

## Simulation von Bewetterungsvorgängen mit verteilten Parametern

Gunter Hanf, Rüdiger Hohmann  
Institut für Simulation und Graphik  
Otto-von-Guericke-Universität Magdeburg, Postfach 4120, 39016 Magdeburg  
e-mail: [hanf, hohmann]@cs.uni-magdeburg.de

### Abstrakt

In diesem Beitrag werden zwei verschiedene numerische Lösungsmöglichkeiten - das Linienvorhaben und das Charakteristikenverfahren - für Bewetterungsvorgänge mit verteilten Parametern vorgestellt und miteinander verglichen. Die Gegenüberstellung findet auf der Basis eines einzelnen Strangelementes statt, wobei als Randbedingungen an dem einen Ende eine Reflexion und an dem anderen Ende eine sprunghafte bzw. eine rampenförmige Druckänderung gewählt wurden.

## 1 Motivation

Die Bewetterungsvorgänge innerhalb eines Kohlbergwerkes spielen für die Sicherheit der Bergleute eine entscheidende Rolle. Durch den Abbau von Kohle wird Methan freigesetzt, wodurch ein hochexplosives Luft-Methan-Gemisch entsteht. In hoher Konzentration kann dieses Gemisch die gefürchteten Bergwerksexplosionen (Grund vieler Unglücksfälle im Bergbau) auslösen. Ein aktuelles Grubenunglück in einem Donezker Kohlbergwerk am 24. Mai 1999 verdeutlichte die verheerenden Auswirkungen einer solchen Gasexplosion unter Tage. Von den 131 betroffenen Männern sind bei dieser Methanentzündung 39 Bergleute ums Leben gekommen; weitere 48 Kumpel konnten nur mit zum Teil schweren Verbrennungen geborgen werden.

Um solche Unglücksfälle zu verhindern, sollen die Simulationen für Planungs- und Handlungsszenarien beim Entwurf eines Bewetterungsnetzes oder im Falle einer Havarie eingesetzt werden. Mögliche Simulationsexperimente sind z.B. die Ermittlung und Steuerung der Luftstromverteilung bei bekannter Topologie eines solchen Netzes. Andere Experimente sollen dazu dienen, Planungsalternativen für ein Netz bei Änderungen der Topologie des Netzes, von Parametern oder beim Einsatz von verschiedenen Ventilatoren zu finden.

Dieser Beitrag entstand im Rahmen einer wissenschaftlichen Kooperationsbeziehung zwischen der Fakultät für Rechentechnik und Informatik der Technischen Universität Donezk (Ukraine) sowie dem Institut für Strömungstechnik und Thermodynamik und dem Institut für Simulation und Graphik der Otto-von-Guericke-Universität Magdeburg.

## 2 Mathematische Beschreibung der Bewetterungsvorgänge

Bewetterungsvorgänge in Bergwerken werden als instationäre Strömungsvorgänge betrachtet. Die Grundlage der mathematischen Beschreibung dieser Strömungsvorgänge in den Bewetterungsnetzen bilden die Arbeiten der TU Donezk [AFS81] sowie der Universität Magdeburg von [Ib87] und [Ib94]. In den folgenden Abschnitten werden deshalb nur

die wesentlichen Aspekte dargelegt, die die Voraussetzungen für den vorliegenden Beitrag bilden.

Bevor das mathematische Modell der instationären Strömungsvorgänge für die Bewetterungsnetze erstellt werden kann, soll deren Struktur beschrieben werden. Die Grundlage der Topologiedarstellung von beliebigen Bewetterungsnetzen bildet die Graphentheorie. Sie lassen sich durch einen gerichteten Graphen  $G = (K, Z, \varphi)$  darstellen. Die Menge  $K$  soll  $m$  Kantenelemente und die Menge  $Z$  soll  $n$  Knotenelemente des Graphen  $G$  enthalten. Während die Kanten die bewetterten Schächte und Strecken (allg. Zweige) innerhalb von Bergwerken repräsentieren, stellen die Knoten im wesentlichen deren Verknüpfungsorte dar. Mit der Abbildungsfunktion  $\varphi$  wird außerdem jeder Kante ein Anfangs- und Endknoten zugeordnet. Damit ist eine positive Koordinatenrichtung fest vorgegeben, die für die mathematische Beschreibung notwendig ist.

