МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ
ДОНЕЦКОЙ НАРОДНОЙ РЕСПУБЛИКИ
ГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ДОНЕЦКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»
АВТОМОБИЛЬНО-ДОРОЖНЫЙ ИНСТИТУТ

«УТВЕРЖДАЮ»
Директор АДИ ГОУВПО «ДонНТУ»
М.Н. Чальцев
29.06.2017 г.

Кафедра «Общенаучные дисциплины»

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ПОСОБИЕ

К ПРАКТИЧЕСКИМ ЗАНЯТИЯМ И ОРГАНИЗАЦИИ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ ПО ОБЩЕМУ КУРСУ ФИЗИКИ (РАЗДЕЛЫ «ЭЛЕКТРОСТАТИКА. ПОСТОЯННЫЙ ЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ТОК» И «ЭЛЕКТРОМАГНЕТИЗМ») ДЛЯ СТУДЕНТОВ НАПРАВЛЕНИЙ ПОДГОТОВКИ: 23.03.03 «ЭКСПЛУАТАЦИЯ ТРАНСПОРТНО-ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ МАШИН И КОМПЛЕКСОВ», 23.05.01 «НАЗЕМНО ТРАНСПОРТНЫЕ-ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЕ СРЕДСТВА», 08.03.01 «СТРОИТЕЛЬСТВО», 20.03.01 «ТЕХНОСФЕРНАЯ БЕЗОПАСНОСТЬ», 08.05.02 «СТРОИТЕЛЬСТВО, ЭКСПЛУАТАЦИЯ, ВОСТАНОВЛЕНИЕ И ТЕХНИЧЕСКОЕ ПРИКРЫТИЕ АВТОМОБИЛЬНЫХ ДОРОГ, МОСТОВ И ТОННЕЛЕЙ», 23.03.01 «ТЕХНОЛОГИЯ ТРАНСПОРТНЫХ ПРОЦЕССОВ», 27.03.04 «УПРАВЛЕНИЕ В ТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ», 09.03.02 «ИНФОРМАЦИОННЫЕ СИСТЕМЫ И ТЕХНОЛОГИИ»

15/57-2017-01

«РЕКОМЕНДОВАНО»
Учебно– методическая
комиссия факультета
«Автомобильные дороги»
Протокол № 6 от 15.02.17.

«РЕКОМЕНДОВАНО»
Кафедра
«Общенаучные дисциплины»
Протокол № 6 от 17.01.17

«РЕКОМЕНДОВАНО»
Учебно-методическая
комиссия факультета
«Автомобильный транспорт»
Протокол № 3 от 03.02. 17

«РЕКОМЕНДОВАНО»
Учебно-методическая
комиссия факультета
«Транспортные технологии»
Протокол № 2 от 17.02.17

«РЕКОМЕНДОВАНО»
Учебно-методическая
комиссия факультета
«Экономика и упрвления»
Протокол № 6 от15.02.17

Горловка – 2017

УДК 538(07)

Учебно – методическое пособие к практическим занятиям и организации самостоятельной работы по общему курсу физики(разделы «Электростатика. Постоянный электрический ток», «Электромагнетизм») для студентов направлений подготовки: 23.03.03 «Эксплуатация транспортно-технологических машин и комплексов», 23.05.01 «Наземные транспортно-технологические средства», 08.03.01 «Строительство», 20.03.01 «Техносферная безопасность», 08.05.02 «Строительство, эксплуатация, восстановление и техническое прикрытие автомобильных дорог, мостов и тоннелей», 23.03.01 «Технология транспортных процессов», 27.03.04 «Управление в технических системах», 09.03.02 «Информационные системы и технологии » [Электронный ресурс] / составитель А. М Галиахметов. – Горловка: ГОУВПО «ДонНТУ» АДИ, 2017.

Приведены основные формулы, методические указания к решению задач и примеры их решения, контрольные задачи для самоподготовки и самоконтроля, справочные таблицы.

Составитель: Галиахметов А. М., д-р физ.-мат. наук, доц.

Ответственный за выпуск: Галиахметов А. М., д-р физ.-мат. наук, доц.

Рецензент: Сокирко В. Н., канд.техн.наук., доц.

СОДЕРЖАНИЕ

ПРЕДИСЛОВИЕ

Современный этап развития науки и техники требует подготовки высококвалифицированных специалистов в области естественных и технических наук. Физика составляет основу фундаментальной подготовки технических специалистов любого профиля. Необходимым условием понимания физических законов является грамотное применение их во время решения задач. Решение почти любой задачи может много дать не только для изучения законов физики и в привитии навыков пользования этими законами, но и помочь понять то, что происходит в окружающем нас мире. Нужно только увидеть связь между упрощенной ситуацией, о которой идет речь в задаче, и реальными явлениями.

Основная цель этого учебно-методического пособия – оказать помощь студентам факультетов «Автомобильный транспорт», «Автомобильные дороги» и «Экономика и управление» во время самостоятельного решения задач общего курса физики.

Предполагается, что, работая с данным пособием, читатель будет пользоваться рекомендованной литературой общего курса физики. Поэтому в начале каждого раздела приведен лишь краткий перечень формул, необходимых для решения задач данного раздела.

Вслед за списком формул помещены методические указания к решению задач по теме данного раздела. В методических указаниях приводятся методы и примеры решения конкретных задач. При этом акцент сделан на физической стороне вопроса, проверке размерности конечных формул, методах вычисления.

В пособии рассмотрены наиболее характерные и типичные задачи по каждому разделу общего курса физики. Задачи подобраны так, что их решение требует не просто механической подстановки начальных данных в готовые уравнения, а прежде всего осмысления самого явления, понимания физических законов. В конце каждого раздела приводятся задачи для самостоятельного решения. Для контроля правильности решения приводятся ответы. При полной обработке предыдущего материала эти задачи не должны вызвать трудности. Если решение некоторых из них вызывают трудности, необходимо вернуться к соответствующим местам материала, которые раньше были обработаны.

В приложениях приведены основные физические постоянные, единицы СИ, множители и приставки для образования десятичных кратных и частичных единиц и их наименование, греческий алфавит.

ОБЩИЕ МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

1. Условия задач необходимо переписать полностью без сокращений. Для замечаний преподавателя на страницах тетради оставлять поля.
2. Решение задач нужно сопровождать краткими, но исчерпывающими объяснениями. В тех случаях, когда это возможно, полезно построение рисунков к задачам.
3. Решать задачу необходимо в общем виде, то есть выразить искомую величину в буквенных обозначениях величин, которые заданы в условии задачи. При таком способе решения не проводят вычисления промежуточных величин.
4. Для проверки правильности расчетной формулы нужно подставить в правую часть формулы вместо символов величин обозначения единиц этих величин, провести с ними необходимые действия и удостовериться в том, что полученная при этом единица отвечает искомой величине. Если такого соответствия нет, то это означает, что задача решена неверно.
5. Числовые значения величин при подстановке их в расчетную формулу нужно брать только в единицах СИ. В порядке исключения допускается выражать в любых, но одинаковых единицах числовые значения однородных величин, которые стоят в числителе и знаменателе дроби и имеют одинаковые степени.
6. Во время подстановки в расчетную формулу, а также во время записи ответа числовые значения величин нужно записывать как произведение десятичной дроби с одной значащей цифрой перед запятой на соответствующую степень десяти. Например, вместо 3520 надо записать $3{,}52 \cdot 10^{3}$, вместо 0,00129 записать $1{,}29 \cdot 10^{-3}$ и т. д.
7. Вычисление по расчетной формуле необходимо проводить с соблюдением правил приближенных вычислений (см. в «Задачнике по физике» А. Г. Чертова, А. А. Воробьева. Приложение в приближенных вычислениях). Как правило, окончательный ответ нужно записывать с тремя значащими цифрами. Это относится и к случаю, когда результат получен с применением калькулятора.

1 ЭЛЕКТРОСТАТИКА. ПОСТОЯННЫЙ ЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ТОК

1.1 Основные формулы

Закон Кулона:

$$F = \frac{Q_1 Q_2}{4\pi\varepsilon_0 \varepsilon r^2}, \qquad (1.1)$$

где F – сила взаимодействия точечных зарядов Q_1 и Q_2;
r – расстояние между зарядами;
ε – диэлектрическая проницаемость;
ε_0 – электрическая постоянная.

Напряженность электрического поля и потенциал:

$$\vec{E} = \vec{F} / Q; \qquad \varphi = \Pi / Q, \qquad (1.2)$$

где П – потенциальная энергия точечного положительного заряда Q, находящегося в данной точке поля (при условии, что потенциальная энергии заряда, удаленного в бесконечность, равна нулю).

Сила, действующая на точечный заряд, находящийся в электрическом поле, и потенциальная энергия этого заряда:

$$\vec{F} = Q\vec{E}; \qquad \Pi = Q\varphi. \qquad (1.3)$$

Напряженность и потенциал поля, создаваемого системой точечных зарядов (принцип суперпозиции электрических полей):

$$\vec{E} = \sum_{i=1}^{N} \vec{E}_i; \qquad \varphi = \sum_{i=1}^{N} \varphi_i, \qquad (1.4)$$

где $\vec{E}_i$, φ_i – напряженность и потенциал в этой точке поля, создаваемого i-м зарядом.

Напряженность и потенциал поля, создаваемого точечным зарядом:

$$E = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 \varepsilon r^2}; \qquad \varphi = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 \varepsilon r}, \qquad (1.5)$$

где r – расстояние от заряда Q до точки, в которой определяются напряженность и потенциал.

Напряженность и потенциал поля, создаваемого проводящей заряженной сферой радиуса R на расстоянии r от центра сферы:

а) при $r < R$:

$$E = 0; \qquad \varphi = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 \varepsilon R}; \qquad (1.6)$$

б) при $r = R$:

$$E = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon R^2}; \qquad \varphi = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon R}; \tag{1.7}$$

в) при $r > R$:

$$E = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}; \qquad \varphi = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r}, \tag{1.8}$$

где Q – заряд сферы.

Линейная плотность заряда:

$$\tau = Q / l, \tag{1.9}$$

где l – длина линии, на которой распределен заряд Q.

Поверхностная плотность заряда:

$$\sigma = Q / S, \tag{1.10}$$

где S – площадь поверхности, на которой распределен заряд Q.

Если заряд равномерно распределен вдоль линии с линейной плотностью τ, то на линии выделяется малый участок длиной dl с зарядом $dQ = \tau dl.$ Такой заряд можно рассматривать как точечный и применять формулы:

$$d\vec{E} = \frac{\tau dl}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon r^2}\frac{\vec{r}}{r}; \qquad d\varphi = \frac{\tau dl}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon r}, \tag{1.11}$$

где $\vec{r}$ – радиус-вектор, направленный от выделенного элемента dl к точке, в которой вычисляется напряженность.

Используя принцип суперпозиции электрических полей, находим интегрированием напряженность $\vec{E}$ и потенциал φ поля, создаваемого распределенным зарядом:

$$E = \frac{\tau}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon}\int_l \frac{dl}{r^2}\frac{\vec{r}}{r}; \qquad \varphi = \frac{\tau}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon}\int_l \frac{dl}{r}. \tag{1.12}$$

Интегрирование ведется вдоль всей длины l заряженной линии (см. примеры 5 и 8).

Напряженность поля, создаваемого бесконечной прямой равномерно заряженной линией или бесконечно длинным цилиндром:

$$E = \frac{\tau}{2\pi\varepsilon_0\varepsilon r}, \tag{1.13}$$

где r – расстояние от нити или оси цилиндра до точки, напряженность поля в которой определяется.

Напряженность поля, создаваемого бесконечной равномерной заряженной плоскостью:

$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0\varepsilon}. \tag{1.14}$$

Связь потенциала с напряженностью:

а) в общем случае:

$$\vec{E} = -grad\varphi \quad \text{или} \quad \vec{E} = -\left(\vec{i}\,\frac{\partial\varphi}{dx} + \vec{j}\,\frac{\partial\varphi}{dy} + \vec{k}\,\frac{\partial\varphi}{dz}\right); \tag{1.15}$$

б) в случае однородного поля:

$$E = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{d}; \tag{1.16}$$

в) в случае поля, которое владеет центральной или осевой симметрией:

$$E = -\ d\varphi / dr. \tag{1.17}$$

Электрический момент диполя:

$$\vec{p} = |Q|\vec{l}, \tag{1.18}$$

где Q – заряд;

$\vec{l}$ – плечо диполя (векторная величина, направленная от отрицательного заряда к положительному и численно равная расстоянию между зарядами).

Работа сил поля по перемещению заряда Q из точки поля с потенциалом φ_1 в точку с потенциалом φ_2:

$$A_{12} = Q(\varphi_1 - \varphi_2). \tag{1.19}$$

Электроемкость:

$$C = Q / \varphi \quad \text{или} \quad C = Q / U, \tag{1.20}$$

где φ – потенциал проводника (при условии, что в бесконечности потенциал проводника принимается равным нулю);

U – разность потенциалов пластин конденсатора.

Электроемкость плоского конденсатора:

$$C = \frac{\varepsilon_0\varepsilon S}{d}, \tag{1.21}$$

где S – площадь пластины (одной) конденсатора;

d – расстояние между пластинами.

Электроемкость батареи конденсаторов:

а) при последовательном соединении:

$$\frac{1}{C}=\sum_{i=1}^{N}\frac{1}{C_i}; \tag{1.22}$$

б) при параллельном соединении:

$$C=\sum_{i=1}^{N}C_i, \tag{1.23}$$

где N – число конденсаторов в батарее.

Энергия заряженного конденсатора:

$$W=\frac{QU}{2}; \qquad W=\frac{CU^2}{2}; \qquad W=\frac{Q^2}{2C}. \tag{1.24}$$

Сила постоянного тока:

$$I=Q/t, \tag{1.25}$$

где Q – заряд, прошедший через поперечное сечение проводника за время t.

Плотность тока:

$$j=I/S, \tag{1.26}$$

где S – площадь поперечного сечения проводника.

Связь плотности тока со средней скоростью $\langle\upsilon\rangle$ направленного движения заряженных частиц:

$$j=Qn\langle\upsilon\rangle, \tag{1.27}$$

где Q – заряд частицы;

n – концентрация заряженных частиц.

Закон Ома:

а) для участка цепи, не содержащего ЭДС:

$$I=\frac{\varphi_1-\varphi_2}{R}=\frac{U}{R}, \tag{1.28}$$

где $\varphi_1-\varphi_2=U$ – разность потенциалов (напряжение) на концах участка цепи;

R – сопротивление участка;

б) для участка цепи, содержащего ЭДС:

$$I=\frac{(\varphi_1-\varphi_2)\pm\varepsilon}{R}, \tag{1.29}$$

где ε – ЭДС источника тока;

R – полное сопротивление участка (сумма внешних и внутренних сопротивлений);

в) для замкнутой (полной) цепи:

$$I = \frac{\varepsilon}{R + R_i}, \tag{1.30}$$

где R – внешнее сопротивление цепи;

R_i – внутреннее сопротивление цепи.

Законы Кирхгофа:

а) первый закон:

$$\sum I_i = 0, \tag{1.31}$$

где $\sum I_i$ – алгебраическая сумма сил токов, сходящихся в узле;

б) второй закон:

$$\sum I_i R_i = \sum \varepsilon_i, \tag{1.32}$$

где $\sum I_i R_i$ – алгебраическая сумма произведений сил токов на сопротивления участков;

$\sum \varepsilon_i$ – алгебраическая сумма ЭДС.

Сопротивление R и проводимость G проводника:

$$R = \frac{\rho l}{S}; \qquad G = \frac{\gamma S}{l}, \tag{1.33}$$

где ρ – удельное сопротивление;

γ – удельная проводимость;

l – длина проводника;

S – площадь поперечного сечения проводника.

Сопротивление системы проводников:

а) при последовательном соединении:

$$R = \sum R_i; \tag{1.34}$$

б) при параллельном соединении:

$$\frac{1}{R} = \sum \frac{1}{R_i}, \tag{1.35}$$

где R_i – сопротивление i-го проводника.

Работа тока:

$$A = IUt; \qquad A = I^2Rt; \qquad A = \frac{U^2t}{R}. \tag{1.36}$$

Первая формула справедлива для любого участка цепи, на концах которого поддерживается напряжение U , последние две – для участка, не содержащего ЭДС.

Мощность тока:

$$P = IU; \qquad P = I^2R; \qquad P = \frac{U^2}{R}. \tag{1.37}$$

Закон Джоуля – Ленца:

$$Q = I^2Rt \cdot \tag{1.38}$$

Закон Ома в дифференциальной форме:

$$\vec{j} = \gamma\vec{E}, \tag{1.39}$$

где γ – удельная проводимость;

$\vec{E}$ – напряженность электрического поля;

$\vec{j}$ – плотность тока.

Связь удельной проводимости γ с подвижностью b заряженных частичек (ионов):

$$\gamma = Qn(b_+ + b_-), \tag{1.40}$$

где Q – заряд иона;

n – концентрация ионов;

b_+ и b_- – подвижности положительных и отрицательных ионов.

1.2 Методические указания к разделу «Электростатика. Постоянный электрический ток»

В задачах на нахождение напряженности Е электрического поля:

– поле образовано одним или несколькими точечными зарядами. В этом случае используют формулы (1.1), (1.2) и принцип суперпозиции электрических полей (формула (1.4));

– поле образовано зарядами, равномерно распределенными по сферическим, цилиндрическим или плоским поверхностям. Тогда применяют формулы (1.6)–(1.8), (1.13), (1.14), соответственно, которые выведены с помощью теоремы Остроградского – Гаусса. Бесконечно длинным цилиндром (или нитью) можно считать любой реальный цилиндр (или нить) для таких точек, расстояние от которых до оси цилиндра (нити) значительно меньше, чем до его концов. То же самое справедливо для определения бесконечной плоскости;

– если заряженное тело не является ни сферой, ни бесконечно длинным цилиндром, ни бесконечной плоскостью, то для определения напряженности поля необходимо разбить тело на бесконечно малые элементы, найти по формуле (1.5) напряженность $d\vec{E}$ поля, создаваемого в этой точке каждым элементом, а потом суммировать все элементарные напряженности.

Для вычисления потенциала поля, созданного одним или несколькими точечными зарядами, применяют формулу (1.5), а также принцип суперпозиции полей (формула (1.4)).

Во время расчетов соединений конденсаторов нужно иметь в виду, что параллельным называется такое соединение конденсаторов, при котором на обкладках конденсаторов устанавливается одинаковая разность потенциалов, а заряд системы равен сумме зарядов каждого конденсатора отдельно. Последовательное соединение такое, при котором заряды конденсаторов равны между собой, а разности потенциалов суммируются.

Для вычисления силы тока и плотности тока, а также расчетов сопротивлений при наличии однородных проводников применяют закон Ома в интегральной (1.28) или дифференциальной (1.39) форме.

Применяя закон Ома (1.29) для участка цепи, содержащего ЭДС, необходимо соблюдать следующие правила:

– начертить схему и обозначить на ней полюса всех источников, а также направление тока в цепи;

– ЭДС считать положительной на участке 1–2, если она повышает потенциал в направлении от точки 1 к точке 2, то есть при воображаемом движении вдоль пути 1–2 сначала встречается отрицательный полюс источника, а потом положительный.

Во время решения задачи на работу и мощность электрического тока нужно иметь в виду, что формулы (1.36) и (1.38) остаются верными в любом случае, независимо от наличия или отсутствия ЭДС на данном участке.

Закон Джоуля – Ленца в виде (1.38) справедлив для постоянного тока. Если сила тока в проводнике меняется, необходимо пользоваться дифференциальной формой этого закона:

$$dQ = I^2 R dt.$$

1.3 Примеры решения задач

Пример 1. Два точечных заряда $9Q$ и $-Q$ закреплены на расстоянии l = 50 см друг от друга. Третий заряд Q_1 может перемещаться только вдоль прямой, проходящей через заряды. Определить положение заряда Q_1, при котором он будет находиться в равновесии. При каком знаке заряда Q_1 равновесие будет устойчивым?

Решение. Заряд Q_1 находится в равновесии в том случае, если геометрическая сумма сил, действующих на него, равна нулю. Это значит, что на заряд Q_1 должны действовать две силы, равные по модулю и противоположные по направлению. Рассмотрим, на каком из трех участков I, II, III (рисунок. 1.1) может быть выполнено это условие. Для определенности будем считать, что заряд Q_1 – положительный.

