнив преобразования методом эквивалентных греющих потерь [4]:

$$\theta_i = A_{ij}^{-1} \cdot P_j = R_{ij} \cdot P_j$$

где  $R_{ij} = A_{ij}^{-1}$  – матрица обратная матрице  $A_{ij}$ .

Перенеся все составляющие уравнений (1), кроме производной, в правую часть, и разделив каждое уравнение на соответствующую теплоемкость, получим уравнения Коши в матричном виде:

$$s\theta = PC_1 - AC_1\theta, \quad (3)$$

где  $s\theta_i = d\theta_i/dt$  – матрица-столбец производных температуры, [°C/c];

$\theta_i$  – матрица-столбец мгновенной температуры;

$PC_1 = P_i/C_i$  – матрица-столбец потерь мощности в  $i$ -м элементе, [°C/c];

$AC_1 = |a_{ij}| = |a_{ij}/C_i|$  – квадратная матрица коэффициентов, [1/c];

$$AC_{ij} = \begin{pmatrix} ac_{1,1} & -ac_{1,2} & 0 \\ -ac_{1,2} & ac_{2,2} & 0 \\ 0 & 0 & ac_{3,3} \end{pmatrix}$$

$C_i$  – теплоемкость элемента.

Свободные составляющие температуры определяются из уравнений (1) без правой части, т.е. при  $P_i=0$ , или  $PC_i=0$  в уравнении (3).

Уравнения для определения свободной составляющей температуры имеют вид:

$$\begin{cases} s\theta_1 = -ac_{11} \cdot \theta_1 + ac_{12} \cdot \theta_2; \\ s\theta_2 = ac_{12} \cdot \theta_1 - ac_{22} \cdot \theta_2 + ac_{23} \cdot \theta_3; \\ s\theta_3 = ac_{23} \cdot \theta_2 - ac_{33} \cdot \theta_3. \end{cases}$$

Решение уравнений согласно [1, 2] имеет вид:

$$\begin{cases} \theta_{св1} = b_{11} \cdot e^{\beta_1 t} + b_{12} \cdot e^{\beta_2 t} + b_{13} \cdot e^{\beta_3 t}; \\ \theta_{св2} = b_{21} \cdot e^{\beta_1 t} + b_{22} \cdot e^{\beta_2 t} + b_{23} \cdot e^{\beta_3 t}; \\ \theta_{св3} = b_{31} \cdot e^{\beta_1 t} + b_{32} \cdot e^{\beta_2 t} + b_{33} \cdot e^{\beta_3 t}, \end{cases} \quad (4)$$

или в матричной форме записи:  $\theta_{свi} = B_{ij} \cdot \text{Exp}$ ,

где  $\theta_{свi}$  – матрица-столбец свободной составляющей температуры;

$\text{Exp}$  – матрица-столбец экспонент;

$B_{ij}$  – квадратная матрица коэффициентов:

$$B_{ij} = \begin{pmatrix} b_{1,1} & b_{1,2} & b_{1,3} \\ b_{2,1} & b_{2,2} & b_{2,3} \\ b_{3,1} & b_{3,2} & b_{3,3} \end{pmatrix}$$

Показатели степени  $\beta_i$  определяются из уравнения:

$$\det|AC_{ij} - \beta E| = \det|W_{ij}| = 0, \quad (5)$$

где  $E$  – единичная матрица;

$W_{ij}$  – вековая матрица.

После преобразования (5) получим:

$$W_{ij} = \begin{pmatrix} (ac_{1,1} - \beta) & -ac_{1,2} & 0 \\ -ac_{2,1} & (ac_{2,2} - \beta) & 0 \\ -ac_{3,1} & 0 & (ac_{3,3} - \beta) \end{pmatrix}$$

Корни характеристического полинома, называемые собственными значениями или характеристическими числами матрицы  $AC_{ij}$ , определяются как корни уравнения [5]:

$$\beta^3 - \beta^2 \cdot (ac_{1,1} + ac_{2,2} + ac_{3,3}) - \beta(ac_{1,1}ac_{2,2} + ac_{2,2}ac_{3,3} + ac_{1,1}ac_{3,3} - ac_{1,2}ac_{2,1} - ac_{2,3}ac_{3,2}) - (ac_{1,1}ac_{2,2}ac_{3,3} - ac_{1,2}ac_{2,1}ac_{3,3} - ac_{1,1}ac_{2,3}ac_{3,2}) = 0;$$