Das Grundgleichungssystem zur Beschreibung der Strömungsvorgänge in solchen Netzen besteht aus den Kontinuitäts- und Impulsgleichungen der Wellenbewegung. Voraussetzung dafür ist, daß der Einfluß der Dissipation (Energieverlust des Systems z.B. durch Reibung) auf den Energiesatz vernachlässigt wird.

$$\frac{\partial p}{\partial t} + v \frac{\partial p}{\partial z} + \rho c^2 \frac{\partial v}{\partial z} = 0 \quad \text{Kontinuitätsgleichung} \quad (1)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} = F(z, t) \quad \text{Impulsgleichung}$$

Das nichtlineare Gleichungssystem (1) mit den beiden Grundgleichungen soll die Basis für die weiteren Betrachtungen bilden. Die Variable  $p$  stellt den Druck,  $v$  die Geschwindigkeit,  $t$  die Zeit und  $z$  die Ortskoordinate des Systems dar.  $F(z, t)$  repräsentiert eine Dämpfungsfunktion turbulenter sowie laminarer Strömungen in Rohren

$$F(z, t) = -\frac{\lambda_{in}}{2d} (v \cdot |v|), \quad (2)$$

mit  $\lambda_{in} \approx \lambda(Re, k/d)$  als instationären Rohrreibungsbeiwert, wobei  $Re$  die Reynolds-Zahl,  $k$  den Rauigkeitswert und  $d$  den Rohrdurchmesser darstellen. Aus dem Gleichungssystem (1) sollen nun Gleichungen zur Berechnung des Druckes  $p$  und der Geschwindigkeit  $v$  - Bestimmung des Strömungszustandes - hergeleitet werden.

### 3 Simulation - Numerische Lösungsmöglichkeiten

Die Strömungsvorgänge in den Bewetterungsnetzen werden als hydrodynamische Strömungen aufgefaßt. Genau genommen wird der akustische Fall der hydrodynamischen Strömung untersucht. Dieser spezifische Fall ist unter anderem dadurch gekennzeichnet, daß die Berechnungen mit konstanter Dichte  $\rho \approx \rho_0 \approx \text{konstant}$  und Schallgeschwindigkeit  $c \approx c_0 \approx \text{konstant}$  durchgeführt werden können (inkompressibles Fluid). Eine solche Einschränkung hat eine Vereinfachung der Modellgleichungen und damit auch eine Vereinfachung der Berechnungsvorschrift zur Folge.

Eine weitere Restriktion, die den Betrachtungen in diesem Beitrag zugrundeliegt, ist die Vernachlässigung der Dämpfungsfunktion  $F(z, t)$  in der Impulsgleichung. Diese Ein-

schränkung ist nur zum besseren Verständnis der beiden numerischen Lösungsverfahren getroffen worden.

Beide Lösungsverfahren, die in den zwei nächsten Abschnitten erläutert werden, berechnen die gesuchten Größen den Druck  $p$  und die Geschwindigkeit  $v$  an diskreten Orten entlang der Zweige. Die Abbildung 1 stellt die Strömungsberechnung in den Zweigen mit den in diesem Beitrag zugrundeliegenden Randbedingungen graphisch dar.

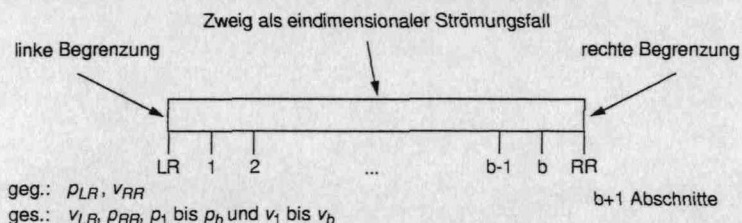


Abbildung 1: Strömungsberechnung in den Zweigen

Die Lösungsverfahren werden an den einzelnen Stellen Gleichungen für die beiden gesuchten Parameter bereitstellen. Dabei ist zwischen den inneren Punkten 1 bis  $b$  und den beiden Rändern  $LR$  und  $RR$  zu unterscheiden. Während für die Berechnung des Strömungszustandes an den inneren Stellen zwei Gleichungen notwendig sind (jeweils eine für Druck und Geschwindigkeit), muß an den Rändern nur eine Gleichung hergeleitet werden. Für die linke Begrenzung ist eine Gleichung für die Geschwindigkeit  $v_{LR}$  zu bestimmen, da die Druckänderung  $p_{LR}$  als Randbedingung vorgegeben werden soll. Um mit der rechten Randbedingung eine Reflexion abbilden zu können, wird die Geschwindigkeit  $v_{RR}$  gleich Null gesetzt. Es ist deshalb am rechten Rand nur eine Druckgleichung anzugeben.