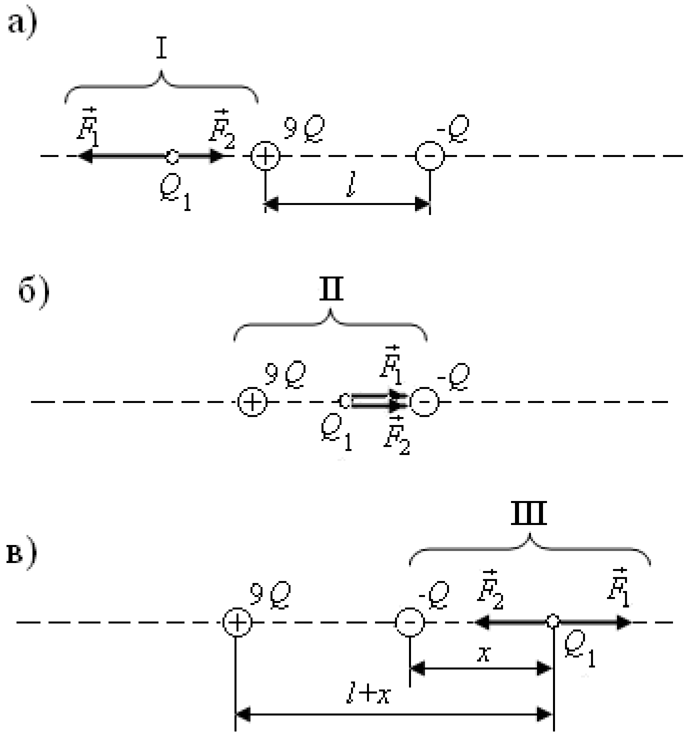


Рисунок 1.1 – Взаимодействие трех зарядов

На участке I (рисунок. 1.1, а) на заряд Q_1 будут действовать две противоположно направленные силы: $\vec{F}_1$ и $\vec{F}_2$. Сила $\vec{F}_1$, действующая со стороны заряда $9Q$, в любой точке этого участка больше силы $\vec{F}_2$, действующей со стороны заряда $-Q$, так как больший заряд $9Q$ находится всегда ближе к заряду Q_1, чем меньший (по модулю) заряд $-Q$. Поэтому равновесие на этом участке невозможно.

На участке II (рисунок. 1.1, б) обе силы $\vec{F}_1$ и $\vec{F}_2$ направлены в одну сторону к заряду $-Q$. Следовательно, и на втором участке равновесие невозможно.

На участке III (рисунок. 1.1, в) силы $\vec{F}_1$ и $\vec{F}_2$ направлены в противоположные стороны, так же как и на участке I, но в отличие от него меньший заряд $-Q$ всегда находится ближе к заряду Q_1, чем больший заряд $9Q$. Это значит, что можно найти такую точку на прямой, где силы $\vec{F}_1$ и $\vec{F}_2$ будут одинаковы по модулю, т. е:

$$F_1 = F_2. \tag{1}$$

Пусть x и $l+x$ – расстояние от меньшего и большего зарядов до заряда Q_1. Выражая в равенстве (1) F_1 и F_2 в соответствии с законом Кулона, получим:

$$\frac{9Q\cdot Q_1}{4\pi\varepsilon_0(l+x)^2} = \frac{Q\cdot Q_1}{4\pi\varepsilon_0 x^2}$$

или

$$l + x = \pm 3x,$$

откуда

$$x_1 = +\frac{l}{2}; \qquad x_2 = -\frac{l}{4}.$$

Корень x_2 не удовлетворяет физическому условию задачи (в этой точке силы $\vec{F}_1$ и $\vec{F}_2$ хотя и равны по модулю, но сонаправлены).

Определим знак заряда Q_1, при котором равновесие будет устойчивым. Равновесие называется устойчивым, если при смещении заряда от положения равновесия возникают силы, возвращающие его в положение равновесия. Рассмотрим смещение заряда Q_1 в двух случаях: когда заряд положителен и отрицателен.

Если заряд Q_1 положителен, то при смещении его влево обе силы F_1 и F_2 возрастают. Поскольку сила F_1 возрастает медленнее, то результирующая сила, действующая на заряд Q_1, будет направлена в ту же стороны, в которую смещен этот заряд, т. е. влево. Под действием этой силы заряд Q_1 будет удаляться от положения равновесия. То же происходит и при смещении заряда вправо. Сила F_2 спадает быстрее, чем F_1. Геометрическая сумма сил в этом случае направлена вправо. Заряд под действием этой силы также будет перемещаться вправо, т. е. удаляться от положения равновесия. Таким образом, в случае положительного заряда равновесие является неустойчивым.

Если заряд Q_1 отрицателен, то его смещение влево вызовет увеличение сил $\vec{F}_1$ и $\vec{F}_2$, но сила $\vec{F}_1$ возрастает медленнее, чем $\vec{F}_2$, т. е. $\left|\vec{F}_2\right| > \left|\vec{F}_1\right|$. Результирующая сила будет направлена вправо. Под ее действием заряд Q_1 возвращается к положению равновесия. При смещении Q_1 вправо сила $\vec{F}_2$ убывает быстрее, чем $\vec{F}_1$, т. е. $\left|\vec{F}_1\right| > \left|\vec{F}_2\right|$, результирующая сила направленная влево и заряд Q_1 опять будет возвращаться к положению равновесия. При отрицательном заряде равновесие является устойчивым. Величина самого заряда Q_1 несущественна.

Пример 2. Три точечных заряда $Q_1 = Q_2 = Q_3 = 1$ нКл расположены в вершинах равностороннего треугольника. Какой заряд Q_4 нужно поместить в центре треугольника, чтобы указанная система зарядов находилась в равновесии?

Решение. Все три заряда, расположенные по вершинам треугольника, находятся в одинаковых условиях. Поэтому достаточно выяснить, какой заряд нужно поместить в центре треугольника, чтобы какой-нибудь один из трех зарядов, например Q_1, находился в равновесии (рисунок. 1.2).

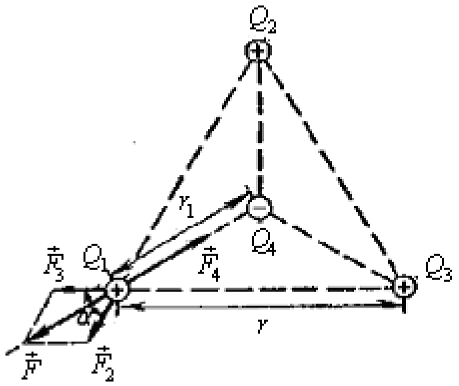


Рисунок 1.2 – Равновесие системы четырех зарядов

Заряд Q_1 будет находиться в равновесии, если векторная сумма действующих на него сил равна нулю:

$$\vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \vec{F}_4 = \vec{F} + \vec{F}_4 = 0, \tag{1}$$

где $\vec{F}_2$, $\vec{F}_3$, $\vec{F}_4$ – силы, с которыми соответственно действуют на заряд Q_1 заряды Q_2, Q_3, Q_4;

$\vec{F}$ – равнодействующая сил $\vec{F}_2$ и $\vec{F}_3$.

Поскольку силы $\vec{F}$ и $\vec{F}_4$ направлены по одной прямой в противоположные стороны, то векторное равенство (1) можно заменить скалярным: $F - F_4 = 0$, откуда $F_4 = F$. Выразив в последнем равенстве F через F_2 и F_3 и учитывая, что $F_3 = F_2$, получим:

$$F_4 = F_2\sqrt{2(1+\cos\alpha)}.$$

Применив закон Кулона и имея в виду, что $Q_2 = Q_3 = Q_1$, найдем:

$$\frac{Q_1 Q_4}{4\pi\varepsilon_0 r_1^2} = \frac{Q_1^2}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\sqrt{2(1+\cos\alpha)},$$

откуда

$$Q_4 = \frac{Q_1 r_1^2}{r^2}\sqrt{2(1+\cos\alpha)}. \qquad (2)$$

Из геометрических построений в равностороннем треугольнике следует, что:

$$r_1 = \frac{r/2}{\cos(\alpha/2)} = \frac{r}{2\cos 30°} = \frac{r}{\sqrt{3}}; \qquad \cos\alpha = \cos 60° = 1/2.$$

С учетом этого формула (2) приобретет вид:

$$Q_4 = Q_1/\sqrt{3}.$$

Произведем вычисления:

$$Q_4 = 10^{-9}/\sqrt{3}\ \text{Кл} = 5.77\cdot 10^{-10}\,\text{Кл} = 577\ \text{пКл}.$$

Следует отметить, что равновесие системы зарядов будет неустойчивым.

Пример 3. Два точечных электрических заряда $Q_1 = 1$ нКл и $Q_2 = -2$ нКл находятся в воздухе на расстоянии $d = 10$ см друг от друга. Определить напряженность $\vec{E}$ и потенциал φ поля, создаваемого этими зарядами в точке A, удаленной от заряда Q_1 на расстояние $r_1 = 9$ см и от заряда Q_2 – на $r_2 = 7$ см.

Решение. Согласно принципу суперпозиции электрических полей, каждый заряд создает поле независимо от присутствия в пространстве других зарядов. Поэтому напряженность $\vec{E}$ электрического поля в искомой точке может быть найдена как геометрическая сумма напряженностей $\vec{E}_1$ и $\vec{E}_2$ полей, создаваемых каждым зарядом в отдельности: $\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$.

Напряженности электрического поля, создаваемого в воздухе ($\varepsilon = 1$) зарядами Q_1 и Q_2:

$$E_1 = \frac{|Q_1|}{4\pi\varepsilon_0 r_1^2}; \quad (1)$$

$$E_2 = \frac{|Q_2|}{4\pi\varepsilon_0 r_2^2}. \quad (2)$$

Вектор $\vec{E}_1$ (рисунок. 1.3) направлен по силовой линии от заряда Q_1, так как этот заряд положителен; вектор $\vec{E}_2$ направлен также по силовой линии, но к заряду Q_2, так как этот заряд отрицателен.

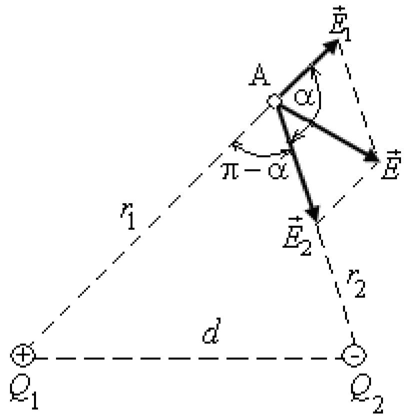


Рисунок 1.3 – Определение вектора $\vec{E}$ в точке А

Модуль вектора $\vec{E}$ найдем по теореме косинусов:

$$E = \sqrt{E_1^2 + E_2^2 + 2E_1E_2 \cos\alpha}, \quad (3)$$

где α – угол между векторами $\vec{E}_1$ и $\vec{E}_2$, который может быть найден из треугольника со сторонами r_1, r_2 и d:

$$\cos\alpha = \frac{d^2 - r_1^2 - r_2^2}{2r_1r_2}.$$

В данном случае во избежание громоздких записей удобно значения $\cos\alpha$ вычислить отдельно:

$$\cos\alpha = \frac{(0,1)^2 - (0,09)^2 - (0,07)^2}{2 \cdot 0,09 \cdot 0,07} = -0,238.$$

Подставляя выражение E_1 из (1) и E_2 из (2) в (3) и вынося общий множитель $1/(4\pi\varepsilon_0)$ за знак корня, получим:

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\sqrt{\frac{Q_1^2}{r_1^4} + \frac{Q_2^2}{r_2^4} + 2\frac{|Q_1||Q_2|}{r_1^2 r_2^2}\cos\alpha}. \qquad (4)$$

Согласно принципу суперпозиции электрических полей потенциал φ результирующего поля, создаваемого двумя зарядами Q_1 и Q_2, равен алгебраической сумме потенциалов:

$$\varphi = \varphi_1 + \varphi_2. \qquad (5)$$

Потенциал электрического поля, создаваемого в вакууме точечным зарядом Q на расстоянии r от него, выражается формулой:

$$\varphi = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r}. \qquad (6)$$

В нашем случае согласно формулам (5) и (6) получим:

$$\varphi = \frac{Q_1}{4\pi\varepsilon_0 r_1} + \frac{Q_2}{4\pi\varepsilon_0 r_2}$$

или

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{Q_1}{r_1} + \frac{Q_2}{r_2}\right).$$

Произведем вычисление:

$$E = \frac{1}{4\pi/\left(4\pi\cdot 9\cdot 10^9\right)} =$$

$$= \sqrt{\frac{\left(10^{-9}\right)^2}{\left(0,09\right)^4} + \frac{\left(2\cdot 10^{-9}\right)^2}{\left(0,07\right)^4} + 2\frac{10^{-9}\cdot 2\cdot 10^{-9}}{\left(0,09\right)^2\cdot\left(0,07\right)^2}\left(-0,238\right)}\ \text{В/м} =$$

$$= 3,58\cdot 10^3\ \text{В/м} = 3,58\ \text{кВ/м};$$

$$\varphi = \frac{1}{4\pi/\left(4\pi\cdot 9\cdot 10^9\right)}\left(\frac{10^{-9}}{0,09} + \frac{-2\cdot 10^{-9}}{0,07}\right)\text{В} = -157\ \text{В}.$$

Пример 4. По тонкому кольцу равномерно распределен заряд $Q = 40$ нКл с линейной плотностью $\tau = 50$ нКл/м. Определить напряженность $\vec{E}$ электрического поля, создаваемого этим зарядом в точке А, лежащей на оси кольца и удаленной от его центра на расстояние, равное половине радиуса.

Решение. Совместим координатную плоскость xOy с плоскостью кольца, а ось Oz – с осью кольца (рисунок. 1.4).

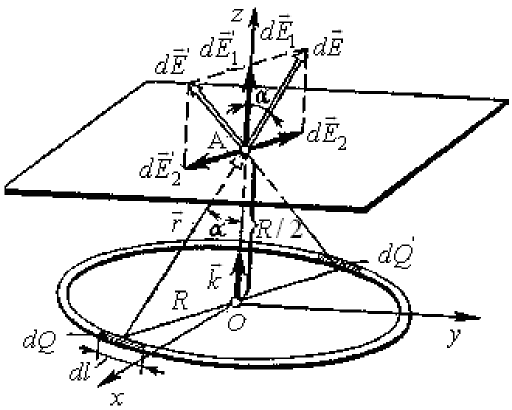


Рисунок 1.4 – Определение вектора $\vec{E}$ в точке А

На кольце выделим малый участок длиной dl. Так как заряд $dQ = \tau dl,$ находящийся на этом участке можно считать точечным, то напряженность $d\vec{E}$ электрического поля, создаваемого этим зарядом, может быть записана в виде:

$$d\vec{E} = \frac{\tau dl}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\frac{\vec{r}}{r},$$

где $\vec{r}$ – радиус-вектор, направленный от элемента dl к точке А.

Разложим вектор $d\vec{E}$ на две составляющие: $d\vec{E}_1$, перпендикулярную плоскости кольца (сонаправленную с осью Oz), и $d\vec{E}_2$, параллельную плоскости кольца (плоскости xOy), т. е.

$$d\vec{E} = d\vec{E}_1 + d\vec{E}_2.$$

Напряженность $\vec{E}$ электрического поля в точке А найдем интегрированием:

$$\vec{E} = \int_L \vec{E}_1 + \int_L \vec{E}_2,$$

где интегрирование ведется по всем элементам заряженного кольца. Заметим, что для каждой пары зарядов dQ, и dQ' $(dQ = dQ')$, расположенных симметрично относительно центра кольца, векторы $d\vec{E}_2$ и $d\vec{E}_2'$ в точке А равны по модулю и противоположны по направлению: $d\vec{E}_2 = -d\vec{E}_2'$. Поэтому векторная сумма (интеграл) $\int_L d\vec{E}_2 = 0$. Составляющие $d\vec{E}_1$ для всех элементов кольца сонаправлены с осью Oz (единичным вектором $\vec{k}$), т. е. $d\vec{E}_1 = \vec{k} dE_1$. Тогда

$$\vec{E} = \vec{k} \int_L dE_1.$$

Так как

$$dE_1 = dE \cos \alpha; \qquad dE = \tau dl / (4\pi\varepsilon_0 r^2)$$

$$r = \sqrt{R^2 + (R/2)^2} = \sqrt{5} R / 2, \qquad \cos \alpha = (R/2)/r = 1/\sqrt{5},$$

то

$$dE_1 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{4\tau}{5R^2\sqrt{5}} dl = \frac{\tau dl}{5\sqrt{5}\pi\varepsilon_0 R^2}.$$

Таким образом:

$$\vec{E} = \vec{k} \int_0^{2\pi R} \frac{\tau dl}{5\sqrt{5}\pi\varepsilon_0 R^2} = \vec{k} \frac{2\tau}{5\sqrt{5}\varepsilon_0 R}.$$

Из соотношения $Q = 2\pi R\tau$ определим радиус кольца:

$$R = Q / (2\pi\tau),$$

тогда:

$$\vec{E} = \vec{k} \frac{2\tau 2\pi\tau}{5\sqrt{5}\varepsilon_0 Q} = \vec{k} \frac{4\pi\tau^2}{5\sqrt{5}\varepsilon_0 Q}.$$

Модуль напряженности:

$$\left|\vec{E}\right| = \frac{4\pi\tau^2}{5\sqrt{5}\varepsilon_0 Q}. \tag{1}$$

Проверим, дает ли правая часть полученного равенства единицу напряженности (В/м):

$$\frac{\left[\tau^2\right]}{\left[\varepsilon_0\right]\left[Q\right]} = \frac{(1\ \text{Кл/м})^2}{1\ \text{Ф/м} \cdot 1\ \text{Кл}} = \frac{1\ \text{Кл}}{1\ \text{Ф} \cdot 1\ \text{м}} = 1\ \text{В/м}.$$

Выразим физические величины, которые входят в формулу (1), в единицах СИ $\left(\tau = 5 \cdot 10^{-8}\,\text{Кл/м},\ Q = 4 \cdot 10^{-8}\,\text{Кл},\ \varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12}\,\text{Ф/м}\right)$ и произведем вычисления:

$$E=\frac{4\cdot 3{,}14\cdot(5\cdot 10^{-8})^2}{5\sqrt{5}\cdot 8{,}85\cdot 10^{-12}\cdot 4\cdot 10^{-8}}\ \text{В/м}=7{,}92\ \text{кВ/м}.$$

Пример 5. Две концентрические проводящие сферы радиусами $R_1=6$ см и $R_2=10$ см несут соответственно заряды $Q_1=1$ нКл и $Q_2=-\,0{,}5$ нКл. Найти напряженность E поля в точках, отстоящих от центра сфер на расстояниях $r_1=5$ см, $r_2=9$ см, $r_3=15$ см. Построить график $E(r)$.

Решение. Заметим, что точки, в которых нужно найти напряженности электрического поля, лежат в трех областях (рисунок. 1.5): области I $(r_1<R_1)$, области II $(R_1<r_2<R_2)$, области III $(r_3>R_2)$.

1. Для определения напряженности E_1 в области I проведем гауссову поверхность S_1 радиусом r_1 и воспользуемся теоремой Остроградского –Гаусса:

$$\Phi_E=\oint\limits_{S_1}E_n dS=0,$$

(так как суммарный заряд, находящийся внутри гауссовой поверхности, равен нулю). Из соображений симметрии $E_n=E_1=\text{const}$. Следовательно, $\Phi_E=0$ и E_1 (напряженность поля в области I) во всех точках, удовлетворяющих условию $r_1<R_1$, будет равна нулю.

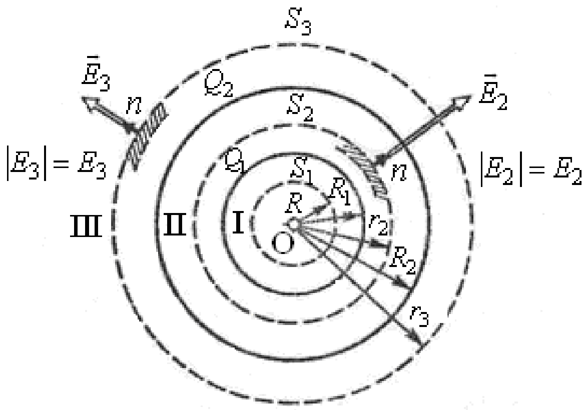


Рисунок 1.5 – Гауссовы поверхности для двух концентрических сфер

2. В области II гауссову поверхность проведем радиусом r_2. В этом случае (диэлектрическую проницаемость ε среды будем считать равной единице (вакуум)):

$$\Phi_E=Q_1/\varepsilon_0,$$

(так как внутри гауссовой поверхности находится только заряд Q_1).