Мгновенные значения температуры, согласно (4)

$$\begin{cases} \theta_1 = \Theta_1 + b_{11} \cdot e^{-\beta_1 t} + b_{12} \cdot e^{-\beta_2 t} + b_{13} \cdot e^{-\beta_3 t}; \\ \theta_2 = \Theta_2 + b_{21} \cdot e^{-\beta_1 t} + b_{22} \cdot e^{-\beta_2 t} + b_{23} \cdot e^{-\beta_3 t}; \\ \theta_3 = \Theta_3 + b_{31} \cdot e^{-\beta_1 t} + b_{32} \cdot e^{-\beta_2 t} + b_{33} \cdot e^{-\beta_3 t}. \end{cases} \quad (6)$$

Коэффициенты матрицы  $b_{ij}$  определяются согласно [6] из уравнений, полученных дифференцированием

$$(6). \text{ Первая производная от этих уравнений } \frac{d\theta_i}{dt} = \beta_1 \cdot b_{i,1} \cdot e^{\beta_1 t} + \beta_2 \cdot b_{i,2} \cdot e^{\beta_2 t} + \beta_3 \cdot b_{i,3} \cdot e^{\beta_3 t}. \quad (7)$$

Вторая производная 
$$\frac{d^2\theta_i}{dt^2} = \beta_1^2 \cdot b_{i,1} \cdot e^{\beta_1 \cdot t} + \beta_2^2 \cdot b_{i,2} \cdot e^{\beta_2 \cdot t} + \beta_3^2 \cdot b_{i,3} \cdot e^{\beta_3 \cdot t} \quad (8)$$

Кoeffициенты матрицы  $b_{i,j}$  определяются из уравнений температуры при начальных условиях первой и второй производной температуры.

Чтобы получить уравнения для свободной составляющей температуры, положим при  $t=0$  значения  $\theta_i=0$ ;  $\theta_2=0$ ;  $\theta_3=0$  из уравнения (2)

$$\begin{cases} \theta_{св1} = \theta_1 - \Theta_1 = -\Theta_1; \\ \theta_{св2} = \theta_2 - \Theta_2 = -\Theta_2; \\ \theta_{св3} = \theta_3 - \Theta_3 = -\Theta_3. \end{cases} \quad (9)$$

Подставив  $\theta_{св_i}$  из (9) в (4), при  $t=0$  получим

$$\begin{cases} b_{11} + b_{12} + b_{13} = -\Theta_1; \\ b_{21} + b_{22} + b_{23} = -\Theta_2; \\ b_{31} + b_{32} + b_{33} = -\Theta_3. \end{cases}$$

Значение первой производной температуры получим из уравнений (1) при  $t=0$

$$\begin{cases} s\theta_1 = P_1 / C_1; \\ s\theta_2 = P_2 / C_2; \\ s\theta_3 = P_3 / C_3. \end{cases}$$

Подставив значение первой производной в (7), получаем

$$\begin{cases} \beta_1 \cdot b_{11} + \beta_2 \cdot b_{12} + \beta_3 \cdot b_{13} = P_1 / C_1; \\ \beta_1 \cdot b_{21} + \beta_2 \cdot b_{22} + \beta_3 \cdot b_{23} = P_2 / C_2; \\ \beta_1 \cdot b_{31} + \beta_2 \cdot b_{32} + \beta_3 \cdot b_{33} = P_3 / C_3. \end{cases}$$

Вторую производную для температуры определим из уравнения (1) при  $t=0$  и  $P_i = Const$

$$\begin{cases} s^2\theta_1 = 0; \\ s^2\theta_2 = 0; \\ s^2\theta_3 = 0. \end{cases}$$

Подставив её значение в уравнение (8), получим

$$\begin{cases} \beta_1^2 \cdot b_{11} + \beta_2^2 \cdot b_{12} + \beta_3^2 \cdot b_{13} = 0; \\ \beta_1^2 \cdot b_{21} + \beta_2^2 \cdot b_{22} + \beta_3^2 \cdot b_{23} = 0; \\ \beta_1^2 \cdot b_{31} + \beta_2^2 \cdot b_{32} + \beta_3^2 \cdot b_{33} = 0. \end{cases}$$

Превышение температуры для узла 1

$$\theta_1 = \Theta_1 + b_{11} \cdot e^{\beta_1 \cdot t} + b_{12} \cdot e^{\beta_2 \cdot t} + b_{13} \cdot e^{\beta_3 \cdot t},$$