### 3.1 Linienverfahren

Eine Möglichkeit partielle Differentialgleichungssysteme numerisch zu berechnen, ist die Überführung des Systems in ein System von gewöhnlichen Differentialgleichungen. Diese gewöhnlichen Differentialgleichungen können dann mit Hilfe von impliziten oder expliziten Integrationsverfahren gelöst werden.

Eine solche Vorgehensweise zur numerischen Lösung von partiellen Differentialgleichungssystemen bedingt eine Diskretisierung aller Ortsableitungen in den Gleichungssystemen. Die Ortsableitungen können durch Differenzenquotienten unterschiedlicher Fehlerordnung ersetzt werden. Dadurch entsteht an jeder diskretisierten Stelle eine gewöhnliche Differentialgleichung, und die Lösung der partiellen Differentialgleichung entspricht der Lösung des durch die Diskretisierung entstandenen Systems von gewöhnlichen Differentialgleichungen. Diese beschriebene Herangehensweise ist als das Linienverfahren bekannt.

Bevor das nichtlineare partielle Gleichungssystem (1) in ein System von gewöhnlichen Differentialgleichungen umgeformt wird, kann noch eine weitere Vereinfachung des Gleichungssystems vorgenommen werden. Die Terme  $v(\partial p / \partial z)$  und  $v(\partial v / \partial z)$  sind gegenüber den anderen Termen in dem Gleichungssystem (1) sehr klein und können deshalb

vernachlässigt werden. Unter der Berücksichtigung aller festgelegten Restriktionen entsteht das partielle Differentialgleichungssystem (3). Auf der Basis dieses Gleichungssystems wird die Transformation in ein System von gewöhnlichen Differentialgleichungen durchgeführt.

$$\begin{aligned} \frac{\partial p}{\partial t} &= -\rho c^2 \frac{\partial v}{\partial z} \\ \frac{\partial v}{\partial t} &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} \end{aligned} \tag{3}$$

Bei der Ersetzung der Ortableitung ist darauf zu achten, daß verschiedene Differenzenquotienten für die inneren Approximationsstellen und für die Randpunkte (siehe Abbildung 1) verwendet werden. Die Differenzenquotienten sowohl an den inneren Stellen als auch an den Rändern sind von zweiter Fehlerordnung. Für den linken Randpunkt *LR* ergibt sich damit folgendes:

$$\frac{dv_{LR}}{dt} = -\frac{1}{\rho} \left( \frac{-3p_{LR} + 4p_1 - p_2}{2 \cdot \Delta z} \right) \quad \text{mit} \quad \left. \frac{\partial y}{\partial x} \right|_{(L,t)} = \frac{-3y_L + 4y_1 - y_2}{2 \cdot \Delta x} \tag{4}$$

Die inneren Stellen werden entsprechend dem partiellen System (3) durch zwei gewöhnliche Differentialgleichungen beschrieben. Die Gleichungspaare für die Stellen 1 und *b* in (5) stehen repräsentativ für alle anderen inneren Approximationspunkte.

$$\begin{aligned} \frac{dp_1}{dt} &= -\rho c^2 \left( \frac{v_2 - v_{LR}}{2 \cdot \Delta z} \right) \\ \frac{dv_1}{dt} &= \frac{1}{\rho} \left( \frac{p_2 - p_{LR}}{2 \cdot \Delta z} \right) \\ \dots & \quad \text{mit} \quad \left. \frac{\partial y}{\partial x} \right|_{(x,t)} = \frac{y_{i+1} - y_{i-1}}{2 \cdot \Delta x} \tag{5} \\ \frac{dp_b}{dt} &= -\rho c^2 \left( \frac{v_{RR} - v_{b-1}}{2 \cdot \Delta z} \right) \\ \frac{dv_b}{dt} &= \frac{1}{\rho} \left( \frac{p_{RR} - p_{b-1}}{2 \cdot \Delta z} \right) \end{aligned}$$