Так как $E_n=E=\text{const}$, то E можно вынести за знак интеграла:

$$ES_2 = Q_1 / \varepsilon_0.$$

Обозначив напряженность E для области II через E_2, получим:

$$E_2 = Q_1 / (\varepsilon_0 S_2),$$

где $S_2 = 4\pi r_2^2$ − площадь гауссовой поверхности, тогда:

$$E_2 = \frac{Q_1}{4\pi\varepsilon_0 r_2^2}. \qquad (1)$$

3. В области III гауссова поверхность проводится радиусом r_3. Обозначим напряженность E области III через E_3 и учтем, что в этом случае гауссова поверхность охватывает обе сферы и, следовательно, суммарный заряд будет равен $Q_1 + Q_2$, тогда:

$$E_3 = \frac{Q_1 + Q_2}{4\pi\varepsilon_0 r_3^2}.$$

Заметив, что $Q_2 < 0$, это выражение можно переписать в виде:

$$E_3 = \frac{Q_1 - |Q_2|}{4\pi\varepsilon_0 r_3^2}. \qquad (2)$$

Убедимся в том, что правая часть равенства (1) и (2) дает единицу напряженности:

$$\frac{|Q|}{|\varepsilon_0||r^2|} = \frac{1\ \text{Кл}}{1\ \text{Ф/м} \cdot 1\ \text{м}^2} = \frac{1\ \text{Кл}}{1\ \text{Ф} \cdot 1\ \text{м}} = 1\ \text{В/м}.$$

Выразим все величины в единицах СИ ($Q_1 = 10^{-9}$ Кл; $Q_2 = -\,0,5 \cdot 10^{-9}$ Кл; $r_1 = 0,09$ м; $r_2 = 0,15$ м; $1/(4\pi\varepsilon_0) = 9 \cdot 10^9$ м/Ф) и произведем вычисление:

$$E_2 = 9 \cdot 10^9 \frac{10^9}{(0,09)^2}\ \text{В/м} = 1,11\ \text{кВ/м};$$

$$E_3 = 9 \cdot 10^9 \frac{(1 - 0,5)10^{-9}}{(0,15)^2}\ \text{В/м} = 200\ \text{В/м}.$$

Построим график $E(r)$. В области I ($r_1 > R_1$) $E = 0$. В области II ($R_1 \le r < R_2$) $E_2(r)$ меняется по закону $1/r^2$. В точке $r = R_1$ напряженность $E_2(R_1) = Q_1 / (4\pi\varepsilon_0 R_1^2) = 2,5$ кВ/м. В точке $r = R_2$ (r стремится к R_2 слева) $E_2(R_2) = Q_1 / (4\pi\varepsilon_0 R_2^2) = 0,9$ кВ/м. В области III ($r > R_2$) $E_3(r)$ меняется по закону $1/r^2$, причем в точке $r = R_2$ (r стремится к R_2 справа) $E_3(R_2) = (Q_1 - |Q_2|)/(4\pi\varepsilon_0 R_2^2) = 0,45$ кВ/м. Таким образом, функция $E(r)$ в точках $r = R_1$ и $r = R_2$ испытает разрыв.

График зависимости E_r представлен на рисунок. 1.6.

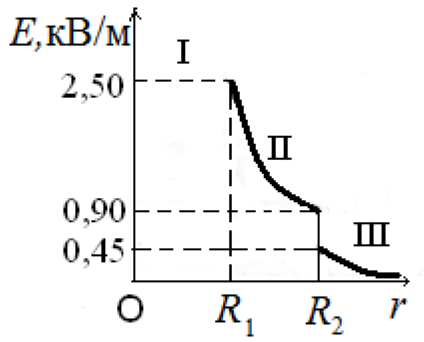


Рисунок 1.6 – График зависимости *E(r)*

Пример 6. Точечный заряд $Q = 25$ нКл находится в поле, созданном прямым бесконечным цилиндром радиусом $R = 1$ см, равномерно заряженным с поверхностной плотностью $\sigma = 0,2$ нКл/см^2. Определить силу $\vec{F}$, действующую на заряд, если его расстояние от оси цилиндра $r = 10$ см.

Решение. Значение силы $\vec{F}$, действующей на точечный заряд Q, находящийся в поле, определяется по формуле:

$$F = QE, \tag{1}$$

где E – напряженность поля.

Как известно, напряженность поля бесконечно длинного равномерно заряженного цилиндра

$$E = \frac{\tau}{2\pi\varepsilon_0 r}, \tag{2}$$

где τ – линейная плотность заряда.

Выразим линейную плотность τ через поверхностную плотность σ. Для этого выделим элемент цилиндра длиной l и выразим находящийся на нем заряд Q, двумя образами: $Q = \sigma S = \sigma 2\pi R l$; $Q = \tau l$. Приравняв правые части этих формул и сократив полученное равенство на l, найдем $\tau = 2\pi R\sigma$. С учетом этого формула (2) примет вид: $E = R\sigma/(\varepsilon_0 r)$. Подставив выражение E в (1), получим:

$$F = \frac{Q\sigma R}{\varepsilon_0 r}.$$

Произведем вычисление:

$$F = \frac{2{,}5 \cdot 10^{-8} \cdot 2 \cdot 10^{-6} \cdot 1}{8{,}85 \cdot 10^{-12} \cdot 10} \text{ Н} = 5{,}65 \cdot 10^{-4} \text{Н} = 565 \text{ мкН}.$$

Сила $\vec{F}$ сонаправлена с напряженностью $\vec{E}$, которая в силу симметрии (цилиндр бесконечно длинный) перпендикулярна поверхности цилиндра.

Пример 7. По тонкой нити, изогнутой по дуге окружности, равномерно распределен заряд с линейной плотностью $\tau = 10$ нКл/м. Определить напряженность $\vec{E}$ и потенциал φ электрического поля, создаваемого таким распределенным зарядом в точке, совпадающей с центром кривизны дуги. Длина l нити представляет $^1/_3$ длины окружности и равна 15 см.

Решение. Выберем оси координат так, чтобы начало координат совпадало с центром кривизны дуги, а ось Oy была бы симметрично расположена относительно концов дуги (рисунок. 1.7). На нити выделим элемент длины dl. Заряд $dQ = \tau dl$, находящийся на выделенном участке, можно считать точечным.

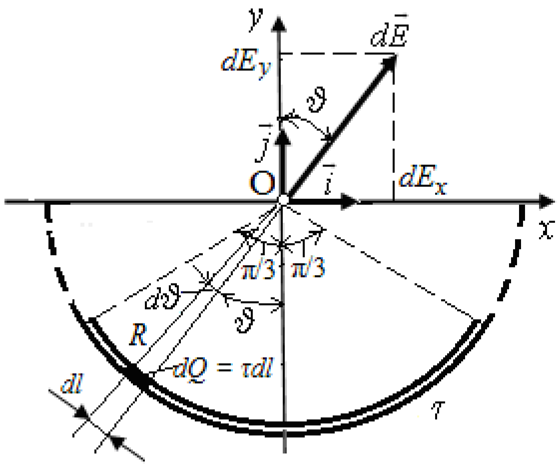


Рисунок 1.7 – Напряженность $d\vec{E}$ поля, создаваемого зарядом dQ

Определим напряженность электрического поля в точке O. Для этого найдем сначала напряженность $d\vec{E}$ поля, создаваемого зарядом dQ:

$$d\vec{E} = \frac{\tau dl}{4\pi\varepsilon_0 r^2} \frac{\vec{r}}{r},$$

где $\vec{r}$ – радиус-вектор, направленный от элемента dl к точке, в которой вычисляется напряженность.

Выразим вектор $d\vec{E}$ через проекции dE_x и dE_y на оси координат:

$$d\vec{E} = \vec{i} dE_x + \vec{j} dE_y,$$

где $\vec{i}$ и $\vec{j}$ – единичные векторы направлений (орты).

Напряженность $\vec{E}$ найдем интегрированием:

$$\vec{E} = \int_l d\vec{E} = \vec{i}\int_l dE_x + \vec{j}\int_l dE_y.$$

Интегрирование ведется вдоль дуги длиной l. В силу симметрии

$$\int_l dE_x = 0,$$

тогда:

$$\vec{E} = \vec{j}\int_l dE_y, \qquad (1)$$

где $dE_y = dE\ cos\ \vartheta = \tau dl\ cos\ \vartheta / (4\pi\varepsilon_0 r^2)$. Так как $r = R = \text{const}$; $dl = Rd\vartheta$, то:

$$dE_y = \frac{\tau R d\vartheta}{4\pi\varepsilon_0 R^2}\cos\vartheta = \frac{\tau}{4\pi\varepsilon_0 R}\cos\vartheta d\vartheta.$$

Подставим выражение dE_y в (1) и, приняв во внимание симметричное расположение дуги относительно оси Oy, пределы интегрирования возьмем от 0 до $\pi/3$, а результат удвоим:

$$\vec{E} = \vec{j}\,\frac{2\tau}{4\pi\varepsilon_0 R}\int_0^{\pi/3}\cos\vartheta d\vartheta = j\,\frac{\tau}{2\pi\varepsilon_0 R}\sqrt{3}/2. \qquad (2)$$

Выразив радиус R через длину l нити ($3l = 2\pi R$), получим:

$$\vec{E} = \vec{j}\,\frac{\tau}{6\varepsilon_0 l}\sqrt{3}.$$

Из этой формулы видно, что напряженность поля по направлению совпадает с осью Oy.

Найдем потенциал электрического поля в точке О. Сначала найдем потенциал $d\varphi$, создаваемый точечным зарядом dQ в точке O:

$$d\varphi = \tau dl / (4\pi\varepsilon_0 r).$$

Заменим r на R и проведем интегрирование:

$$\varphi = \frac{\tau}{4\pi\varepsilon_0 R}\int_0^l dl = \frac{\tau l}{4\pi\varepsilon_0 R}.$$

Так как $l = 2\pi R/3,$ то:

$$\varphi = \tau / (6\varepsilon_0). \qquad (3)$$

Произведем вычисление по формулам (2) и (3):

$$E = \frac{10^{-8} \cdot 1{,}73}{6 \cdot 8{,}85 \cdot 10^{-12} \cdot 0{,}15} \text{ В/м} = 2{,}18 \text{ кВ/м};$$

$$\varphi = \frac{10^{-8}}{6 \cdot 8{,}85 \cdot 10^{-12}} \text{ В} = 188 \text{ В}.$$

Пример 8. На тонком стрежне длиной l равномерно распределен заряд с линейной плотностью $\tau = 10$ нКл/м. Найти потенциал φ, созданный распределенным зарядом в точке A, расположенной на оси стрежня и удаленной от его ближайшего конца на расстояние l.

Решение. В задаче рассматривается поле, создаваемое распределенным зарядом. В этом случае поступают следующим образом. На стрежне выделяют малый участок длиной dx. Тогда на этом участке будет сосредоточен заряд $dQ = \tau dx$, который можно считать точечным. Потенциал $d\varphi$, создаваемый этим точечным зарядом в точке A (рисунок. 1.8), можно определить по формуле:

$$d\varphi = \frac{dQ}{4\pi\varepsilon_0 x} = \frac{\tau dx}{4\pi\varepsilon_0 x}.$$

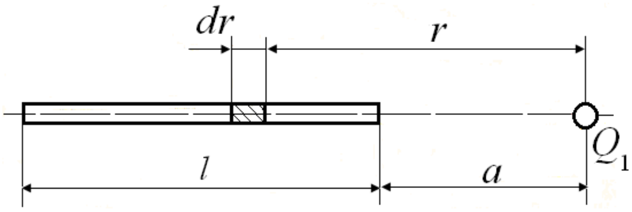


Рисунок 1.8 – Определение потенциала $d\varphi$ в точке A

Согласно принципу суперпозиции электрических полей, потенциал электрического поля, создаваемого заряженным стрежнем в точке A, найдем интегрирование это выражения:

$$\varphi = \int_l^{2l} \frac{\tau dx}{4\pi\varepsilon_0 x} = \frac{\tau}{4\pi\varepsilon_0} \int_l^{2l} \frac{dx}{x}.$$

Произведем интегрирование:

$$\varphi = (\tau / 4\pi\varepsilon_0) ln\ 2.$$

Подставим числовые значения физических величин в СИ ($\tau = 10 \cdot 10^{-9}$ Кл/м; $1/(4\pi\varepsilon_0) = 9 \cdot 10^9$ м/Ф) и произведем вычисления:

$$\varphi = 9 \cdot 10^{9} \cdot 10 \cdot 10^{-9} \cdot 0{,}693 \text{ В} = 62{,}4 \text{ В}.$$

Пример 9. На пластинах плоского конденсатора находится заряд $Q = 10$ нКл. Плоскость S каждой пластины конденсатора равна 100 см^2, диэлектрик – воздух. Определить силу F, с которой притягиваются пластины. Поле между пластинами считать однородным.

Решение. Заряд Q одной пластины находится в поле напряженностью E, созданном зарядом другой пластины конденсатора. Следовательно, на первый заряд действует сила (рисунок. 1.9):

$$F = QE. \qquad (1)$$

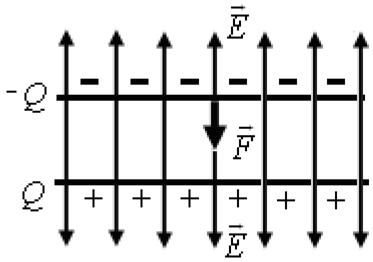


Рисунок 1.9 – Определение силы F, с которой притягивают пластинки

Поскольку:

$$E = \sigma / (2\varepsilon_0) = Q / (2\varepsilon_0 S),$$

где σ – поверхностная плотность заряда пластины, то формула (1) примет вид:

$$F = Q^2 / (2\varepsilon_0 S).$$

Произведем вычисление:

$$F = \frac{10^{-16}}{2 \cdot 8{,}85 \cdot 10^{-12} \cdot 10^{-2}} \text{ Н} = 5{,}65 \cdot 10^{-4} \text{ Н} = 565 \text{ мкН}.$$

Пример 10. Электрическое поле создано длинным цилиндром радиусом $R = 1$ см, равномерно заряженным с линейной плотностью $\tau = 20$ нКл/м. Определить различие потенциалов двух точек этого поля, находящихся на расстоянии $a_1 = 0{,}5$ см и $a_2 = 2$ см от поверхности цилиндра, в средний его части.

Решение. Для определения разности потенциалов воспользуемся соотношением между напряженностью поля и изменением потенциала: $\vec{E} = -grad\varphi$. Для поля с осевой симметрией, каким является поле цилиндра, это соотношения можно записать в виде:

$$E = -d\varphi / dr \qquad \text{или} \qquad d\varphi = -Edr.$$

Интегрируя это выражение, найдем разность потенциалов двух точек, отстоящих на расстояниях r_1 и r_2 от оси цилиндра:

$$\varphi_2 - \varphi_1 = -\int_{r_1}^{r_2} E dr. \qquad (1)$$

Так как цилиндр длинный и точки взяты вблизи его средней части, то для выражения напряженности поля можно воспользоваться формулой напряженности поля, создаваемого бесконечно длинным цилиндром:

$$E = \tau/(2\pi\varepsilon_0 r).$$

Подставивши выражение Е в (1), получим:

$$\varphi_2 - \varphi_1 = -\frac{1}{2\pi\varepsilon_0}\int_{r_1}^{r_2}\frac{dr}{r} = -\frac{\tau}{2\pi\varepsilon_0} ln\ \frac{r_2}{r_1}$$

или

$$\varphi_2 - \varphi_1 = (\tau / 2\pi\varepsilon_0) ln\ (r_2 / r_1). \qquad (2)$$

Произведем вычисление, учитывая, что величины r_1 та r_2, входящие в формулу (2) в виде отношения, можно выразить в сантиметрах ($r_1 = R + a_1 = 1{,}5$ см; $r_2 = R + a_2 = 3$ см):

$$\varphi_1 - \varphi_2 = 2\cdot 10^{-8}\cdot 1{,}8\cdot 10^{10} ln\ (3/1{,}5) =$$

$$= 3{,}6\cdot 10^{2}\cdot 2{,}3\ ln\ 2\ \text{В} = 250\ \text{В}.$$

Пример 11. Электрическое поле создается двумя зарядами $Q_1 = 4$ мкКл и $Q_2 = -2$ мкКл, находящимися на расстоянии $a = 0{,}1$ м друг от друга. Определить работу $A_{1,2}$ сил поля по перемещению заряда $Q = 50$ нКл из точки 1 в точку 2 (рисунок 1.10).

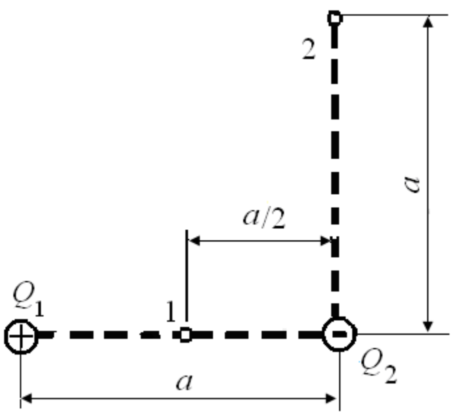


Рисунок 1.10 – Расположение точек 1 и 2 для примера 10

Решение. Для определения работы $A_{1,2}$ сил поля воспользуемся соотношением:

$$A_{1,2} = Q(\varphi_1 - \varphi_2).$$

Применяя принцип суперпозиции электрических полей, определим потенциалы φ_1 и φ_2 точек 1 и 2 поля:

$$\varphi_1 = \frac{Q_1}{4\pi\varepsilon_0 a/2} + \frac{Q_2}{4\pi\varepsilon_0 a/2} = \frac{2(Q_1 + Q_2)}{4\pi\varepsilon_0 a};$$

$$\varphi_2 = \frac{Q_1}{4\pi\varepsilon_0 a\sqrt{2}} + \frac{Q_2}{4\pi\varepsilon_0 a} = \frac{Q_1/\sqrt{2} + Q_2}{4\pi\varepsilon_0 a},$$

тогда:

$$A_{1,2} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 a}\left[2(Q_1 + Q_2) - (Q_1/\sqrt{2} + Q_2)\right]$$

или

$$A_{1,2} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 a}\left[Q_1\left(2 - \frac{1}{\sqrt{2}}\right) + Q_2\right].$$

Проверим, дает ли правая часть равенства единицу работы (Дж):

$$\frac{[Q][Q_1]}{[\varepsilon_0][a]} = \frac{1\ \text{Кл} \cdot 1\ \text{Кл}}{1\ \text{Ф/м} \cdot 1\ \text{м}} = 1\ \text{Кл} \cdot 1\ \text{В} = 1\ \text{Дж}.$$

Подставим числовые значения физических величин в СИ ($Q = 50 \cdot 10^{-9}$ Кл; $Q_1 = 4 \cdot 10^{-6}$ Кл; $Q_2 = 2 \cdot 10^{-6}$ Кл; $a = 0{,}1$ м; $1/(4\pi\varepsilon_0) = 9 \cdot 10^9$ м/Ф) и произведем вычисления:

$$A_{1,2} = \frac{50 \cdot 10^{-9} \cdot 9 \cdot 10^9}{0{,}1}\left[4(2 - 1/\sqrt{2}) - 2\right] \cdot 10^{-6}\ \text{Дж} = 14{,}3\ \text{мДж}.$$

Пример 12. Определить ускоряющую разность потенциалов U, которую должен пройти в электрическом поле электрон, обладающий скоростью $\upsilon_1 = 10^6$ м/с, чтобы скорость его возросла в $n = 2$ раза.

Решение. Ускоряющую разность потенциалов можно найти, вычислив работу А сил электростатического поля. Эта работа определяется произведением элементарного заряда e на разность потенциалов U:

$$A = eU. \tag{1}$$

Работа сил электростатического поля в данном случае равна изменению кинетической энергии электрона:

$$A = T_2 - T_1 = \frac{m\upsilon_2^2}{2} - \frac{m\upsilon_1^2}{2}, \qquad (2)$$

где T_1 и T_2 – кинетическая энергия электрона до и после прохождения ускоряющего поля;

m – масса электрона;

υ_1 и υ_2 – его начальная и конечная скорости.

Приравняв правые части равенств (1) и (2), получим:

$$eU = \frac{m\upsilon_2^2}{2} - \frac{m\upsilon_1^2}{2} = \frac{mn^2\upsilon_1^2}{2} - \frac{m\upsilon_1^2}{2},$$

где $n = \upsilon_2 / \upsilon_1$.

Отсюда искомая разность потенциалов:

$$U = \frac{m\upsilon_1^2 (n^2 - 1)}{2e}.$$

Произведем вычисления:

$$U = \frac{9{,}1 \cdot 10^{-31} \cdot \left(10^6\right)^2}{2 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}} (2^2 - 1) \text{ В} = 8{,}53 \text{ В}.$$

Пример 13. Конденсатор емкостью $C_1 = 3$ мкФ был заряжен до разности потенциалов $U_1 = 40$ В. После отключения от источника тока конденсатор соединили параллельно с другим незаряженным конденсатором емкостью $C_2 = 5$ мкФ. Какая энергия W' израсходуется на образование искры в момент присоединения второго конденсатора?