при этом коэффициенты  $b_{i,j}$  определяются из уравнений

$$\begin{cases} b_{11} + b_{12} + b_{13} = -\Theta_1; \\ \beta_1 \cdot b_{11} + \beta_2 \cdot b_{12} + \beta_3 \cdot b_{13} = P_1 / C_1; \\ \beta_1^2 \cdot b_{11} + \beta_2^2 \cdot b_{12} + \beta_3^2 \cdot b_{13} = 0; \end{cases}$$

Превышение температуры для узла 2

$$\theta_2 = \Theta_2 + b_{21} \cdot e^{\beta_1 \cdot t} + b_{22} \cdot e^{\beta_2 \cdot t} + b_{23} \cdot e^{\beta_3 \cdot t},$$

при этом коэффициенты  $b_{i,j}$  определяются из уравнений

$$\begin{cases} b_{21} + b_{22} + b_{23} = -\Theta_2; \\ \beta_1 \cdot b_{21} + \beta_2 \cdot b_{22} + \beta_3 \cdot b_{23} = P_2 / C_2; \\ \beta_1^2 \cdot b_{21} + \beta_2^2 \cdot b_{22} + \beta_3^2 \cdot b_{23} = 0; \end{cases}$$

Превышение температуры для узла 3

$$\theta_3 = \Theta_3 + b_{31} \cdot e^{\beta_1 \cdot t} + b_{32} \cdot e^{\beta_2 \cdot t} + b_{33} \cdot e^{\beta_3 \cdot t},$$

при этом коэффициенты  $b_{ij}$  определяются из уравнений

$$\begin{cases} b_{31} + b_{32} + b_{33} = -\Theta_3, \\ \beta_1 \cdot b_{31} + \beta_2 \cdot b_{32} + \beta_3 \cdot b_{33} = P_3 / C_3, \\ \beta_1^2 \cdot b_{31} + \beta_2^2 \cdot b_{32} + \beta_3^2 \cdot b_{33} = 0. \end{cases}$$

**Вывод.** Для динамической эквивалентной тепловой схемы, состоящей из трех узлов – пазовой части обмотки статора, лобовой части обмотки статора и датчика температуры – получены уравнения, позволяющие определить превышение температуры обмотки статора. Они позволяют учитывать поправки, обусловленные различными внешними и внутренними факторами, не учитываемые моделью с двумя узлами. Недостатком этой модели является то, что при ее использовании необходимо применение более сложного температурного реле по сравнению с системами косвенного измерения температуры обмоток статора асинхронных двигателей.

### Список литературы

1. Счастливый Г.Г. Нагревание закрытых асинхронных электродвигателей. /Счастливый Г.Г. –К.: Ин-т электродинамики, 1966. – 188с.
2. Бурковский А.Н. Нагрев и охлаждение взрывозащищённых электродвигателей. /Бурковский А.Н., Ковалёв Е.Б., Коробов В.К. Москва: Энергия. – 1970. – 198 с.
3. Беспалов В.Я. Упрощенная математическая модель нестационарного нагрева и охлаждения обмотки статора асинхронного двигателя. / Беспалов В.Я., Мошинский Ю.А., Цуканов В.И. // Электричество.- 2003. - № 4. – С. 20 – 26.
4. Суйский П.А. О выборе асинхронных двигателей для кратковременных режимов работы. // Электричество, 1964. -№10., С. 10 – 14.
5. Бессонов Л.А. Теоретические основы электротехники. / Бессонов Л.А. - М.: Гардарики, 2003. – 316 с.

Надійшла до редколегії 20.04.2009

Рецензент: Є.Б.Ковальов

**А. А. ГУСАРОВ**

Донецкий национальный технический университет

**Эквивалентные динамические тепловые схемы и обобщенный алгоритм решения задач нагрева электрических машин.** Обобщенный алгоритм решения задачи определения нагрева электрических машин переменного тока рассматривается для реализации тепловой защиты для быстро нарастающих тепловых перегрузок.

**Динамическая тепловая схема, асинхронный двигатель, нагрев, расчёт**

**О. А. ГУСАРОВ**

Донецкий национальный технический университет

**Еквівалентні динамічні теплові схеми і узагальнений алгоритм вирішення завдань нагріву електричних машин.** Узагальнений алгоритм рішення задачі визначення нагріву електричних машин змінного струму розглядається для реалізації теплового захисту для швидко нарастаючих теплових перевантажень.

**Динамічна теплова схема, асинхронний двигун, нагрів, розрахунок**