Für den rechten Randpunkt *RR* gilt ähnliches wie für den linken Randpunkt *LR*:

$$\frac{dp_{RR}}{dt} = -\rho c^2 \left( \frac{3v_{RR} - 4v_b + v_{b-1}}{2 \cdot \Delta z} \right) \quad \text{mit} \quad \left. \frac{\partial y}{\partial x} \right|_{(R,t)} = \frac{3y_R - 4y_b + y_{b-1}}{2 \cdot \Delta x} \tag{6}$$

### 3.2 Charakteristikenverfahren

Die Idee der Charakteristikenverfahren ist an den eigentlichen physikalischen Vorgang der Wellenausbreitung angelehnt ([lb87], [lb94]). Die Strömungsvorgänge (die Bewehrung) stellen Wellenprozesse dar, bei denen sich die Störungen auf charakteristischen Kurven ausbreiten. Entlang dieser Kurven, welche als Charakteristiken bezeichnet wer-

den, können die Strömungszustände eines Systems berechnet werden. Die Charakteristikenverfahren nutzen diese Eigenschaft, daß die Störungen auf charakteristischen Kurven/Bahnen verlaufen.

Um solche Verfahren zur Simulation von Bewetterungsvorgängen einzusetzen, müssen für das partielle Differentialgleichungssystem (1) dessen Charakteristiken und die dazugehörigen Verträglichkeitsbedingungen bestimmt werden. Auf die formale Herleitung der Charakteristiken sowie deren Verträglichkeitsbedingungen soll in diesem Beitrag verzichtet werden. Im Gleichungssystem (7) sind die zugrundeliegenden partiellen Differentialgleichungen für die Bewetterung und die dazugehörigen y- und x-Charakteristiken sowie y- und x-Verträglichkeitsbedingungen dargestellt. Dabei ist die Zeit  $t$  durch  $\tau$  mit  $\tau = c \cdot t$  ersetzt worden.

$$\begin{aligned}
 \frac{dz}{d\tau}\Big|_y &= v/c + 1 && \text{y-Charakteristik} \\
 \frac{\partial p}{\partial \tau} + \frac{v \partial p}{c \partial z} + \rho c \frac{\partial v}{\partial z} &= 0 && \frac{dz}{d\tau}\Big|_x = v/c - 1 \quad \text{x-Charakteristik} \\
 \frac{\partial v}{\partial \tau} + \frac{v \partial v}{c \partial z} + \frac{1}{\rho c} \frac{\partial p}{\partial z} &= 0 && \frac{dp}{d\tau}\Big|_y + \rho c \frac{dv}{d\tau}\Big|_y = 0 \quad \text{y-Verträglichkeit} \\
 &&& \frac{dp}{d\tau}\Big|_x - \rho c \frac{dv}{d\tau}\Big|_x = 0 \quad \text{x-Verträglichkeit}
 \end{aligned} \tag{7}$$

Mit den zwei Gleichungspaaren (y- und x-Charakteristiken sowie y- und x-Verträglichkeitsbedingungen) des Systems (7) werden die Strömungsverhältnisse in diesem Beitrag ermittelt. Die Abbildung 2 soll formal die Vorgehensweise zur Bestimmung des Strömungszustandes in dem Punkt A in der  $z, \tau$ -Lösungsebene zeigen. Es soll verdeutlicht werden, daß der Strömungszustand im Punkt A nur von den Zuständen abhängt, welche dem von A, L und R eingeschlossenen Gebiet angehören. Die y- und x-Charakteristiken stellen dabei die links- und rechtslaufenden Störungen dar, auf welchen sich die Druckänderungen ausbreiten.

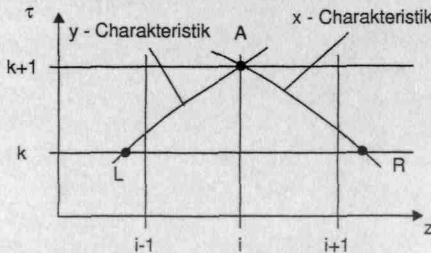


Abbildung 2: Strömungszustandberechnung

Für die Berechnung der instationären Strömungsvorgänge wird das von [Iblb94] entwickelte iterative ED-Charakteristikenverfahren verwendet. Die prinzipielle Vorgehenswei-

se des Verfahrens soll anhand der Ermittlung des Strömungszustandes im Aufpunkt *A* der diskreten Approximationsstelle *i* (Gitterpunkt) der Abbildung (2) dargestellt werden.