Решение. Энергия, израсходованная на образование искры:

$$W' = W_1 - W_2, \qquad (1)$$

где W_1 – энергия, которую имел первый конденсатор до присоединению к нему второго конденсатора;

W_2 – энергия, которую имеет батарея, составленная из двух конденсаторов.

Энергия заряженного конденсатора определяется по формуле:

$$W = {}^1/_2 CU^2, \qquad (2)$$

где C – емкость конденсатора или батареи конденсаторов.

Выразив в формуле (1) энергии W_1 и W_2 по формуле (2) и, приняв во внимание, что общая емкость параллельно соединенных конденсаторов равна сумме емкостей отдельных конденсаторов, получим:

$$W' = {}^1/_2 C_1 U_1^2 - {}^1/_2 (C_1 + C_2) U_2^2, \tag{3}$$

где U_2 – разность потенциалов на зажимах батареи конденсаторов.

Учитывая, что заряд после присоединения второго конденсатора остался прежним, выразим разность потенциалов U_2 следующим образом:

$$U_2 = \frac{Q}{C_1 + C_2} = \frac{C_1 U_1}{C_1 + C_2}. \tag{4}$$

Подставив выражение U_2 в (3), найдем:

$$W' = \frac{C_1 U_1^2}{2} - \frac{(C_1 + C_2) C_1^2 U_1^2}{2(C_1 + C_2)^2}$$

или

$$W' = \frac{C_1 C_2}{2(C_1 + C_2)} U_1^2.$$

Произведем вычисление:

$$W' = \frac{1}{2} \cdot \frac{3 \cdot 10^{-6} \cdot 5 \cdot 10^{-6}}{3 \cdot 10^{-6} + 5 \cdot 10^{-6}} \cdot 1600 \text{ Дж} = 1{,}5 \text{ мДж}.$$

Пример 14. Потенциометр сопротивлением $R = 100$ Ом подключен к батарее с ЭДС $\varepsilon = 150$ В и внутренним сопротивлением $R_i = 50$ Ом. Определить: 1) показание вольтметра сопротивлением $R_\text{v} = 500$ Ом, соединенного с одной из клемм потенциометра и подвижным контактом, установленным посередине потенциометра; 2) разность потенциалов между теми же точками потенциометра при отключении вольтметра.

Решение. 1. Показание вольтметра, подключенного к точкам А и В (рисунок 1.11), определим по формуле:

$$U_1 = I_1 R_1,$$

где R_1 – сопротивление параллельно соединенных вольтметра и половины потенциометра;

I_1 – суммарная сила тока в ветвях этого соединения (она равна силе тока в неразветвленной части цепи).

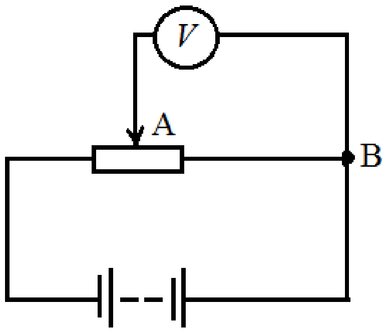


Рисунок 1.11 – Электрическая схема для примера 14

Силу тока I_1 найдем по закону Ома для полной цепи:

$$I_1 = \varepsilon / (R_e + R_i), \qquad (1)$$

где R_e – сопротивление внешней цепи. Это сопротивление является суммой двух сопротивлений:

$$R_e = R/2 + R_1. \qquad (2)$$

Сопротивление R_1 найдем по формуле параллельного соединения проводников $\frac{1}{R_1} = \frac{1}{R_\text{v}} + \frac{1}{R/2}$, откуда:

$$R_1 = \frac{RR_\text{v}}{R + 2R_\text{v}}.$$

Подставив в (1) выражение R_e по (2), найдем:

$$I_1 = \frac{\varepsilon}{R/2 + R_1 + R_i}.$$

В данном случае решение задачи в общем виде было бы громоздким. Поэтому удобно вычисление величин провести раздельно:

$$R_1 = \frac{100 \cdot 500}{100 + 2 \cdot 500} \text{ Ом} = 45{,}5 \text{ Ом};$$

$$I_1 = \frac{150}{50 + 45{,}5 + 50} \text{ А} = 1{,}03 \text{ А};$$

$$U_1 = 1{,}03 \cdot 45 \cdot 5 \text{ В} = 46{,}9 \text{ В}.$$

2. Разность потенциалов между точками А и В при отключенном вольтметре равна произведению тока I_2 на половину сопротивления потенциометра:

$$U_2 = I_2 \cdot R/2, \qquad (3)$$

где I_2 – сила тока в цепи при отключенном вольтметре. Ее определим по формуле:

$$I_2 = \varepsilon / (R + R_i).$$

Подставив выражение I_2 в (3), найдем:

$$U_2 = \varepsilon R / 2(R + R_i).$$

Произведем вычисления:

$$U_2 = \frac{150}{100 + 50} \cdot \frac{100}{2} \text{ В} = 50 \text{ В}.$$

Пример 15. Сила тока в проводнике сопротивлением $R = 20$ Ом нарастает в течение времени $\Delta t = 2$ с по линейному закону от $I_0 = 0$ до $I = 6$ А (рисунок.1.12). Определить теплоту Q_1, выделившуюся в этом проводнике за первую секунду, и Q_2 – за вторую, а также найти отношение Q_2 / Q_1.

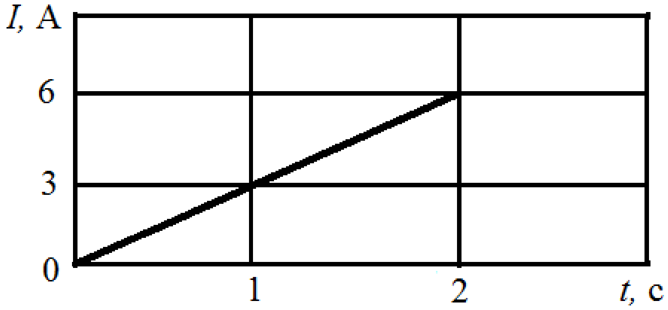


Рисунок 1.12 – График $I(t)$

Решение. Закон Джоуля – Ленца в виде $Q = I^2 Rt$ справедлив для постоянного тока ($I = \text{const}$). Если же сила тока в проводнике изменяется, то указанный закон справедлив для бесконечно малого интервала времени и записывается в виде:

$$dQ = I^2 R dt. \quad (1)$$

Здесь сила тока I является некоторой функцией времени. В данном случае:

$$I = kt, \quad (2)$$

где k – коэффициент пропорциональности, характеризующий скорость изменения силы тока:

$$k = \frac{\Delta I}{\Delta t} = \frac{6}{2} \text{ А/с} = 3 \text{ А/с}.$$

С учетом (2) формула (1) примет вид:

$$dQ = k^2 R t^2 dt. \tag{3}$$

Для определения теплоты, выделившейся за конечный интервал времени Δt, выражение (3) надо проинтегрировать в пределах от t_1 к t_2:

$$Q = k^2 R \int_{t_1}^{t_2} t^2 dt = \frac{1}{3} k^2 R (t_2^3 - t_1^3).$$

Произведем вычисление:

$$Q_1 = (1/3) \cdot 3^2 \cdot 20(1-0) \text{ Дж} = 60 \text{Дж};$$

$$Q_2 = (1/3) \cdot 3^2 \cdot 20(8-1) \text{ Дж} = 420 \text{ Дж}.$$

Следовательно,

$$Q_2 / Q_1 = 420 / 60 = 7,$$

т. е. за вторую секунду выделится теплоты в семь раз больше, чем за первую.

Пример 16. Определить ЭДС и внутреннее сопротивление аккумулятора, если при силе тока $I_1 = 4$ А он отдает во внешнюю цепь $P_1 = 9$ Вт, а при $I_2 = 6$ А он отдает $P_2 = 13$ Вт.

Решение. Напряжение на зажимах аккумулятора

$$U = \varepsilon - Ir, \tag{1}$$

где ε – ЭДС аккумулятора;
I – сила тока;
r – внутреннее сопротивление аккумулятора.

Мощность P, которая выделяется во внешней цепи,

$$P = IU,$$

откуда

$$U = P / I. \tag{2}$$

Из (1) и (2) имеем

$$\varepsilon - Ir = P / I. \tag{3}$$

Для двух токов I_1 и I_2 получим

$$\varepsilon - I_1 r = \frac{P_1}{I_1}, \tag{4}$$

$$\varepsilon - I_2 r = \frac{P_2}{I_2}. \qquad (5)$$

Из (4)–(5) найдем

$$\left(I_2 - I_1\right) r = \frac{P_1}{I_1} - \frac{P_2}{I_2},$$

откуда

$$r = \frac{P_1 / I_1 - P_2 / I_2}{I_2 - I_1}. \qquad (6)$$

Произведем вычисление:

$$r = \frac{9/4 - 13/6}{6-4} \text{ Ом} \approx 0{,}042 \text{ Ом}.$$

Из (4) находим ε:

$$\varepsilon = 4 \cdot 0{,}042 + \frac{9}{4} = 2{,}42 \text{ В}.$$

Пример 17. Аккумуляторная батарея перед зарядкой имела ЭДС $\varepsilon_1 = 90$ В, после зарядки $\varepsilon_2 = 98$ В. Сила тока в начале зарядки равнялась 10 А. Какова сила тока в конце зарядки, если внутреннее сопротивление батареи во время зарядки можно считать постоянным и равным 2 Ом, а напряжение, которое подается зарядным устройством, постоянно?

Решение. Сила тока I_1 в начале зарядки

$$I_1 = \frac{U - \varepsilon_1}{r}, \qquad (1)$$

где U – подаваемое напряжение;

ε_1 – ЭДС аккумуляторной батареи перед зарядкой;

r – внутреннее сопротивление аккумулятора.

Из (1) находим U:

$$U = \varepsilon_1 + I_1 r. \qquad (2)$$

Сила тока I_2 в конце зарядки

$$I_2 = \frac{U - \varepsilon_2}{r}. \qquad (3)$$

Подставив (2) в (3), получим:

$$I_2 = I_1 + \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{r}. \qquad (4)$$

Произведем вычисление:

$$I_2 = 10 + \frac{90 - 98}{2} = 6 \text{ А}.$$

Пример 18. Аккумуляторная батарея с ЭДС 12 В и внутренним сопротивлением $r = 0{,}8$ Ом питает внешнюю цепь сопротивлением 2 Ом. Рассчитать полезную мощность, полную мощность, которая развивается батареей и КПД батареи. В каком случае полная мощность будет максимальной?

Решение. Сила тока I в цепи

$$I = \frac{\varepsilon}{R + r}, \qquad (1)$$

где ε – ЭДС батареи;

R – сопротивление внешней цепи;

r – внутреннее сопротивление аккумуляторной батареи.

Полезная мощность

$$P = I^2 R = \frac{\varepsilon^2 R}{(R + r)^2}. \qquad (2)$$

Произведем вычисление:

$$P = \frac{12^2 \cdot 2}{(2 + 0{,}8)^2} = 36{,}73 \text{ Вт}.$$

Полная мощность, развиваемая батареей:

$$P_\varepsilon = I\varepsilon = \frac{\varepsilon^2}{R + r}. \qquad (3)$$

Подставим числовые значения:

$$P_\varepsilon = \frac{12^2}{2 + 0{,}8} = 51{,}43 \text{ Вт}.$$

КПД батареи

$$\eta = \frac{P}{P_\varepsilon} = \frac{R}{R + r}. \qquad (4)$$

Произведем вычисление:

$$\eta = \frac{2}{2 + 0{,}8} \approx 0{,}71.$$

Максимальную мощность найдем из условия, что первая производная от мощности P, определяемой выражением (2), будет равна нулю $P'_R = 0$:

$$P'_R = \frac{\varepsilon^2}{(R+r)^2} - \frac{2\varepsilon^2 R}{(R+r)^3} = \frac{\varepsilon^2}{(R+r)^3}\left[R + r - 2R\right] = \frac{\varepsilon^2}{(R+r)^3}(r - R) = 0,$$

откуда имеем $R = r$. Проверим, что это значение R соответствует максимальному значению P. Для этого возьмем вторую производную по R:

$$P''_{RR} = -\frac{\varepsilon^2}{(R+r)^3_{R=r}} = -\frac{\varepsilon^2}{8r^3} < 0.$$

Поскольку $P''_{RR} < 0$, то значение $R = r$ действительно отвечает максимальной мощности.

Максимальное значение полезной мощности для нашей задачи

$$P_{\max} = \frac{12^2}{4 \cdot 0,8} = 45 \text{ Вт}.$$

1.4 Задачи для самостоятельного решения

1. Два шарика массой m = 1 г каждый подвешенны на нитях, верхние концы которых соединены вместе. Длина каждой нити l = 10 см. Какие одинаковые заряды надо сообщить шарикам, чтобы нити разошлись на угол α = 60°? [79 нКл].

2. Расстояние между зарядами $Q_1 = 100$ нКл и $Q_2 = -50$ нКл равно $d = 10$ см. Определить силу F, действующую на заряд $Q_3 = 1$ мкКл, отстоящий на расстоянии $r_1 = 12$ см от заряда Q_1 и на $r_2 = 10$ см от заряда Q_2. [51 мН].

3. Тонкий длинный стрежень равномерно заряжен с линейной плотностью τ = 1,5 нКл/см. На продолжении оси стрежня на расстоянии d = 12 см от его конца находится точечный заряд Q = 0,2 мкКл. Определить силу взаимодействия заряженного стрежня и точечного заряда. [2,25 мН].

4. Длинный прямой тонкий провод несет равномерно распределенный заряд. Вычислить линейную плотность τ заряда, если напряженность поля на расстоянии $r = 0,5$ м от провода против его середины $E = 2$ В/см. [5,55 нКл/м].

5. С какой силой, приходящейся на единицу площади, отталкиваются две одноименно заряженные бесконечно протяженные плоскости с одинаковой поверхностной плотностью заряда $\sigma = 2$ мкКл/м^2? $\left[0,23 \text{ Н/м}^2\right]$.

6. Какую ускоряющую разность потенциалов U должен пройти электрон, чтобы получить скорость $\upsilon = 8$ Мм/с? $[182 \text{ В}]$.

7. Заряд равномерно распределен по бесконечной плоскости с поверхностной плотностью $\sigma = 10$ нкКл/м^2. Определить разность потенциалов двух точек поля, одна из которых находится на плоскости, а другая удалена от нее на расстояние $a = 10$ см. $[56,6 \text{ В}]$.

8. Электрон с начальной скоростью $\upsilon = 3$ Мм/с влетел в однородное электрическое поле напряженностью $E = 150$ В/м. Вектор начальной скорости перпендикулярен линиям напряженности электрического поля. Определить: 1) силу, которая действует на электрон; 2) ускорение, приобретаемое электроном; 3) скорость электрона через t = 0,1мкс. $\left[24 \text{ аН; } 26{,}4 \text{ Тм/с}^2\text{; } 4 \text{ Мм/с}\right]$.

9. К батарее с ЭДС $\varepsilon = 300$ В подключены два плоских конденсатора емкостями $C_1 = 2$ пФ и $C_2 = 3$ пФ. Определить заряд Q и напряжение U на пластинках конденсаторов при последовательном и параллельном соединениях. [1) 0,36 нКл; 180 В; 120 В; 2) 0,6 нКл; 0,9 кКл; 300 В].

10. Конденсатор емкостью $C_1 = 600$ пФ зарядили до разности потенциалов $U_1 = 1,5$ кВ и отключили от источника напряжения. Затем к нему параллельно присоединили незаряженный конденсатор емкостью $C_2 = 400$ пФ. Определить энергию, израсходованную на образование искры, проскочившей при соединении конденсаторов. $[0,27 \text{ мДж}]$.

11. Резистор сопротивлением $R_1 = 5$ Ом, вольтметр и источник тока соединены параллельно. Вольтметр показывает напряжение $U_1 = 10$ В. Если заменить резистор другим с сопротивлением $R_2 = 12$ Ом, то вольтметр покажет напряжение $U_2 = 12$ В. Определить ЭДС и внутреннее сопротивление источника тока. Током через вольтметр пренебречь. [14 В; 2 Ом].

12. Определить электрический заряд, прошедший через поперечное сечение провода сопротивлением $R = 3$ Ом при равномерном нарастании напряжения на концах провода от $U_1 = 2$ В к $U_2 = 4$ В за время $t = 20$ с. [20 Кл].

13. Определить силу тока в цепи, состоящей из двух элементов с ЭДС $\varepsilon_1 = 1{,}6$ В и $\varepsilon_2 = 1{,}2$ В и внутренними сопротивлениями $R_1 = 0{,}6$ Ом и $R_2 = 0{,}4$ Ом, соединенных одноименными полюсами. $[0{,}4\ \text{А}]$.

14. Гальванический элемент дает на внешнее сопротивление $R_1 = 0{,}5$ Ом силу тока $I_1 = 0{,}2$ А. Если внешнее сопротивление заменить на $R_2 = 0{,}8$ Ом, то элемент дает силу тока $I_2 = 0{,}15$ А. Определить силу тока короткого замыкания. $[0{,}45\ \text{А}]$.

15. К источнику тока с ЭДС $\varepsilon = 12$ В присоединена нагрузка. Напряжение U на клеммах источника стало при этом равным 8 В. Определить КПД источника тока. $[68\ \%]$.

16. Внешняя цепь источника тока потребляет мощность $P = 0{,}75$ Вт. Определить силу тока в цепи, если ЭДС источника тока $\varepsilon = 2$ В и внутреннее сопротивление $R = 1$ Ом. $[0{,}5\ \text{и}\ 1{,}5\ \text{А}]$.

17. Какая наибольшая полезная мощность $P_{\max}$ может быть получена от источника тока с ЭДС $\varepsilon = 12$ В и внутренним сопротивлением $R = 1$ Ом? $[36\ \text{Вт}]$.

18. При выключении источника тока сила тока в цепи убывает по закону $I = I_0 e^{-\alpha t}$ ($I_0 = 10$ А, $\alpha = 5 \cdot 10^2\ \text{с}^{-1}$). Определить количество теплоты, которое выделится в резисторе сопротивлением $R = 5$ Ом после выключения источника тока. $[0{,}5\ \text{Дж}]$.

19. ЭДС аккумулятора - 2 В, его внутреннее сопротивление - 0,4 Ом, сопротивление внешней цепи - 1 Ом. Определить разность потенциалов на зажимах аккумулятора. $[1{,}48\ \text{В}]$.

20. Аккумуляторная батарея разряжена до 12 В и подключена для зарядки к сети 15 В. Какое дополнительное сопротивление должно быть включено в цепь для того, чтобы сила зарядного тока не превышала 1 А? Внутреннее сопротивление батареи – 2 Ом.

2 ЭЛЕКТРОМАГНЕТИЗМ

2.1 Основные формулы

Связь магнитной индукции $\vec{B}$ с напряженностью $\vec{H}$ магнитного поля:

$$\vec{B} = \mu\mu_0\vec{H}, \tag{2.1}$$

где μ – магнитная проницаемость изотропной среды;

μ_0 – магнитная постоянная. В вакууме $\mu = 1$, и тогда магнитная индукция в вакууме:

$$\vec{B} = \mu_0 \vec{H}. \qquad (2.2)$$

Закон Био – Савара – Лапласа

$$d\vec{B} = \frac{\mu\mu_0}{4\pi}\left[d\vec{l}\vec{r}\right]\frac{I}{r^3} \qquad \text{или} \qquad dB = \frac{\mu\mu_0}{4\pi}\frac{I\ \sin\alpha}{r^2}dl \qquad (2.3)$$

где $d\vec{B}$ – магнитная индукция поля, создаваемого элементом провода длиной dl с током I;

$\vec{r}$ – радиус-вектор, направленный от элемента проводника к точке, в которой определяется магнитная индукция;

α – угол между радиус-вектором и направлением тока в элементе провода.

Магнитная индукция в центре кругового тока

$$B = \frac{\mu\mu_0 I}{2R}, \qquad (2.4)$$

где R – радиус кругового витка.

Магнитная индукция на оси кругового тока

$$B = \frac{\mu\mu_0}{2\pi}\frac{\pi R^2 I}{(R^2 + h^2)^{3/2}}, \qquad (2.5)$$

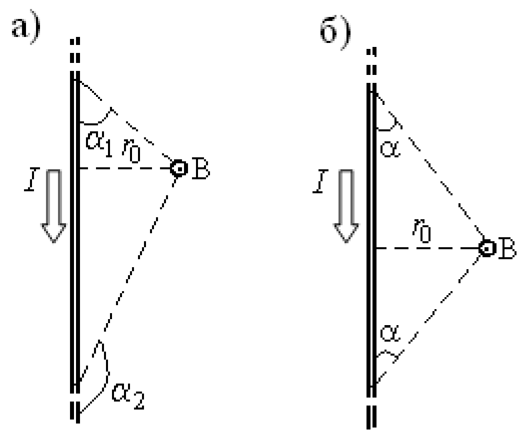
где h – расстояние от центра витка до точки, в которой определяется магнитная индукция.