Zunächst müssen aus den zwei Gleichungspaaren des Systems (7) explizite Gleichungen gewonnen werden, aus denen die beiden gesuchten Größen *v* und *p* zu ermitteln sind. Durch die Integration sowohl der Charakteristiken als auch der Verträglichkeitsbedingungen werden die notwendigen Gleichungen bestimmt. Während für die Charakteristiken folgendes gilt:

$$\begin{aligned} \frac{dz}{d\tau}_y &= \frac{v}{c} + 1 \Rightarrow \frac{z_A - z_L}{\tau_A - \tau_L} = \frac{v_{LA}}{c} + 1 \Rightarrow z_A = z_L + \left(\frac{v_{LA}}{c} + 1\right)(\tau_A - \tau_L), \\ \frac{dz}{d\tau}_x &= \frac{v}{c} - 1 \Rightarrow \frac{z_A - z_R}{\tau_A - \tau_R} = \frac{v_{RA}}{c} - 1 \Rightarrow z_A = z_R + \left(\frac{v_{RA}}{c} - 1\right)(\tau_A - \tau_R), \end{aligned} \tag{8}$$

erhält man für die Verträglichkeitsbedingungen diese zwei expliziten Gleichungen:

$$\begin{aligned} \int_L^A \frac{dp}{d\tau}_y d\tau &= \int_L^A dp = p_A - p_L, \quad \int_L^A \rho c \frac{dv}{d\tau}_y d\tau = \rho c(v_A - v_L) \Rightarrow p_A - p_L + \rho c(v_A - v_L) = 0, \\ \int_R^A \frac{dp}{d\tau}_x d\tau &= \int_R^A dp = p_A - p_R, \quad -\int_R^A \rho c \frac{dv}{d\tau}_x d\tau = -\rho c(v_A - v_R) \Rightarrow p_A - p_R - \rho c(v_A - v_R) = 0. \end{aligned} \tag{9}$$

Das iterative ED-Charakteristikenverfahren verwendet diese zwei expliziten Gleichungspaare (8) und (9) zur Bestimmung der Größen *v* und *p*. Die Berechnung wird in zwei Schritten ausgeführt. Dabei wird vorausgesetzt, daß alle Strömungszustände in den Gitterpunkten auf der Zeitebene *k* bekannt sind.

Im ersten Schritt werden die Gleichungen (8) zur Lagebestimmung der Punkte *L* und *R* genutzt. Während sich die Lage des Punktes *L* aus der *y*-Charakteristik ergibt, wird die Lage des Punktes *R* mit der *x*-Charakteristik berechnet. Wie in der Abbildung 2 dargestellt ist, stimmen die beiden Punkte im allgemeinen nicht mit den gewählten Gitterpunkten überein. Für die Ermittlung der Größen *v* und *p* in den Punkten *L* und *R* auf der Zeitebene *k* muß deshalb zwischen den entsprechenden zwei Gitterpunkten linear interpoliert werden.

Im zweiten Schritt werden die Größen *v* und *p* der Punkte *L* und *R* in die Gleichungen (9) eingesetzt, um die Strömungsverhältnisse im Aufpunkt *A* zu berechnen. Die Gleichungen (9) werden dabei so umgeformt, daß explizite Berechnungsvorschriften für Geschwindigkeit und Druck entstehen (siehe Gleichungen (10)).

$$\begin{aligned} v_A &= \frac{1}{[2\rho c]}[\rho c(v_L + v_R) + p_L - p_R], \\ p_A &= \frac{1}{2}[p_L + p_R + \rho c(v_L - v_R)]. \end{aligned} \tag{10}$$

Eine Iteration der zwei dargestellten Schritte wird deshalb unternommen, weil die Terme *v<sub>LA</sub>* und *v<sub>RA</sub>* in den Gleichungen (8) Mittelwerte zwischen den Punkten *L* und *A* bzw. zwischen *R* und *A* repräsentieren. In der ersten Iterationsstufe werden die Werte durch die Werte der jeweiligen linken bzw. rechten Gitterpunkte belegt. Alle weiteren Iterationsstufen ermitteln die Werte dann aus *v<sub>LA</sub>* = (*v<sub>L</sub>* + *v<sub>A</sub>*)/2 bzw. aus *v<sub>RA</sub>* = (*v<sub>R</sub>* + *v<sub>A</sub>*)/2.