Магнитная индукция поля прямого тока

$$B = \mu\mu_0 I / \left(2\pi r_0\right), \qquad (2.6)$$

где r_0 – расстояние от оси провода до точки, в которой определяется магнитная индукция.

Магнитная индукция поля, создаваемого отрезком провода с током (рисунок. 2.1.):



а) несимметричного и б) симметричного случаев

Рисунок 2.1 – Определение вектора $\vec{B}$, создаваемого отрезком проводника с током

$$B = \frac{\mu\mu_0}{4\pi}\frac{I}{r_0}(\cos\alpha_1 - \cos\alpha_2). \qquad (2.7)$$

Обозначения ясны из рисунка. Направление вектора магнитной индукции $\vec{B}$ обозначено точкой. Это значит, что $\vec{B}$ направлен перпендикулярно к плоскости чертежа, к нам.

При симметричном расположении концов провода относительно точки, в которой определяется магнитная индукция (рисунок. 2.1, б), $-\cos\alpha_2 = \cos\alpha_1 = \cos\alpha$, тогда:

$$B = \frac{\mu\mu_0}{2\pi}\frac{I}{r_0}\cos\alpha. \qquad (2.8)$$

Магнитная индукция поля длинного соленоида:

$$B = \mu\mu_0 nI, \qquad (2.9)$$

где n – отношение числа витков соленоида к его длине.

Сила, действующая на провод с током в магнитном поле (закон Ампера)

$$\vec{F} = I\left[\vec{l}\vec{B}\right] \quad \text{или} \quad F = IBl\sin\alpha, \qquad (2.10)$$

где l – длина провода;

α – угол между направлением тока в проводе и вектором магнитной индукции $\vec{B}$.

Это выражение справедливо для однородного магнитного поля и прямого отрезка провода. Если поле неоднородно и провод не является прямым, то закон Ампера можно применять к каждому элементу провода отдельно:

$$d\vec{F} = I\left[d\vec{l}\vec{B}\right]. \qquad (2.11)$$

Магнитный момент плоского контура с током:

$$\vec{p}_m = \vec{n}IS, \qquad (2.12)$$

где $\vec{n}$ – единичный вектор нормали (положительной) к плоскости контура;

I – сила тока, который протекает по контуру;

S – площадь контура.

Механический (вращательный) момент, действующий на контур с током, помещенный в однородное магнитное поле

$$\vec{M} = \left[\vec{p}_m\vec{B}\right] \quad \text{или} \quad M = p_m B\sin\alpha, \qquad (2.13)$$

где α – угол между векторами $\vec{p}_m$ и $\vec{B}$.

Потенциальная энергия (механическая) контура с током в магнитном поле

$$\Pi_{мех} = -\vec{p}_m \vec{B} \quad \text{или} \quad \Pi_{мех} = -p_m B \cos\alpha. \tag{2.14}$$

Отношение магнитного момента p_m к механическому L (моменту импульса) заряженной частицы, движущейся по круговой орбите

$$\frac{p_m}{L} = \frac{1}{2}\frac{Q}{m}, \tag{2.15}$$

где Q – заряд частицы;

m – масса частицы.

Сила Лоренца:

$$\vec{F} = Q\left[\vec{v}\vec{B}\right] \quad \text{или} \quad F = QvB\ \sin\ \alpha \tag{2.16}$$

где $\vec{v}$ – скорость заряженной частицы;

α – угол между векторами $\vec{v}$ и $\vec{B}$.

Магнитный поток:

а) в случае однородного магнитного поля и плоской поверхности

$$\Phi = BS\cos\alpha \quad \text{или} \quad \Phi = B_n S, \tag{2.17}$$

где S – площадь контура;

α – угол между нормалью к плоскости контура и вектором магнитной индукции;

б) в случае неоднородного поля и произвольной поверхности

$$\Phi = \int_S B_n dS \tag{2.18}$$

(интегрирование ведется по всей поверхности).

Потокосцепление (полный поток)

$$\psi = N\Phi. \tag{2.19}$$

Эта формула верна для соленоида и тороида с равномерной намоткой плотно прилегающих друг к другу N витков.

Работа по перемещению замкнутого контура в магнитном поле

$$A = I\Delta\Phi. \tag{2.20}$$

ЭДС индукции

$$\varepsilon_i = -\frac{d\psi}{dt}. \tag{2.21}$$

Разность потенциалов на концах провода, движущегося со скоростью $\vec{v}$ в магнитном поле:

$$U = Bl\upsilon \sin\alpha, \qquad (2.22)$$

где l – длина провода;

α – угол между векторами $\vec{v}$ и $\vec{B}$.

Заряд, протекающий по замкнутому контуру при изменении магнитного потока, пронизывающего этот контур:

$$Q = \Delta\Phi / R \qquad \text{или} \qquad Q = N\Delta\Phi / R = \Delta\psi / R, \qquad (2.23)$$

где R – сопротивление контура.

Индуктивность контура:

$$L = \Phi / I. \qquad (2.24)$$

ЭДС самоиндукции:

$$\varepsilon_s = -L\frac{dI}{dt}. \qquad (2.25)$$

Индуктивность соленоида:

$$L = \mu\mu_0 n^2 V, \qquad (2.26)$$

где n – отношение числа витков соленоида к его длине;

V – объем соленоида.

Мгновенное значение силы тока в цепи, обладающей сопротивлением R и индуктивностью L:

а) при замыкании цепи:

$$I = \frac{\varepsilon}{R}(1 - e^{-Rt/L}), \qquad (2.27)$$

где ε – ЭДС источника тока;

t – время, прошедшее после замыкания цепи;

б) при размыкании цепи:

$$I = I_0 e^{-Rt/L}, \qquad (2.28)$$

где I_0 – сила тока в цепи при $t = 0$;

t – время, прошедшее с момента размыкания цепи.

Энергия магнитного поля:

$$W = \frac{LI^2}{2}. \qquad (2.29)$$

Объемная плотность энергии магнитного поля (отношение энергии магнитного поля соленоида к его объему):

$$\omega = BH/2 \quad \text{или} \quad \omega = B^2/(2\mu\mu_0), \quad \text{или} \quad \omega = \mu\mu_0 H^2/2, \qquad (2.30)$$

где B – магнитная индукция;
H – напряженность магнитного поля.

2.2 Методические указания к разделу «Электромагнетизм»

При нахождении индукции магнитного поля методом суперпозиции с использованием или непосредственно закона Био – Савара – Лапласа, или формул, которые выведены раньше из этого закона, нужно иметь в виду, что этот закон справедлив только для линейных токов, то есть для проводников, поперечные размеры которых пренебрежимо малы по сравнению с расстоянием от проводника до заданной точки поля. Отсутствие любых данных о поперечных сечениях проводников в условии задачи является неявным указанием на линейность тока.

Направление силы Ампера можно определить или по правилу левой руки, или непосредственно по правилу векторного произведения. Движение заряженных частиц в электрическом и магнитном полях происходят под действием электрической силы $\vec{F}_{ел} = q\vec{E}$ и магнитной (лоренцевой) силы $F_л = q\left[\vec{\upsilon}\vec{B}\right]$. На частицы также действует сила тяжести $F_m = mG$, где G – напряженность гравитационного поля, но, как показывают расчеты, для заряженных микрочастиц, движущихся даже в слабых электрических и магнитных полях, величиной F_m можно пренебречь. Так как сила Лоренца $F_л$ нормальна к вектору $\vec{\upsilon}$, она меняет лишь направление скорости, но не его модуль, т. е. она обусловливает нормальное ускорение заряженной частицы. Это означает, что заряженная частица движется в магнитном поле по дуге окружности.

Расчеты работы сил поля нужно проводить по формуле $A = I\Delta\Phi$, где $\Delta\Phi = \Phi_2 - \Phi_1$ – конечное приращение магнитного потока, пронизывающего контур. При движении прямого проводника в поле под величиной $\Delta\Phi$ следует понимать абсолютное значение магнитного потока, пересекаемого проводником при его движении. В этом случае знак работы нужно определять по направлению движения проводника. Если направление его движения совпадает с направлением силы Ампера, то $A = I\Delta\Phi$, в другом случае $A = -I\Delta\Phi$.

В явлениях электромагнитной индукции магнитный поток через контур меняется как при движении контура или отдельных его участков, так и при изменении во времени магнитного потока. В обоих случаях для определения ЭДС индукции пользуются законом Фарадея (2.21).

Знак ЭДС индукции так же, как и направление индукционного тока, может быть определен непосредственно из приведенной формулы или с помощью правила Ленца. В первом случае нужно выбрать какое-нибудь направление нормали. Это определит знак магнитного потока и знак его производной. Если в результате применения формулы (2.21) индуцированный ток в контуре (или ЭДС индукции) окажется величиной положительной, то это означает, что направление нормали выбрано правильно, т. е. если смотреть из конца вектора нормали на контур, ток будет идти против часовой стрелки.

Если прямолинейный проводник движется в однородном поле, причем, скорость его движения и вектор индукции поля взаимно перпендикулярны, то можно воспользоваться выражением $\varepsilon_i = B\upsilon l$. В общем случае:

$$\varepsilon_i = \int_l \left[\vec{\upsilon}\vec{B}\right] d\vec{l} .$$

2.3 Примеры решения задач

Пример 1. По отрезку прямого провода длиной $l = 80$ см течет ток $I = 50$ А. Определить магнитную индукцию $\vec{B}$ поля, создаваемого этим током в точке А, равноудаленной от концов отрезка провода и находящейся на расстоянии $r_0 = 30$ см от его середины (рисунок. 2.2).

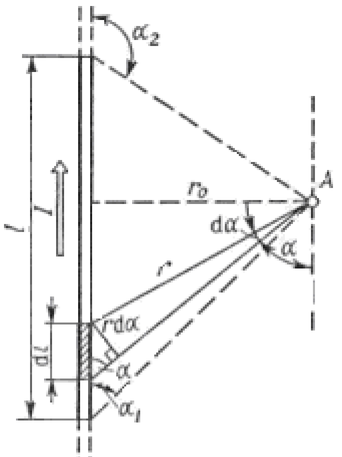


Рисунок 2.2 – Расположение точки А относительно отрезка прямого провода с постоянным током

Решение. Для решения задачи воспользуемся законом Био – Савара – Лапласа и принципом суперпозиции магнитных полей. Закон Био – Савара – Лапласа позволяет определить магнитную индукцию $d\vec{B}$, создаваемую элементом тока $Id\vec{l}$. Заметим, что вектор $d\vec{B}$ в точке А направлен за плоскость чертежа. Принцип суперпозиции позволяет для определения $\vec{B}$ воспользоваться геометрическим суммированием (интегрированием):

$$\vec{B} = \int_l d\vec{B}, \tag{1}$$

где символ l означает, что интегрирование распространяется на всю длину провода.

Запишем закон Био – Савара – Лапласа в векторной форме:

$$d\vec{B} = \frac{\mu\mu_0 I}{4\pi r^3}\left[d\vec{l}\vec{r}\right],$$

где $d\vec{B}$ – магнитная индукция, создаваемая элементом провода длиной dl с током I в точке, определяемой радиусом-вектором $\vec{r}$;

μ_0 – магнитная постоянная;

μ – магнитная проницаемость среды, в которой находится провод (в нашем случае $\mu = 1$). Заметим, что векторы $d\vec{B}$ от различных элементов тока сонаправлены (рисунок. 2.2), поэтому выражение (1) можно переписать в скалярной форме:

$$B = \int \frac{\mu_0 I}{4\pi}\frac{sin\ \alpha}{r^2}dl\ .$$

В скалярном выражении закона Био – Савара – Лапласа угол α есть угол между элементом тока $Id\vec{l}$ и радиусом-вектором $\vec{r}$. Таким образом:

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\int_l \frac{sin\ \alpha}{r^2}dl. \tag{2}$$

Преобразуем подынтегральное выражение так, чтобы была одна сменная – угол α. Для этого выразим длину элемента провода dl через угол $d\alpha$: $dl = rd\alpha / \sin\alpha$ (рисунок. 2.2).

Тогда подынтегральное выражение $\dfrac{\sin\alpha}{r^2}dl$ запишем в виде $\dfrac{\sin\alpha}{r^2}\dfrac{rd\alpha}{\sin\alpha} = \dfrac{d\alpha}{r}$. Заметим, что переменная r также зависит от α, $(r = r_0 / \sin\text{a})$,следовательно,

$$\frac{d\alpha}{r} = \frac{\sin\alpha}{r_0}d\alpha.$$

Таким образом, выражение (2) можно переписать в виде:

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi r_0} \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \sin\ \alpha d\alpha,$$

где α_1 и α_2 – пределы интегрирования.

Выполним интегрирование:

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi r_0} (\cos\ \alpha_1 - \cos\ \alpha_2). \qquad (3)$$

Заметим, что при симметричном расположении точки А относительно отрезка провода $\cos\ \alpha_2 = -\cos\ \alpha_1$. С учетом этого формула (3) примет вид

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r_0} \cos\ \alpha_1. \qquad (4)$$

Из рисунка. 2.2 следует

$$\cos \alpha_1 = \frac{l / 2}{\sqrt{(l / 2)^2 + r_0^2}} = \frac{l}{\sqrt{4r_0^2 + l^2}}.$$

Подставив выражение $\cos\alpha_1$ в формулу (4), получим

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r_0} \frac{l}{\sqrt{4r_0^2 + l^2}}. \qquad (5)$$

Проведя вычисление по формуле (5), найдем

$$B = 26,7\ \text{мкТл} \cdot$$

Направление вектора магнитной индукции $\vec{B}$ поля, создаваемого прямым током, можно определить по правилу буравчика (правило правого винта). Для этого проводим магнитную силовую линию (штриховая линия на рисунке. 2.3) и по касательной к ней в интересующей нас точке проводим вектор $\vec{B}$. Вектор магнитной индукции $\vec{B}$ в точке А (рисунок. 2.2) направлен перпендикулярно к плоскости черчения от нас.

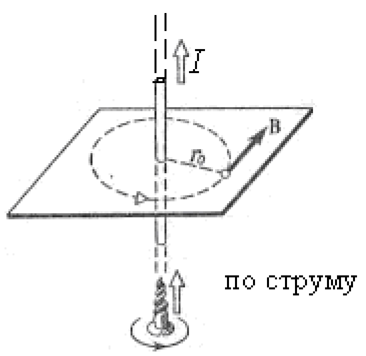


Рисунок 2.3 – Действие правила правого винта

Пример 2. Два параллельных бесконечно длинных провода D и C, по которым текут в одном направлении электрические токи силой $I = 60$ А, расположены на расстоянии $d = 10$ см друг от друга. Определить магнитную индукцию $\vec{B}$ поля, создаваемого проводниками с током в точке A (рисунок. 2.4), отстоящей от оси одного проводника на расстоянии $r_1 = 5$ см, от другого – $r_2 = 12$ см.

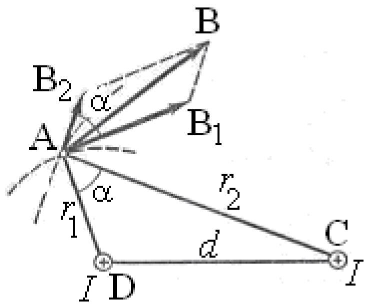


Рисунок 2.4 – Определение вектора индукции $\vec{B}$, создаваемого двумя параллельными бесконечно длинными проводами D и C

Решение. Для нахождения магнитной индукции $\vec{B}$ в точке A воспользуемся принципом суперпозиции магнитных полей. Для этого определим направления магнитных индукций $\vec{B}_1$ и $\vec{B}_2$ полей, создаваемых каждым проводником с током в отдельности, и сложим их геометрически:

$$\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2.$$

Модуль вектора $\vec{B}$ может быть найден по теореме косинусов

$$B = \sqrt{B_1^2 + B_2^2 + 2B_1B_2 \cos\alpha}, \qquad (1)$$

где α – угол между векторами $\vec{B}_1$ и $\vec{B}_2$.

Магнитные индукции $\vec{B}_1$ и $\vec{B}_2$ выражаются соответственно через силу тока I и расстояния r_1 и r_2 от проводов до точки A

$$B_1 = \mu_0 I / (2\pi r_1); \qquad B_2 = \mu_0 I / (2\pi r_2).$$

Подставляя выражения B_1 и B_2 в формулу (1) и вынося $\mu_0 I / (2\pi)$ за знак корня, получим

$$B = (\mu_0 I / 2\pi)\sqrt{r_1^{-2} + r_2^{-2} + 2(r_1 r_2)^{-1} \cos\alpha}. \qquad (2)$$

Вычислим $\cos\alpha$. Заметив, что $\alpha = \angle DAC$ (как углы с соответственно перпендикулярными сторонами), по теореме косинусов запишем

$$d^2 = r_1^2 + r_2^2 - 2r_1 r_2 \cos\alpha,$$

где d – расстояние между проводами. Отсюда

$$cos\,\alpha=\frac{r_1^2+r_2^2-d^2}{2r_1r_2};\qquad \cos\alpha=\frac{5^2+12^2-10^2}{2\cdot5\cdot12}=\frac{23}{40}.$$

Подставим в формулу (2) числовые значения физических величин и произведем вычисления:

$$B=\frac{4\cdot3{,}14\cdot10^{-7}\cdot60}{2\cdot3{,}14}\sqrt{\frac{1}{(0{,}05)^2}+\frac{1}{(0{,}12)^2}\cdot\frac{2}{0{,}05\cdot0{,}12}\cdot\frac{23}{40}}\ \text{Тл}=308\ \text{мкТл}.$$

Пример 3. По тонкому проводящему кольцу радиусом $R=10$ см течет ток I = 80 А. Найти магнитную индукцию $\vec{B}$ в точке А, равноудаленной от всех точек кольца на расстояние $r=20$ см.

Решение. Для решения задачи воспользуемся законом Био – Савара – Лапласа:

$$d\vec{B}=\mu_0 I\left[d\vec{l}\vec{r}\right]/\,4\pi r^2,$$

где $d\vec{B}$ – магнитная индукция поля, создаваемого элементом тока $Id\vec{l}$ в точке, определяемой радиусом-вектором $\vec{r}$.

Выделим на кольце элемент $d\vec{l}$ и от него в точку А проведем радиус-вектор $\vec{r}$ (рисунок. 2.5). Вектор $d\vec{B}$ направим согласно правилу буравчика.

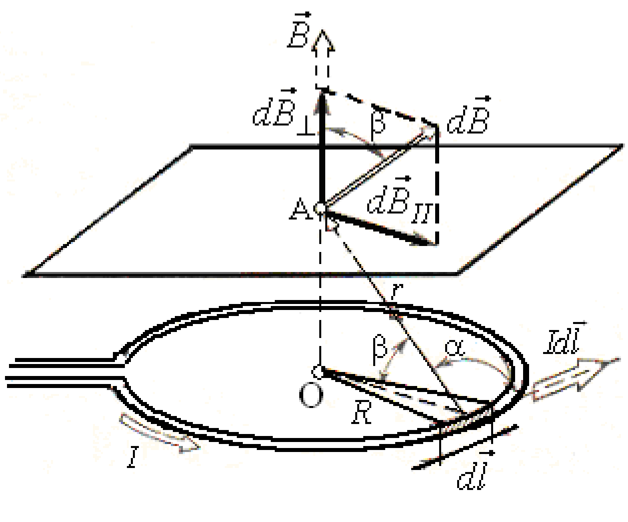


Рисунок 2.5 – Расположение точки А относительно кольца

Согласно принципу суперпозиции магнитных полей, магнитная индукция $\vec{B}$ в точке А определяется интегрированием:

$$\vec{B}=\int_l d\vec{B},$$

где интегрирование ведется по всем элементам dl кольца.

Разложим вектор $d\vec{B}$ на две составляющие: $d\vec{B}_\perp$, перпендикулярную плоскости кольца, и $d\vec{B}_{II}$, параллельную плоскости кольца, т. е.

$$d\vec{B} = d\vec{B}_\perp + d\vec{B}_{II},$$

тогда

$$\vec{B} = \int_l d\vec{B}_\perp + \int_l d\vec{B}_{II}.$$

Заметив, что $\int_l d\vec{B}_{II} = 0$ из соображений симметрии и что векторы $d\vec{B}_\perp$ от различных элементов dl сонаправлены, заменим векторное суммирование (интегрирование) скалярным:

$$B = \int_l dB_\perp,$$

где $dB_\perp = dB\, cos\, \beta$ и $dB = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{Idl}{r^2}$ (поскольку $d\vec{l}$ перпендикулярен $\vec{r}$ и, следовательно, $\sin\alpha = 1$). Таким образом:

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I}{r^2} cos\, \beta \int_0^{2\pi R} dl = \frac{\mu_0\, cos\, \beta \cdot 2\pi R}{4\pi r^2}.$$

После сокращения на 2π и замены $cos\, \beta$ на R/r (рисунок. 2.5) получим:

$$B = \mu_0 IR^2 / 2r^3.$$

Проверим, дает ли правая часть равенства единицу магнитной индукции (Тл):

$$\frac{[\mu_0][I]\left[R^2\right]}{\left[r^3\right]} = \frac{1\ \text{Гн} \cdot 1\ \text{А} \cdot 1\ \text{м}^2}{\text{м} \cdot 1\ \text{м}^3} = \frac{1\ \text{Гн} \cdot 1\ \text{А}^2}{1\ \text{А} \cdot 1\ \text{м}^2} = \frac{1\ \text{Дж}}{1\ \text{А} \cdot 1\ \text{м}^2} = \frac{1\ \text{Н} \cdot 1\ \text{м}}{1\ \text{А} \cdot 1\ \text{м}^2} = 1\ \text{Тл}.$$

Здесь мы воспользовались определяющей формулой для магнитной индукции:

$$B = M_{\max} / p.$$

Тогда

$$1\ \text{Тл} = \frac{1\ \text{Н} \cdot 1\ \text{м}}{1\ \text{А} \cdot 1\ \text{м}^2}.$$

Выразим все величины в единицах СИ и произведем вычисления:

$$B = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 80 \cdot (0,1)^2}{2 \cdot (0,2)^3}\ \text{Тл} = 6,28 \cdot 10^{-5}\ \text{Тл} \ = \ 62,8\ \text{мкТл}.$$

Вектор $\vec{B}$ направлен по оси кольца (пунктирная стрелка на рисунке. 2.5) в соответствии с правилом буравчика.

Пример 4. Длинный провод с током $I = 50$ А изогнут под углом $\alpha = 2\pi/3$. Определить магнитную индукцию $\vec{B}$ в точке А (рисунок. 2.6). Расстояние $d = 5$ см.

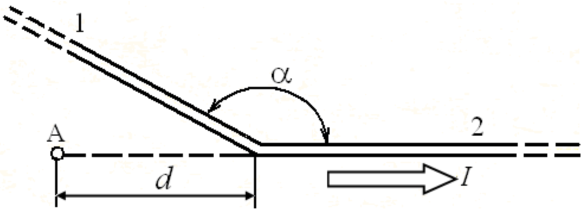


Рисунок 2.6 – Расположение точки А относительно изогнутого провода

Решение. Изогнутый провод можно рассматривать как два длинных провода, концы которых соединены в точке О (рисунок. 2.7). В соответствии с принципом суперпозиции магнитных полей магнитная индукция $\vec{B}$ в точке А будет равна геометрической сумме магнитных индукций $\vec{B}_1$ и $\vec{B}_2$ полей, создаваемых отрезками длинных проводов 1 и 2, т. е. $\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2$. Магнитная индукция $\vec{B}_2$ равна нулю. Это вытекает из закона Био – Савара – Лапласа, согласно которому в точках, лежащих на оси провода, $d\vec{B} = 0$ $([d\vec{l}\vec{r}] = 0)$.

Магнитную индукцию B_1 найдем, воспользовавшись соотношением (3), найденным в примере 1:

$$B_1 = \frac{\mu_0 I}{4\pi r_0}(\cos\alpha_1 - \cos\alpha_2),$$

где r_0 – кратчайшее расстояние от провода 1 до точки А (рисунок. 2.7)

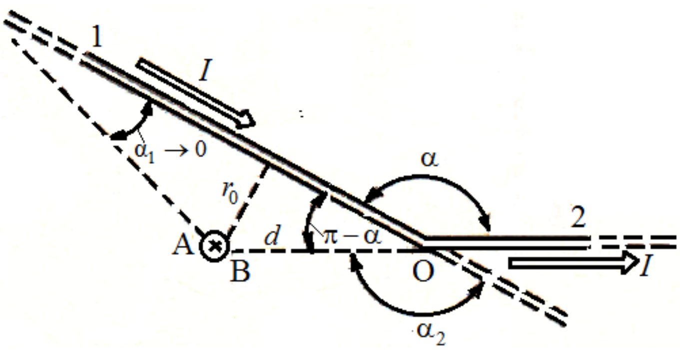


Рисунок 2.7 – Вспомогательные построения для примера 4

В нашем случае $\alpha_1 \to 0$ (провод длинный), $\alpha_2 = \alpha = 2\pi/3$ $(\cos\alpha_2 =$

$= \cos(2\pi/3) = -1/2).$ Расстояние $r_0 = d\ \sin(\pi - \alpha) = d\ \sin(\pi/3) = d\sqrt{3/2}.$

Тогда магнитная индукция

$$B_1 = \frac{\mu_0 I}{4\pi d\sqrt{3}/2}(1 + 1/2).$$

Так как $B = B_1$ $(B_2 = 0)$, то

$$B = \sqrt{3}\mu_0 I / 4\pi d.$$

Вектор $\vec{B}$ сонаправлен с вектором $\vec{B}_1$ и определяется правилом правого винта. На рисунок. 2.7 это направление указано крестиком в кружочке (перпендикулярно плоскости чертежа от нас).

Проверка единиц аналогична выполненной в примере 3. Произведем вычисления:

$$B = \frac{\sqrt{3}\cdot 4\pi\cdot 10^{-7}\cdot 50}{4\pi\cdot 5\cdot 10^{-2}}\ \text{Тл} = 3{,}46\cdot 10^{-5}\,\text{Тл} = 34{,}6\ \text{мкТл}.$$

Пример 5. Два бесконечно длинных провода скрещены под прямым углом (рисунок. 2.8). По проводам текут токи $I_1 = 80$ А и $I_2 = 60$ А. Расстояние d между проводами равно 10 см. Определить магнитную индукцию $\vec{B}$ в точке А, одинаково удаленной от обоих проводов.

Решение. В соответствии с принципом суперпозиции магнитных полей магнитная индукция $\vec{B}$ поля, создаваемого токами I_1 и I_2, определяется выражением $\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2$, где $\vec{B}_1$ – магнитная индукция поля, созданного в точке А током I_1; $\vec{B}_2$ – магнитная индукция поля, созданного в точке А током I_2.

Рисунок 2.8 – Расположение точки А относительно проводов с токами I_1 и I_2

Заметим, что векторы $\vec{B}_1$ и $\vec{B}_2$ взаимно перпендикулярны (их направления находятся по правилу буравчика и изображены в двух проекциях на рисунке. 2.9). Тогда модуль вектора $\vec{B}$ можно определить по теореме Пифагора:

$$B = \left|\vec{B}\right| = \sqrt{B_1^2 + B_2^2},$$

где B_1 и B_2 – определяются по формулам расчета магнитной индукции для бесконечно длинного прямолинейного провода с током:

$$B_1 = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi r_0} \quad \text{и} \quad B_2 = \frac{\mu_0 I_2}{2\pi r_0}.$$

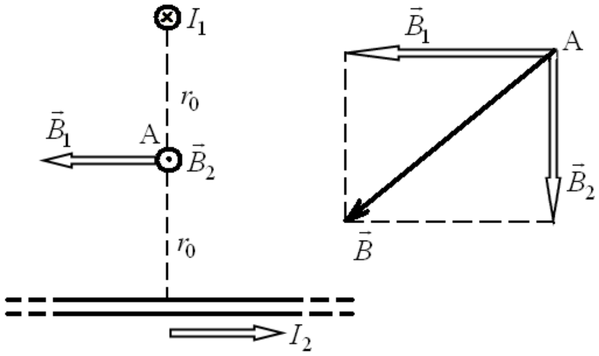


Рисунок 2.9 – Определение направления вектора магнитной индукции $\vec{B}$ в точке А

В нашем случае $r_0 = d/2$, тогда:

$$B = \frac{\mu_0}{\pi d}\sqrt{I_1^2 + I_2^2}.$$

Проверка единиц величин аналогична выполненной в примере 3. Произведем вычисления:

$$B = \frac{4\pi \cdot 10^{-7}}{\pi \cdot 10^{-1}}\sqrt{80^2 + 60^2}\ \text{Тл} = 4 \cdot 10^{-4}\ \text{Тл} = 400\ \text{мкТл}.$$

Пример 6. По двум параллельным прямым проводам длиной $l = 2{,}5$ м каждый, находящимся на расстоянии $d = 20$ см друг от друга, текут одинаковые токи $I = 1$ кА. Вычислить силу взаимодействия токов.

Решение. Взаимодействие двух проводов, по которым текут токи, осуществляется через магнитное поле. Каждый ток создает магнитное поле, которое действует на другой провод.

Предположим, что оба тока (обозначим их для удобства I_1 и I_2) текут в одном направлении. Ток I_1 создает в местоположении второго провода (с током I_2) магнитное поле.

Проведем линию магнитной индукции (пунктир на рисунке. 2.10) через второй провод и по касательной к ней – вектор магнитной индукции $\vec{B}_1$. Модуль магнитной индукции $\vec{B}_1$ определяется соотношением:

$$B_1 = \frac{\mu_0 I}{2\pi d}. \tag{1}$$

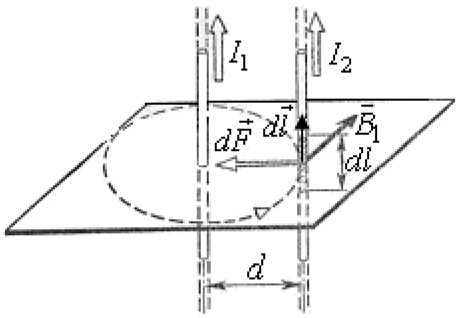


Рисунок 2.10 – Определение направления действия силы Ампера $d\vec{F}$, действующей на элемент $d\vec{l}$ провода

Согласно закону Ампера, на каждый элемент второго провода с током I_2 длиной dl действует в магнитном поле сила

$$dF = I_2 B_1 dl\ sin(d\widehat{\vec{1}\vec{B}}).$$

Поскольку вектор $d\vec{l}$ перпендикулярен вектору $\vec{B}_1$, то $sin(d\widehat{\vec{1}\vec{B}}) = 1$ и тогда

$$dF = I_2 B_1 dl.$$

Подставив в это выражение B_1 согласно (1), получим

$$dF = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi d} dl.$$

Силу F взаимодействия проводов с током найдем интегрированием:

$$F = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi d} \int_0^l dl = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi d} l.$$

Заметив, что $I_1 = I_2 = I$,получим:

$$F = \frac{\mu_0 I^2 l}{2\pi d}.$$

Убедимся в том, что правая часть этого равенства дает единицу силы (Н):

$$\frac{[\mu_0]\left[I^2\right][l]}{[d]} = \frac{1\ \text{Гн/м} \cdot (1\ \text{А})^2 \cdot 1\ \text{м}}{1\ \text{м}} = \frac{1\ \text{Дж}}{1\ \text{м}} = 1\ \text{Н}.$$

Произведем вычисления:

$$F = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot (10^3)^2 \cdot 2{,}5}{2\pi \cdot 0{,}2}\ \text{Н} = 2{,}5\ \text{Н}.$$

Сила $\vec{F}$ сонаправлена с силой $d\vec{F}$ (рисунке. 2.10) и определяется (в данном случае проще) правилом левой руки.

Пример 7. Бесконечно длинный провод согнут так, как это изображено на рисунке. 2.11. Радиус R дуги окружности равен 10 см. Определить магнитную индукцию $\vec{B}$ поля, создаваемого в точке О током $I = 80$ А, текущим по этому проводу.

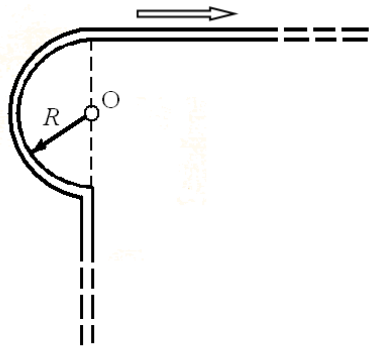


Рисунок 2.11 – Расположение точки О относительно провода с током

Решение. Магнитную индукцию $\vec{B}$ в точке О найдем, используя принцип суперпозиции магнитных полей: $\vec{B} = \sum \vec{B}_i$. В нашем случае провод можно разбить на три части (рисунок. 2.12): два прямолинейных провода (1 и 3), одним концом уходящие в бесконечность, и дугу полуокружности (2) радиуса R. Тогда

$$\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 + \vec{B}_3,$$

где $\vec{B}_1$, $\vec{B}_2$ и $\vec{B}_3$ – магнитные индукции в точке О, создаваемые током, текущим соответственно на первом, втором и третьем участках провода.

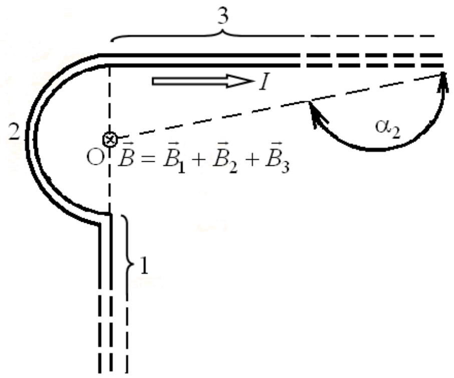


Рисунок 2.12 – Определение направления вектора магнитной индукции $\vec{B}$ в точке О

Поскольку точка О лежит на оси провода 1, то $\vec{B}_1 = 0$ и тогда

$$\vec{B} = \vec{B}_2 + \vec{B}_3.$$

Учитывая, что векторы $\vec{B}_2$ и $\vec{B}_3$ направлены согласно правилу буравчика перпендикулярно плоскости чертежа от нас, то геометрическое суммирование можно заменить алгебраическим:

$$B = B_2 + B_3.$$

Магнитную индукцию B_2 найдем, воспользовавшись выражением для магнитной индукции в центре кругового тока:

$$B = \mu_0 I / 2R.$$

В нашем случае магнитное поле в точке О создается лишь половиной такого кругового тока, поэтому

$$B_2 = \frac{\mu_0 I}{4R}.$$

Магнитную индукцию B_3 найдем, воспользовавшись соотношением (3), выведенным в примере 1:

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi r_0}(cos\ \alpha_1 - cos\ \alpha_2).$$

В нашем случае $r_0 = R,$ $\alpha_1 = \pi / 2$ $(cos\ \alpha_1 = 0)$, $\alpha_2 \to \pi$ $(cos\ \alpha_2 = -1).$ Тогда

$$B_3 = \mu_0 I / 4\pi R.$$

Используя найденные выражения для B_2 и B_3, получим:

$$B = B_2 + B_3 = \frac{\mu_0 I}{4R} + \frac{\mu_0 I}{4\pi R}$$

или

$$B = \mu_0 I(\pi + 1) / 4\pi R.$$

Проверка единиц величин аналогична выполненной в примере 3. Произведем вычисления:

$$B = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 80}{4\pi \cdot 0{,}1}\left(\pi + 1\right) \text{ Тл} = 3{,}31 \cdot 10^{-4} \text{ Тл}$$

или

$$B = 331 \text{ мкТл}.$$

Пример 8. Протон, прошедший ускоряющую разность потенциалов $U = 600$ В, влетел в однородное магнитное поле с индукцией $B = 0{,}3$ Тл и начал двигаться по окружности (рисунок. 2.13). Вычислить радиус R окружности.

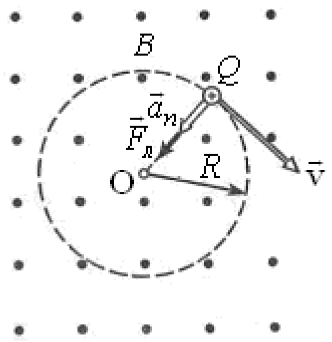


Рисунок 2.13 –Движение протона в магнитном поле с индукцией В

Решение. Движение заряженной частицы в однородном магнитном поле будет происходить по окружности только в том случае, когда частица влетит в магнитное поле перпендикулярно линиям магнитной индукции $\vec{v} \perp \vec{B}$. Так как сила Лоренца перпендикулярна вектору $\vec{v}$, то она сообщит частице (протону) нормальное ускорение $\vec{a}_n$.

Согласно второму закону Ньютона:

$$\vec{F}_л = m\vec{a}_n, \tag{1}$$

где m – масса протона.

На рисунке. 2.13 совмещена траектория протона с плоскостью чертежа и дано (произвольно) направление вектора $\vec{v}$. Силу Лоренца направим перпендикулярно вектору $\vec{v}$ к центру окружности (векторы $\vec{a}_n$ и $\vec{F}_л$ сонаправлены). Используя правило левой руки, определим направление магнитных силовых линий (направление вектора $\vec{B}$).

Перепишем выражение (1) в скалярной форме (в проекции на радиус):

$$F_л = ma_n. \qquad (2)$$

В скалярной форме $F_л = Q\upsilon B\, sin\,\alpha.$ В нашем случае $\vec{v} \perp \vec{B}$ и $sin\,\alpha = 1$, тогда $F_л = Q\upsilon B.$ Так как нормальное ускорение $a_n = \upsilon^2 / R$, то выражение (2) перепишем так:

$$Q\upsilon B = m\upsilon^2 / R.$$

Отсюда находим радиус окружности:

$$R = m\upsilon / (QB).$$

Заметив, что $m\upsilon$ – импульс протона (p), это выражение можно записать в виде:

$$R = p / (QB). \qquad (3)$$

Импульс протона найдем, воспользовавшись связью между работой сил электрического поля и изменением кинетической энергии протона, т. е:

$$Q(\varphi_1 - \varphi_2) = T_2 - T_1,$$

где $\varphi_1 - \varphi_2$ – ускоряющая разность потенциалов (или ускоряющее напряжение U);

T_1 и T_2 – начальная и конечная кинетические энергии протона.

Пренебрегая начальной кинетической энергией протона $(T_1 \approx 0)$ и выразив кинетическую энергию T_2 через импульс p, получим:

$$QU = p^2 / (2m).$$

Найдем из этого выражения импульс $p = \sqrt{2mQU}$ и подставим его в формулу (3):

$$R = \frac{\sqrt{2mQU}}{QB} = \frac{\sqrt{2mU / Q}}{B}. \qquad (4)$$

Убедимся в том, что правая часть равенства дает единицу длины (м):

$$\frac{\left[m^{1/2}\right]\left[U^{1/2}\right]}{\left[B\right]\left[Q^{1/2}\right]} = \frac{1}{1\text{Тл}}\left(\frac{1\text{ кг}\cdot 1\text{ В}}{1\text{ Кл}}\right)^{1/2} = \frac{\left(1\text{ кг}\right)^{1/2} 1\text{ А}\cdot\text{м}^2 (1\text{ Дж})^{1/2}}{1\text{ Дж}\cdot 1\text{ Кл}} =$$

$$= \frac{\left(1\text{ кг}\right)^{1/2}\cdot\text{м}^2}{\left(1\text{ Дж}\right)^{1/2}\cdot 1\text{ с}} = \frac{\left(1\text{ кг}\right)^{1/2}\cdot\text{м}^2}{\left(1\text{ кг}\right)^{1/2}\cdot\text{м/с}\cdot\text{с}} = 1\text{ м}.$$

Подставим в формулу (4) числовые значения физических величин и произведем вычисления:

$$R = \frac{1}{0,3}\sqrt{\frac{2\cdot 1,67\cdot 10^{-27}\cdot 600}{1,6\cdot 10^{-19}}}\ \text{м} = 0,0118\ \text{м} = 11,8\ \text{мм}.$$

Пример 9. Электрон, влетев в однородное магнитное поле ($B = 0,2$ Тл), стал двигаться по окружности радиуса $R = 5$ см. Определить магнитный момент p_m эквивалентного кругового тока.

Решение. Электрон начинает двигаться по окружности, если он влетает в однородное магнитное поле перпендикулярно линиям магнитной индукции. На рисунке. 2.14 линии магнитной индукции перпендикулярны плоскости чертежа и направлены от нас (обозначены крестиками).

Движение электрона по кругу эквивалентно круговому току, который в данном случае определяется выражением

$$I_{екв} = \frac{|e|}{T},$$

где e – заряд электрона;

T – период его обращения.

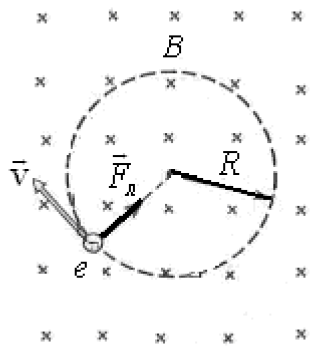


Рисунок 2.14 –Движение электрона в магнитном поле с индукцией B

Период обращения можно выразить через скорость электрона υ и путь, проходимый электроном за период $T = \upsilon/(2\pi R)$. Тогда

$$I_{экв} = |e|\upsilon/(2\pi R). \tag{1}$$

Зная $I_{экв}$, найдем магнитный момент эквивалентного кругового тока. По определению, магнитный момент контура с током выражается соотношением:

$$p_m = I_{экв}S, \tag{2}$$

где S – площадь, которая ограничена окружностью, описываемой электроном ($S = \pi R^2$).