Für die beiden Randbedingungen muß das vorgestellte Berechnungsschema ebenso durchgeführt werden. Es ist jedoch zu beachten, daß für die rechte Randbedingung nur die Gleichungen der  $y$ -Charakteristik aus (8) und der  $y$ -Verträglichkeitsbedingung aus (9) notwendig sind. Dagegen werden für die linke Begrenzung nur die Gleichungen der  $x$ -Charakteristik aus (8) und der  $x$ -Verträglichkeitsbedingung aus (9) benötigt.

#### 4 Simulationsbeispiel und Ergebnisdarstellung

In den folgenden Absätzen wird die Simulation der Strömungsvorgänge anhand eines konkreten Beispiels mit den beiden vorgestellten Verfahren beschrieben. Insbesondere wird auf die Darstellung und Auswertung der erreichten Simulationsergebnisse eingegangen. Während das Charakteristikenverfahren für die Simulation der Bewetterungsvorgänge in der Programmiersprache C selbst implementiert werden mußte, ist die Strömungssimulation auf der Basis des Linienvorgangs mit dem kommerziellen Simulationssystem ACSL durchgeführt worden.

Folgende Modell- und Simulationsparameter sind gegeben:

- Länge des Zweiges  $l = 2000$  m ,
- Schallgeschwindigkeit der Luft  $c = 343.14$  m/s ,
- Dichte der Luft  $\rho = 1.19$  m/kg<sup>3</sup> ,
- Anfangsdruck im Zweig  $p_a = 100000$  Pa ,
- Anfangsgeschwindigkeit  $v_a = 0.0$  m / s ,
- Ortsdiskretisierung mit  $b = 399$  inneren Stützstellen (400 Abschnitte), Ortschrittweite  $\Delta z = 5$  m ,
- Simulationszeit  $tend = 60$  s ,
- rechte Randbedingung  $v_{RA} = 0.0$  m / s (Reflexion).

Für die Simulation mit dem Linienvorgang wird das Runge-Kutta-Fehlberg-Verfahren 5(6) Ordnung verwendet, welches eine variable Zeitschrittweite  $\Delta t$  nutzt. Die normalisierte Zeitschrittweite  $\Delta \tau$  innerhalb des Charakteristikenverfahrens ist gleich der Ortschrittweite  $\Delta z$ .

Die Gegenüberstellung der beiden Verfahren bzw. deren Ergebnisse wurde auf der Grundlage von zwei verschiedenen Randbedingungen für die linke Begrenzung durchgeführt. Im ersten Fall handelt es sich um eine unstetige Randbedingung. Hier wird sprunghaft zum Zeitpunkt  $t = 10$  s ein Druckabfall  $\Delta p$  um 5000 Pa ( $p_{LR} = 95000$  Pa) vorgegeben. Der zweite Simulationsfall erzeugt zwar auch zum Zeitpunkt  $t = 10$  s ein Druckabfall  $\Delta p$ . Diese Druckänderung um 5000 Pa erfolgt aber über einen Zeitraum  $\Delta t$  von 3 s (linear fallende Funktion). Es kann deshalb von einer stetigen Randbedingung gesprochen werden.

Der Vergleich der erreichten Simulationsergebnisse in diesem Beitrag soll anhand von zwei repräsentativen Werten erfolgen. Ausgewählt wurden die Geschwindigkeit  $v_{LR}$  am linken Rand und der Druck  $p_{RR}$  am rechten Rand. In den vier folgenden Abbildungen (3) bis (6) werden die Abkürzungen GV für das Linienvorgang und CV für das Charakteristikenverfahren verwendet. Während in den Abbildungen (3) und (4) die Ergebnisse der beiden Werte für den sprunghaften Druckabfall dargestellt sind, ist aus den Abbildungen (5) und (6) der Simulationsfall mit der stetigen Randbedingung ersichtlich.