Подставив $I_{экв}$ из (1) в выражение (2), получим:

$$p_m = \frac{|e|\upsilon}{2\pi R}\pi R^2.$$

Сократим на πR и перепишем это выражение в виде:

$$p_m = \frac{1}{2}|e|\upsilon R. \quad (3)$$

В полученном выражении известной является скорость электрона, которая связана с радиусом R окружности, по которой он движется, соотношением $R = m\upsilon/(QB)$ (см. пример 8). Заменив Q на $|e|$, найдем интересующую нас скорость $\upsilon = |e|BR/m$ и подставим ее в формулу (3):

$$p_m = \frac{|e^2|BR^2}{2m}.$$

Убедимся в том, что правая часть равенства дает единицу магнитного момента $(\text{А}\cdot\text{м}^2)$:

$$\frac{\left[e^2\right]\left[B\right]\left[R^2\right]}{\left[m\right]} = \frac{\left(1\ \text{Кл}\right)^2 \cdot 1\ \text{Тл}\cdot(1\text{м})^2}{1\ \text{кг}} = \frac{(1\ \text{Кл})^2\cdot 1\ \text{Н}}{1\ \text{кг}\cdot 1\ \text{А}\cdot\text{м}} =$$

$$= \frac{(1\ \text{А})^2\cdot \text{с}^2\cdot\text{кг}\cdot\text{м}\cdot\text{м}^2}{1\ \text{А}\cdot\text{м}\cdot\text{кг}\cdot\text{с}^2} = 1\ \text{Ам}^2.$$

Произведем вычисления:

$$p_m = \frac{(1{,}6\cdot 10^{-19})^2\cdot 0{,}2\cdot(0{,}05)^2}{2\cdot 9{,}1\cdot 10^{-31}}\ \text{А}\cdot\text{м}^2 = 7{,}03\cdot 10^{-12}\ \text{А}\cdot\text{м}^2 =$$

$$= 7{,}03\ \text{пА}\cdot\text{м}^2.$$

Пример 10. Электрон движется в однородном магнитном поле ($B = 10$ мТл) по винтовой линии, радиус R которой равен 1 см и шаг $h = 6$ см. Определить период T обращения электрона и его скорость υ.

Решение. Электрон будет двигаться по винтовой линии, если он влетает в однородное магнитное поле под некоторым углом ($\alpha \neq \pi/2$) к линиям магнитной индукции. Разложим, как это показано на рисунке. 2.15, скорость $\vec{v}$ электрона на две составляющие: параллельную вектору $\vec{B}$ ($\vec{v}_{II}$) и перпендикулярную ему ($\vec{v}_{\perp}$).

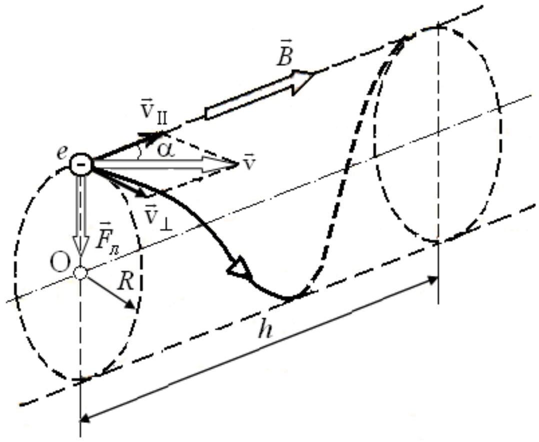


Рисунок 2.15 –Движение электрона по винтовой линии в однородном магнитном поле

Скорость $\vec{v}_{II}$ в магнитном поле не изменяется и обеспечивает перемещение электрона вдоль силовой линии. Скорость $\vec{v}_\perp$ в результате действия силы Лоренца будет изменяться лишь по направлению ($\vec{F}_л \perp \vec{v}_\perp$) (при отсутствии параллельной составляющей ($\vec{v}_{II} = 0$) движение электрона происходило бы по окружности в плоскости, перпендикулярной магнитным силовым линиям). Таким образом, электрон будет участвовать одновременно в двух движениях: равномерном перемещении со скоростью υ_{II} и равномерном движении по окружности со скоростью $\upsilon_\perp$.

Период обращения электрона связан с перпендикулярной составляющей скорости соотношением:

$$T = 2\pi R / \upsilon_\perp. \qquad (1)$$

Найдем отношение $R/\upsilon_\perp$. Для этого воспользуемся тем, что сила Лоренца сообщает электрону нормальное ускорение $a_n = \upsilon_\perp^2 / R$. Согласно второму закону Ньютона можно написать:

$$F_л = ma_n$$

или

$$|e|\upsilon_\perp B = m\upsilon_\perp^2 / R, \qquad (2)$$

где $\upsilon_\perp = \upsilon \sin\alpha$.

Сократив (2) на $\upsilon_\perp$, выразим соотношение $R/\upsilon_\perp$ ($R/\upsilon_\perp = m/|e|B$) и подставим его в формулу (1):

$$T = 2\pi m / |e| B.$$

Убедимся в том, что правая часть равенства дает единицу времени (с):

$$\frac{[m]}{[e][B]}=\frac{1\text{ кг}}{1\text{ Кл}\cdot 1\text{ Тл}}=\frac{1\text{ кг}\cdot\text{А}\cdot\text{м}^2}{1\text{ А}\cdot\text{с}\cdot\text{Н}\cdot\text{м}}=\frac{1\text{ кг}\cdot\text{с}^2\cdot\text{м}^2}{1\text{ с}\cdot\text{кг}\cdot\text{м}^2}=1\text{ с}.$$

Произведем вычисления:

$$T=\frac{2\pi\cdot 9{,}1\cdot 10^{-31}}{1{,}6\cdot 10^{-19}\cdot 10\cdot 10^{-3}}\text{ с}=3{,}57\cdot 10^{-9}\text{ с}=3{,}57\text{ нс}.$$

Модуль скорости υ, как это видно из рисунка. 2.15, можно выразить через $\upsilon_\perp$ и υ_{II}:

$$\upsilon=\sqrt{\upsilon_\perp^2+\upsilon^2_{II}}.$$

Из формулы (2) выразим перпендикулярную составляющую скорости:

$$\upsilon_\perp=\frac{|e|BR}{m}.$$

Параллельную составляющую скорости υ_{II} найдем из следующих соображений. За время, равное периоду обращения T, электрон пройдет вдоль силовой линии расстояние, равное шагу винтовой линии, т. е. $h=T\upsilon_{II}$, откуда

$$\upsilon_{II}=h/T.$$

Подставив вместо T правую часть выражения (2), получим

$$\upsilon_{II}=\frac{|e|Bh}{2\pi m}.$$

Таким образом, модуль скорости электрона:

$$\upsilon=\sqrt{\upsilon_\perp^2+\upsilon_{II}^2}=\frac{|e|B}{m}\sqrt{R^2+\left(\frac{h}{2\pi}\right)^2}.$$

Убедимся в том, что правая часть равенства дает единицу скорости (м/с). Для этого заметим, что R и h имеют одинаковую единицу – метр (м). Поэтому в квадратных скобках поставим только одну из величин (например, R):

$$\frac{[e][B]}{[m]}\left[R^2\right]^{1/2}=\frac{1\text{ Кл}\cdot 1\text{ Тл}}{1\text{ кг}}(\text{м}^2)^{1/2}=\frac{1\text{ А}\cdot\text{с}\cdot\text{Н}\cdot\text{м}\cdot\text{м}}{\text{кг}\cdot\text{А}\cdot\text{м}^2}=\frac{1\text{ Н}\cdot\text{с}}{1\text{ кг}}=$$

$$=\frac{1\text{ кг}\cdot\text{м}\cdot\text{с}}{1\text{ кг}\cdot\text{с}^2}=1\text{ м/с}.$$

Произведем вычисления:

$$\upsilon = \frac{1,6\cdot 10^{-19}\cdot 10\cdot 10^{-3}}{9,1\cdot 10^{-31}}\left[\left(0,01\right)^2+\left(\frac{0,06}{2\pi}\right)^2\right]^{1/2} \text{ м/с} = 2,46\cdot 10^7 \text{ м/с}$$

или $24,6\cdot 10^7$ Мм/с.

Пример 11. Альфа-частица прошла ускоряющую разность потенциалов $U = 104$ В и влетела в скрещенные под прямым углом электрическое ($E = 10$ кВ/м) и магнитное ($B = 0,1$ Тл) поля. Найти отношение заряда альфа-частицы к ее массе, если, двигаясь перпендикулярно обоим полям, частица не испытывает отклонений от прямолинейной траектории.

Решение. Для того чтобы найти отношение заряда Q альфа-частицы к ее массе m, воспользуемся связью между работой сил элек-трического поля и изменением кинетической энергии частицы:

$$QU = m\upsilon^2/2,$$

откуда

$$Q/m = \upsilon^2/(2U). \qquad (1)$$

Скорость υ альфа-частицы найдем из следующих соображений. В скрещенных электрическом и магнитном полях на движущуюся заряженную частицу действуют две силы:

а) сила Лоренца $\vec{F}_л = Q\left[\vec{v}\vec{B}\right]$, направленная перпендикулярно скорости $\vec{v}$ и вектору магнитной индукции $\vec{B}$;

б) кулоновская сила $\vec{F}_к = Q\vec{E}$, сонаправленная с вектором напряженности $\vec{E}$ электростатического поля ($Q > 0$). На рисунке. 2.16 направим вектор магнитной индукции $\vec{B}$ вдоль оси Oz, скорость $\vec{v}$ – в положительном направлении оси Ox, тогда $\vec{F}_л$ и $\vec{F}_к$ будут направлены так, как показано на рисунке.

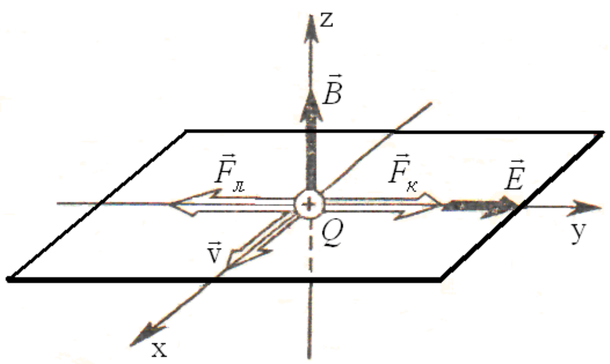


Рисунок 2.16 –Движение альфа-частицы в скрещенных полях

Альфа-частица не будет испытывать отклонения, если геометрическая сумма сил $\vec{F}_л + \vec{F}_к$ будет равна нулю. В проекции на ось Oy получим следующее равенство (при этом учтено, что $\vec{v} \perp \vec{B}$ и $\sin\alpha = 1$):

$$QE - Q\upsilon B = 0,$$

откуда

$$\upsilon = E / B.$$

Подставив это выражение скорости в формулу (1), получим:

$$Q / m = E^2 \Big/ (2UB^2).$$

Убедимся в том, что правая часть равенства дает единицу удельного заряда (Кл/кг):

$$\frac{\left[E^2\right]}{\left[U\right]\left[B^2\right]} = \frac{(1\ \text{В/м})^2}{1\ \text{В}\cdot(1\ \text{Тл})^2} = \frac{(1\ \text{В}\cdot\text{А})^2}{1\ \text{В}\cdot(1\ \text{Н})^2} = \frac{1\ \text{Дж}\cdot\text{Кл}}{(1\ \text{Н}\cdot\text{с})^2} = \frac{1\ \text{Кл}\cdot\text{м}}{1\ \text{Н}\cdot\text{с}^2} = 1\ \text{Кл/кг}.$$

Произведем вычисления:

$$\frac{Q}{m} = \frac{(10^4)^2}{2\cdot104(0{,}1)^2}\ \text{Кл/кг} = 4{,}81\cdot10^7\ \text{Кл/кг} = 48{,}1\ \text{МКл/кг}.$$

Пример 12. Короткая катушка, содержащая $N = 10^3$ витков, равномерно вращается с частотой $n = 10\ \text{с}^{-1}$ относительно оси AB, лежащей в плоскости катушки и перпендикулярной линиям однородного магнитного поля ($B = 0{,}04$ Тл) (рисунок. 2.17). Определить мгновенное значение ЭДС индукции для тех моментов времени, когда плоскость катушки составляет угол $\alpha = 60\,°$ с линиями поля. Площадь S катушки равна $100\ \text{см}^2$.

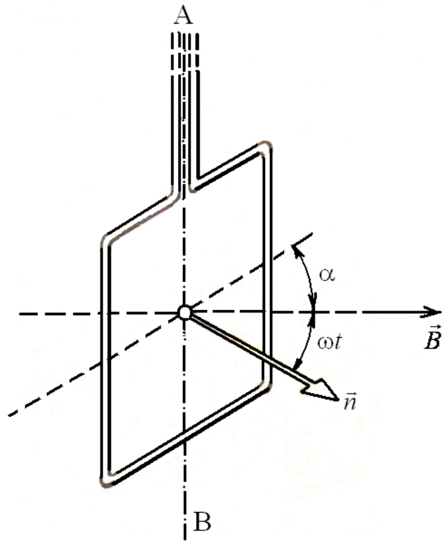


Рисунок 2.17 – Катушка в магнитном поле

Решение. Мгновенное значение ЭДС индукции ε_i определяется основным уравнением электромагнитной индукции Фарадея – Максвелла:

$$\varepsilon_i = -\frac{d\psi}{dt}. \qquad (1)$$

Потокосцепление $\psi = N\Phi$, где N – число витков катушки, пронизываемых магнитным потоком Ф. Подставив выражение ψ в формулу (1), получим:

$$\varepsilon_i = -N\frac{d\Phi}{dt}. \qquad (2)$$

При вращении катушки магнитный поток Ф, пронизывающий катушку в момент времени t, меняется по закону:

$$\Phi = BS\ cos\ \omega t,$$

где B – магнитная индукция;

S – площадь катушки;

ω – угловая скорость катушки.

Подставив в формулу (2) выражение магнитного потока Ф и продифференцировав по времени, найдем мгновенное значение ЭДС индукции:

$$\varepsilon_i = NBS\omega\ sin\ \omega t.$$

Заметив, что угловая скорость ω связана с частотой вращения n катушки соотношением $\omega = 2\pi n$ и что угол $\omega t = \pi/2 - \alpha$ (рисунок. 2.17), получим (учтено, что $\sin(\pi/2-\alpha) = cos\ \alpha$):

$$\varepsilon_i = 2\pi nNBS\ cos\ \alpha.$$

Убедимся в том, что правая часть этого равенства дает единицу ЭДС (В):

$$[n][B][S] = \frac{1\ \text{Тл}\cdot 1\ \text{м}^2}{1\ \text{с}} = \frac{1\ \text{Н}\cdot\text{м}^2}{1\ \text{А}\cdot\text{м}\cdot\text{с}} = \frac{1\ \text{Дж}}{1\ \text{Кл}} = 1\ \text{В}.$$

Произведем вычисление:

$$\varepsilon_i = 2\cdot 3{,}14\cdot 10\cdot 10^3\cdot 0{,}04\cdot 10^{-2}\cdot 0{,}5\ \text{В} = 25{,}1\ \text{В}.$$

Пример 13. Квадратная проволочная рамка со стороной $a = 5$ см и сопротивлением $R = 10$ мОм находится в однородном магнитном поле ($B = 40$ мТл). Нормаль к плоскости рамки составляет угол $\alpha = 30°$ с линиями магнитной индукции. Определить заряд Q, который пройдет по рамке, если магнитное полет выключить.

Решение. При выключении магнитного поля произойдет изменение магнитного потока. Вследствие этого в рамке возникнет ЭДС индукции, определяемая основным законом электромагнитной индукции

$$\varepsilon_i = -\frac{d\Phi}{dt}.$$

Возникшая ЭДС индукции вызовет в рамке индукционный ток, мгновенное значение которого можно определить, воспользовавшись законом Ома для полной цепи $I_i = \varepsilon_i / R$, где R – сопротивление рамки. Тогда

$$I_i R = -\frac{d\Phi}{dt}.$$

Поскольку мгновенное значение силы индукционного тока определяется как $I_i = \dfrac{dQ}{dt}$, то это выражение можно переписать в виде:

$$\frac{dQ}{dt}R = -\frac{d\Phi}{dt}, \quad \text{откуда} \quad dQ = -\frac{d\Phi}{R}. \qquad (1)$$

Проинтегрировав выражение (1), найдем:

$$\int_0^Q dQ = -\frac{1}{R}\int_{\Phi_1}^{\Phi_2} d\Phi \qquad \text{или} \qquad Q = \frac{\Phi_1 - \Phi_2}{R}.$$

Заметив, что при выключенном поле (конечное состояние) $\Phi_2 = 0$, последнее равенство перепишется в виде:

$$Q = \Phi_1 / R. \qquad (2)$$

Найдем магнитный поток Φ_1. По определению магнитного потока имеем:

$$\Phi_1 = BS\,cos\,\alpha,$$

где S – площадь рамки.

В нашем случае (рамка квадратная) $S = a^2$, тогда:

$$\Phi_1 = Ba^2 cos\,\alpha. \qquad (3)$$

Подставив (3) в (2), получим:

$$Q = \frac{Ba^2}{R} cos\,\alpha\,.$$

Убедимся в том, что правая часть этого равенства дает единицу заряда (Кл):

$$\frac{[B]\left[a^2\right]}{[R]}=\frac{1\ \text{Тл}\cdot(1\text{м})^2}{1\ \text{Ом}}=\frac{1\ \text{Н}\cdot\text{м}^2}{1\ \text{А}\cdot\text{м}\cdot\text{Ом}}=\frac{1\ \text{Дж}}{1\ \text{В}}=1\ \text{Кл}.$$

Произведем вычисление:

$$Q=\frac{0,04\cdot 25\cdot 10^{-4}\sqrt{3/2}}{0,01}\ \text{Кл}=8,67\cdot 10^{-3}\ \text{Кл}=8,67\ \text{мКл}.$$

Пример 14. Плоский квадратный контур со стороной $a=10$ см, по которому течет ток $I=100$ А, свободно установился в однородном магнитном поле ($B=1$Тл). Определить работу А, совершаемую внешними силами при повороте контура относительно оси, проходящей через середину его противоположных сторон, на угол: 1) $\varphi_1=90°$; 2) $\varphi_2=3°$. При повороте контура сила тока в нем поддерживается неизменной.

Решение. Как известно, на контур с током в магнитном поле действует момент силы (рисунок. 2.18):

$$M = p_m B\, sin\, \varphi, \tag{1}$$

где $p_m = IS = Ia^2$ – магнитный момент контура;

B – магнитная индукция;

φ – угол между векторами $\vec{p}_m$ (направленный по нормали к контуру) и $\vec{B}$.

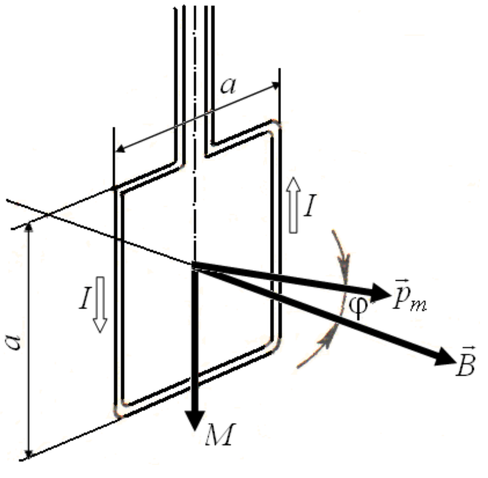


Рисунок 2.18 – Действие момента силы М на контур с током в магнитном поле

По условию задачи в начальном положении контур свободно установился в магнитном поле. При этом момент силы равен нулю ($M=0$), а значит, $\varphi=0$, то есть векторы $\vec{p}_m$ и $\vec{B}$ сонаправлены. Если внешние силы выведут контур из положения равновесия, то возникший момент сил будет стремиться возвратить контур в исходное положение. Против этого момента и будет совершаться работа внешними силами. Так как момент сил переменный (зависит от угла поворота φ), то для подсчета работы применим формулу работы в дифференциальной форме $dA = Md\varphi$. Учитывая формулу (1), получаем:

$$dA = IBa^2 sin\ \varphi\ d\varphi.$$

Взяв интеграл от этого выражения, найдем работу при повороте на конечный угол:

$$A = IBa^2 \int_0^{\varphi} sin\ \varphi\ d\varphi. \qquad (2)$$

Работа при повороте на угол $\varphi_1 = 90°$:

$$A_1 = IBa^2 \int_0^{\pi/2} sin\ \varphi\ d\varphi = IBa^2 \left|\left(-cos\ \varphi\right)\right|_0^{\pi/2} = IBa^2. \qquad (3)$$

Выразим числовые значения величин в единицах СИ ($I = 100$ А; $B = 1$ Тл; $a = 10$ см $= 0{,}1$ м) и подставим в (3):

$$A_1 = 100 \cdot 1 \cdot (0{,}1)^2 \text{ Дж} = 1 \text{ Дж}.$$

Работа при повороте на угол $\varphi_2 = 3°$. В этом случае, учитывая, что угол φ_2 малый, заменим в выражении (2) $sin\ \varphi \approx \varphi$:

$$A_2 = IBa^2 \int_0^{\varphi_2} \varphi\ d\varphi = \frac{1}{2} IBa^2 \varphi_2^2. \qquad (4)$$

Выразим угол φ_2 в радианах. После подстановки числовых значений величин в (4) найдем:

$$A_2 = \frac{1}{2} 100 \cdot 1 \cdot (0{,}1)^2 \cdot (0{,}0523)^2 \text{ Дж} = 1{,}37 \cdot 10^{-3} \text{ Дж} = 1{,}37 \text{ мДж}.$$

Задачу можно решить и другими способами:

1. Работа внешних сил по перемещению контура с током в магнитном поле равна произведению силы тока в контуре на изменение магнитного потока, пронизывающего контур:

$$A = -I\Delta\Phi = I(\Phi_1 - \Phi_2),$$

где Φ_1 – магнитный поток, который пронизывает контур до перемещения;

Φ_2 – то же, после перемещения.

Если $\varphi_1 = 90°$, то $\Phi_1 = BS$; $\Phi_2 = 0$. Следовательно:

$$A = IBS = IBa^2,$$

что совпадает с (3).

2. Воспользуемся выражением для механической потенциальной энергии контура с током в магнитном поле:

$$\Pi(\varphi) = -p_m B \cos\varphi.$$

Тогда работа внешних сил:

$$A = \Delta\Pi = \Pi_2 - \Pi_1$$

или

$$A = p_m B(\cos\varphi_1 - \cos\varphi_2).$$

Так как $p_m = Ia^2$; $\cos\varphi_1 = 1$ и $\cos\varphi_2 = 0$, то:

$$A = IBa^2,$$

что также совпадает с (3).

Пример 15. Соленоид с сердечником из немагнитного материала содержит $N = 1200$ витков провода, которые плотно прилегают друг к другу. При силе тока $I = 4$ А магнитный поток $\Phi = 6$ мкВб. Определить индуктивность L соленоида и энергию W магнитного поля соленоида.

Решение. Индуктивность L связана с потокосцеплением ψ и силой тока I соотношением:

$$\psi = LI. \tag{1}$$

Потокосцепление, в свою очередь, может быть определено через поток Ф и число витков N (при условии, что витки плотно прилегают друг к другу):

$$\psi = N\Phi. \tag{2}$$

Из формул (1) и (2) находим индуктивность соленоида

$$L = N\Phi / I. \tag{3}$$

Энергия магнитного поля соленоида

$$W = {}^1/_2 LI^2.$$

Выразив L согласно (3), получим:

$$W = {}^1/_2 N\Phi I. \tag{4}$$

Подставим в формулы (3) и (4) значение физических величин и произведем вычисление:

$$L = \frac{1,2\cdot 10^3 \cdot 6\cdot 10^{-6}}{4}\ \text{Гн} = 1,8\cdot 10^{-3}\ \text{Гн} = 1,8\ \text{мГн};$$

2.4 Задачи для самостоятельного решения

1. Напряженность магнитного поля $H = 100$ А/м. Вычислить магнитную индукцию B этого поля в вакууме. $[126$ мкТл$]$.

2. По двум длинным параллельным проводам текут в одинаковом направлении токи $I_1 = 10$ А и $I_2 = 15$ А. Расстояние между проводами $A = 10$ см. Определить напряженность H магнитного поля в точке, удаленной от первого провода на $r_1 = 8$ см и от второго на $r_2 = 6$ см. $[44,5$ А/м$]$.

3. Решить задачу 2 при условии, что токи текут в противоположных направлениях, точка удалена от первого провода на $r_1 = 15$ см и от второго на $r_2 = 10$ см. $[17,4$ А/м$]$.

4. По тонкому проводнику, изогнутому в виде правильного шестиугольника со стороной $a = 10$ см, идет ток $I = 20$ А. Определить магнитную индукцию B в центре шестиугольника. $[138$ мкТл$]$.

5. Обмотка соленоида содержит два слоя плотно прилегающих друг к другу витков провода диаметром $d = 0,2$ мм. Определить магнитную индукцию B на оси соленоида, если по проводу идет ток $I = 0,5$ А. $[6,28$ мТл$]$.

6. В однородном магнитном поле с индукцией $B = 0,01$ Тл помещен прямой проводник длиной $l = 20$ см (подводящие провода находятся вне поля). Определить силу F, действующую на проводник, если по нему течет ток $I = 50$ А, а угол φ между направлением тока и вектором магнитной индукции равен 300. $[50$ мН$]$.

7. Рамка с током $I = 5$ А содержит $N = 20$ витков тонкого провода. Определить магнитный момент p_m рамки с током, если ее площадь $S =$ 10 см^2. $\left[0,1\ \text{А}\cdot\text{м}^2\right]$.

8. По витку радиусом $R = 10$ см течет ток $I = 50$ А. Виток расположен в однородном магнитном поле $(B = 0,2$ Тл$)$. Определить момент силы M, действующей на виток, если плоскость витка составляет угол $\varphi = 60^0$ с линиями индукции. $[0,157$ Н$\cdot$м$]$.

9. Протон влетел в магнитное поле перпендикулярно линиям индукции и описал дугу радиусом $R = 10$ см. Определить скорость υ протона, если магнитная индукция $B = 1$ Тл. $\left[9{,}57 \text{ Мм/с}\right]$.

10. Определить частоту n обращения электрона по круговой орбите в магнитном поле $\left(B = 1 \text{ Тл}\right)$. $\left[2{,}8 \cdot 10^{10} \text{ с}^{-1}\right]$.

11. Электрон в однородном магнитном поле движется по винтовой линии радиусом $R = 5$ см и шагом $h = 20$ см. Определить скорость электрона υ, если магнитная индукция $B = 0{,}1$ Тл. $\left[1{,}04 \cdot 10^6 \text{ м/с}\right]$.

12. Кольцо радиусом $R = 10$ см находится в однородном магнитном поле $\left(B = 0{,}318 \text{ Тл}\right)$. Плоскость кольца составляет с линиями индукции угол $\varphi = 30^{0}$. Вычислить магнитный поток Ф, пронизывающий кольцо. $\left[5 \text{ мВб}\right]$.

13. По проводнику, согнутому в виде квадрата со стороной $a = 10$ см, течет ток $I = 20$ А. Плоскость квадрата перпендикулярна магнитным силовым линиям поля. Определить работу А, которую необходимо совершить для того, чтобы удалить проводник за пределы поля. Магнитная индукция $B = 0{,}1$ Тл. Поле считать однородным. $\left[0{,}02 \text{ Дж}\right]$.

14. Проводник длиной $l = 1$ м движется со скоростью $\upsilon = 5$ м/с перпендикулярно линиям индукции однородного магнитного поля. Определить магнитную индукцию В, если на концах проводника возникает разность потенциалов. $U = 0{,}02$ В $\left[4 \text{ мТл}\right]$.

15. Рамка площадью $S = 50 \text{ см}^2$, содержащая $N = 100$ витков, равномерно вращается в однородном магнитном поле $B = 40$ мТл. Определить максимальную ЭДС индукции ε_{max}, если ось вращения лежит в плоскости рамки и перпендикулярна линиям индукции, а рамка вращается с частотой $n = 960$ об/мин. $\left[2{,}01 \text{ В}\right]$.

16. Кольцо из провода сопротивлением $R = 1$ мОм находится в однородном магнитном поле $(B = 0{,}4 \text{ Тл})$. Плоскость кольца составляет с линиями индукции угол $\varphi = 90^0$. Определить заряд Q, который протечет по кольцу, если его выдернуть из поля. Площадь кольца $S = 10 \text{ см}^2$. $\left[0{,}4 \text{ Кл}\right]$.

17. Соленоид содержит $N = 4000$ витков провода, по которому течет ток $I = 20$ А. Определить магнитный поток Φ и потокосцепление Ψ, если индуктивность $L = 0{,}4$ Гн. $\left[2 \text{ мВб; } 8 \text{ Вб}\right]$.

18. На картонный каркас длиной $l = 50$ см и площадью сечения $S = 4 \text{ см}^2$ намотан в один слой провод диаметром $d = 0{,}2$ мм так, что вит-

ки плотно прилегают друг к другу (толщиной изоляции пренебречь). Определить индуктивность L получившегося соленоида. $\left[6,28\text{ мГн}\right]$.

19. Определить силу тока в цепи через $t = 0,01$ с после ее размыкания. Сопротивление цепи $R = 20$ Ом и индуктивность $L = 0,1$ Гн. Сила тока до размыкания цепи $I_0 = 50$ А. $\left[6,75\text{ А}\right]$.

20. По обмотке соленоида индуктивностью $L = 0,2$ Гн течет ток $I = 10$ А. Определить энергию W магнитного поля соленоида. $\left[10\text{ Дж}\right]$.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

Основная:

1. Воробьев А. А. Физика: методические указания и контрольные задания для студентов-заочников инженерно-технических специальностей вузов (включая сельскохозяйственные вузы) / А. А. Воробьев, В. П. Иванов, В. Г. Кондакова, А. Г. Чертов. – М.: Высш. шк., 1987. – 208 с.
2. Волькенштейн В. С. Сборник задач по общему курсу физики / В. С. Волькенштейн. – М.: Наука, 1979. – 462 с.
3. Детлаф А. А. Курс физики. Т. 1 / А. А. Детлаф, Б. М. Яворский, Л. Б. Милковская. – М.: Высш. шк., 1973–1979. – 384 с.
4. Зисман Г. А. Курс общей физики. Т. 1 / Г. А. Зисман, О. М. Тодес. – М.: Наука, 1972–1974. – 336 с.
5. Савельев И. В. Курс общей физики. Т.1 / И. В. Савельев. – М.: Наука, 1977–1979.– 517 с.
6. Трофимова Т. И. Курс физики / Т. И. Трофимова. – М.: Высш. шк., 1985. – 560 с.
7. Чертов А. Г. Задачник по физике / А. Г. Чертов, А. А. Воробьев. – М.: Высш. шк., 1981. – 491 с.
8. Фирганг Е. В. Руководство к решению задач по курсу общей физике / Е. В. Фирганг. – М.: Высш. шк., 1977. – 352 с.
9. Новодворская Е. М. Методика проведения упражнений по физике во втузе / Е. М. Новодворская, Э. Г. Дмитриев. – 3-е изд., перераб. и доп. – М.: Высш. шк., 1981. – 368 с.

Дополнительная:

1. Сена Л. А. Единицы физических величин и их размерности / Л. А Сена. – М.: Наука, 1977. – 304 с.
2. Сивухин Д. В. Общий курс физики. Т.1 / Д. В. Сивухин. – М.: Наука, 2002. – 559 с.
3. Чертов А. Г. Единицы физических величин / А. Г. Чертов. – М.: Высш. шк., 1977. – 287 с.

ПРИЛОЖЕНИЕ А

Таблица А.1 – Основные физические постоянные (округленные значения)

Физические постоянные	Обозначение	Значение
Нормальное ускорение свободного падения	g	$9,81$ м/с^2
Гравитационная постоянная	G	$6,67\cdot10^{-11}$ м$^3/\left(\text{кг}\cdot\text{с}^2\right)$
Постоянная Авогадро	NA	$6,02\cdot10^{23}$ моль$^{-1}$
Постоянная Больцмана	k	$1,38\cdot10^{-23}$ Дж/К
Элементарный заряд	e	$1,60\cdot10^{-19}$ Кл
Скорость света в вакууме	c	$3,00\cdot10^{8}$ м/с
Электрическая постоянная	ε_0	$8,85\cdot10^{-12}$ Ф/м
Магнитная постоянная	μ_0	$4\pi\cdot10^{-7}$ Гн/м

Таблица А.2 – Плотность твердых тел

Твердое тело	Плотность, кг/м^3	Твердое тело	Плотность, кг/м^3
Алюминий	2,70·103	Медь	8,9·3103
Барий	3,50·103	Никель	8,90·103
Ванадий	6,02·103	Свинец	11,3·103
Висмут	9,8·103	Серебро	10,5·103
Железо	7,88·103	Цезий	1,90·103
Литий	0,53·103	Цинк	7,15·103

Таблица А.3 – Плотность жидкостей

Жидкость	Плотность, кг/м^3	Жидкость	Плотность, кг/м^3
Вода (при 4° С)	$1,00\cdot10^3$	Сероуглерод	$1,26\cdot10^3$
Глицерин	$1,26\cdot10^3$	Спирт	$0,80\cdot10^3$
Ртуть	$13,6\cdot10^3$		

Таблица А.4 – Диэлектрическая проницаемость

Вещество	Проникновенность	Вещество	Проникновенность
Вода	81	Парафин	2,0
Масло трансформаторное	2,2	Стекло	7,0

Таблица А.5 – Удельное сопротивление металлов

Металл	Удельное сопротивление, $Ом \cdot м$	Металл	Удельное сопротивление, $Ом \cdot м$
Железо	$9,8 \cdot 10^{-8}$	Нихром	$1,1 \cdot 10^{-6}$
Медь	$1,7 \cdot 10^{-8}$	Серебро	$1,6 \cdot 10^{-8}$

Таблица А.6 – Энергия ионизации

Вещество	E_i, Дж	E_i, еВ
Водород	$2,18 \cdot 10^{-18}$	13,6
Гелий	$3,94 \cdot 10^{-18}$	24,6
Литий	$1,21 \cdot 10^{-17}$	75,6
Ртуть	$1,66 \cdot 10^{-18}$	10,4

Таблица А.7 – Подвижность ионов в газах, $м^2/(В \cdot с)$

Газ	Положительные ионы	Отрицательные ионы
Азот	$1,27 \cdot 10^{-4}$	$1,81 \cdot 10^{-4}$
Водород	$5,4 \cdot 10^{-4}$	$7,4 \cdot 10^{-4}$
Воздух	$1,4 \cdot 10^{-4}$	$1,9 \cdot 10^{-4}$
Цинк	$6,4 \cdot 10^{-19}$	4,0

Таблица А.8 – Масса и энергия покоя некоторых частиц

Частица	m		E_0	
	кг	а. е. м	Дж	МэВ
Электрон	$9,11 \cdot 10^{-31}$	0,00055	$8,16 \cdot 10^{-14}$	0,511
Протон	$1,672 \cdot 10^{-27}$	1,00728	$1,50 \cdot 10^{-10}$	938
Нейтрон	$1,675 \cdot 10^{-27}$	1,00867	$1,51 \cdot 10^{-10}$	939
Дейтрон	$3,35 \cdot 10^{-27}$	2,01335	$3,00 \cdot 10^{-10}$	1876
α-частица	$6,64 \cdot 10^{-27}$	4,00149	$5,96 \cdot 10^{-10}$	3733
π-мезон	$2,41 \cdot 10^{-28}$	0,14498	$2,16 \cdot 10^{-11}$	135

Таблица А.9 – Единицы СИ, имеющие специальные наименования

Величина		Единица		
Наименование	Размерность	Название	Обозначение	Выражение через основные и дополнительные единицы
1	2	3	4	5
Основные единицы				
Длина	L	метр	м	
Масса	M	килограмм	кг	
Время	T	секунда	с	
Сила электрического тока	I	ампер	А	
Произвольные единицы				
Энергия, работа, количество теплоты	L^2MI^{-2}	джоуль	Дж	$м^2 \cdot кг \cdot с^{-2}$
Мощность, поток энергии	L^2MT^{-3}	ватт	Вт	$м^2 \cdot кг \cdot с^{-3}$
Количество электричества (электрический. заряд)	TI	кулон	Кл	$с \cdot А$
Электрическая емкость	$L^{-2}M^{-1}T^4I^2$	фарад	Ф	$м^{-2} \cdot кг^{-1} \cdot с^4 \cdot А^2$
Электрическое сопротивление	$L^2MT^{-3}I^{-2}$	Ом	Ом	$м^2 \cdot кг \cdot с^{-3} \cdot А^{-2}$
Электрическая проводимость	$L^{-2}M^{-1}T^3I^2$	сименс	См	$м^{-2} \cdot кг^{-1} \cdot с^3 \cdot А^{-1}$
Электрическое напряжение, электрический потенциал, различие электрических потенциалов, ЭДС	$L^2MT^{-3}I^{-1}$	вольт	В	$м^2 \cdot кг \cdot с^{-3} \cdot А^{-1}$
Магнитный поток	$L^2MT^{-2}I^{-1}$	вебер	Вб	$м^2 \cdot кг \cdot с^{-2} \cdot А^{-1}$
Магнитная индукция	$MT^{-2}I^{-1}$	тесла	Тл	$кг \cdot с^{-2} \cdot А^{-1}$

Таблица А.10 – Множители и приставки для образования десятичных кратных и дольных единиц и их наименование

Приставка		Множитель	Приставка		Множитель
Наименование	Обозначение		Наименование	обозначения	
1	2	3	4	5	6
экса	Е	10^{18}	деци	д	10^{-1}
пэта	П	10^{15}	санти	с	10^{-2}
тера	Т	10^{12}	милли	м	10^{-3}
гига	Г	10^{9}	микро	мк	10^{-6}
мега	М	10^{6}	нано	н	10^{-9}
кило	к	10^{3}	пика	п	10^{-12}
гекто	г	10^{2}	фемто	ф	10^{-15}
дека	да	10^{1}	атто	а	10^{-18}

Таблица А.11 – Греческий алфавит

Обозначение букв		Название букв	Обозначение букв		Название букв
Α	α	альфа	Ν	ν	ню
Β	β	бета	Ξ	ξ	кси
Γ	γ	гамма	Ο	ο	омикрон
Δ	δ	дельта	Π	π	Пи
Ε	ε	эпсилон	Ρ	ρ	ро
Ζ	ς	дзета	Σ	σ	сигма
Η	η	эта	Τ	τ	тау
Θ	ϑ	тэта	Υ	υ	ипсилон
J	ι	йота	Φ	φ	фи
Κ	x	каппа	Χ	χ	хи
Λ	λ	лямбда	Ψ	ψ	пси
Μ	μ	ми	Ω	ω	омега

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ИЗДАНИЕ

Галиахметов Алмаз Мансурович

УЧЕБНО - МЕТОДИЧЕСКОЕ ПОСОБИЕ

К ПРАКТИЧЕСКИМ ЗАНЯТИЯМ И ОРГАНИЗАЦИИ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ ПО ОБЩЕМУ КУРСУ ФИЗИКИ (РАЗДЕЛЫ «ЭЛЕКТРОСТАТИКА. ПОСТОЯННЫЙ ЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ТОК» И «ЭЛЕКТРОМАГНЕТИЗМ»).ДЛЯ СТУДЕНТОВ НАПРАВЛЕНИЙ ПОДГОТОВКИ: 23.03.03 «ЭКСПЛУАТАЦИЯ ТРАНСПОРТНО-ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ МАШИН И КОМПЛЕКСОВ», 23.05.01 «НАЗЕМНО ТРАНСПОРТНО-ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЕ СРЕДСТВА», 08.03.01 «СТРОИТЕЛЬСТВО», 20.03.01 «ТЕХНОСФЕРНАЯ БЕЗОПАСНОСТЬ», 08.05.02 «СТРОИТЕЛЬСТВО, ЭКСПЛУАТАЦИЯ, ВОССТАНОВЛЕНИЕ И ТЕХНИЧЕСКОЕ ПРИКРЫТИЕ АВТОМОБИЛЬНЫХ ДОРОГ, МОСТОВ И ТОННЕЛЕЙ», 23.03.01 «ТЕХНОЛОГИЯ ТРАНСПОРТНЫХ ПРОЦЕССОВ», 27.03.04 «УПРАВЛЕНИЕ В ТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ», 09.03.02 «ИНФОРМАЦИОННЫЕ СИСТЕМЫ И ТЕХНОЛОГИИ»

Подписано к выпуску .29.06.17 г. Гарнитура Times New.
Усл. печ. л.4.75. Зак. № 234.

Государственное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«Донецкий национальный технический университет»
Автомобильно-дорожный институт
84646, ДНР, г. Горловка, ул. Кирова, 51
E-mail: print-adi@adidonntu.ru

Редакционно-издательский отдел