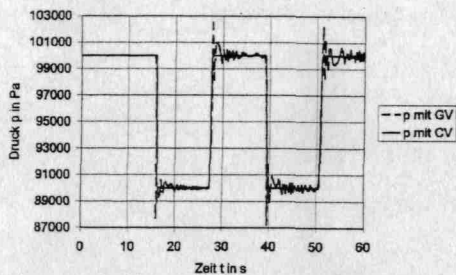


Abbildung 3: Sprungartiger Druckabfall am rechten Rand

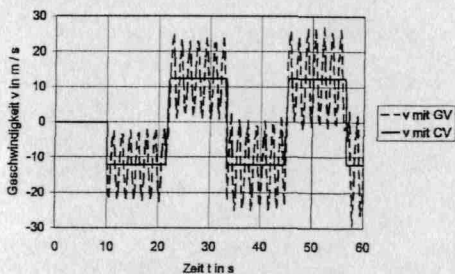


Abbildung 4: Sprungartige Geschwindigkeitsänderung am linken Rand

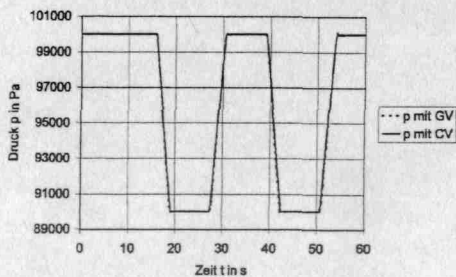


Abbildung 5: Rampenartiger Druckabfall am rechten Rand



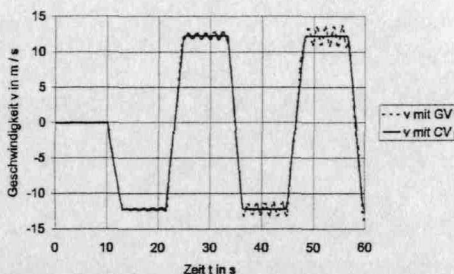


Abbildung 6: Rampenartige Geschwindigkeitsänderung am linken Rand

Aus der Betrachtung der vier letzten Abbildungen (3) bis (6) können mehrere Schlussfolgerungen gezogen werden. Die Simulation der Strömungsvorgänge mit dem Linienvorhaben erweist sich als sehr problematisch. Während bei stetigen Störungen noch vergleichbare Lösungen gegenüber dem Charakteristikenverfahren erzielt werden, ist dies bei der sprunghaften Änderung des Druckes nicht mehr der Fall. Hier ist ein Überschwingen der Werte mit zunehmender Zeit zu beobachten. Dieser Effekt wird sich gerade bei großen Netzen (große geographische Ausdehnung) noch weiter verstärken. Die Simulationsergebnisse mit dem Charakteristikenverfahren weisen solche numerischen Ungenauigkeiten nicht auf. Sie spiegeln für beide Randbedingungen das physikalische Verhalten des Systems wider.

## 5 Zusammenfassung

In dem vorliegenden Beitrag sind das Linienvorhaben und das Charakteristikenverfahren für die Simulation von Bewetterungsvorgängen mit verteilten Parametern gegenübergestellt worden. Auf der Basis eines Referenzbeispiels - ein Zweig mit stetiger bzw. unstetiger Randbedingung - konnte gezeigt werden, daß das Charakteristikenverfahren eine größere numerische Stabilität aufweist als das Linienvorhaben. Insbesondere bei der Simulation mit der unstetigen Randbedingung bildet das Charakteristikenverfahren das reale Strömungsverhalten immer noch exakt wieder. Das Linienvorhaben ist für diesen Fall zu ungenau, um noch sichere Aussagen über das Verhalten treffen zu können.

## Literatur

- [AFS81] F.A. Abramov, L.P. Feldmann, V.A. Svjatnyj. *Simulation der dynamischen Prozesse in der Bergbauaerologie*. Nationale Akademie der Ukraine, Institut für Geotechnische Mechanik. Kiew, "NAUKOVA DUMKA", Akademie Verlag, 1981.
- [Ib87] Iben H.-K.: *Fluidelastische Schwingungen in Rohrleitungen*. Maschinenbautechnik, Berlin 36 (1987) 10, S. 439-442.
- [Ib94] Iben, H.-K., Iben, U.: *Ein explizites Differenzenverfahren für die Simulation instationärer Leitungsströmungen*. Preprint Technische Universität Dresden, Math-NM-06-1994.