МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ
ДОНЕЦКОЙ НАРОДНОЙ РЕСПУБЛИКИ
ГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ДОНЕЦКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»
АВТОМОБИЛЬНО-ДОРОЖНЫЙ ИНСТИТУТ

«УТВЕРЖДАЮ»
Директор АДИ ГОУВПО «ДонНТУ»
М.Н. Чальцев
29.06.2017 г.

Кафедра «Общенаучные дисциплины»

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ПОСОБИЕ

К ПРАКТИЧЕСКИМ ЗАНЯТИЯМ И ОРГАНИЗАЦИИ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ ПО ОБЩЕМУ КУРСУ ФИЗИКИ (РАЗДЕЛЫ «КОЛЕБАНИЯ И ВОЛНЫ. ОПТИКА» И «ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ СТРОЕНИЯ АТОМОВ, МОЛЕКУЛ И АТОМНОГО ЯДРА») ДЛЯ СТУДЕНТОВ НАПРАВЛЕНИЙ ПОДГОТОВКИ: 23.03.03 «ЭКСПЛУАТАЦИЯ ТРАНСПОРТНО-ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ МАШИН И КОМПЛЕКСОВ», 23.05.01 «НАЗЕМНЫЕ ТРАНСПОРТНО-ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЕ СРЕДСТВА», 08.03.01 «СТРОИТЕЛЬСТВО», 20.03.01 «ТЕХНОСФЕРНАЯ БЕЗОПАСНОСТЬ», 08.05.02 «СТРОИТЕЛЬСТВО, ЭКСПЛУАТАЦИЯ, ВОСТАНОВЛЕНИЕ И ТЕХНИЧЕСКОЕ ПРИКРЫТИЕ АВТОМОБИЛЬНЫХ ДОРОГ, МОСТОВ И ТОННЕЛЕЙ», 23.03.01 «ТЕХНОЛОГИЯ ТРАНСПОРТНЫХ ПРОЦЕССОВ», 27.03.04 «УПРАВЛЕНИЕ В ТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ», 09.03.02 «ИНФОРМАЦИОННЫЕ СИСТЕМЫ И ТЕХНОЛОГИИ»

15/58-2017-01

«РЕКОМЕНДОВАНО»
Учебно - методическая
комиссия факультета
«Автомобильные дороги»
Протокол № 6 от 15.02.17

«РЕКОМЕНДОВАНО»
Кафедра
«Общенаучные дисциплины»
Протокол № 6 от 17.01.17

«РЕКОМЕНДОВАНО»
Учебно-методическая
комиссия факультета
«Автомобильный транспорт»
Протокол № 3 от 03.02.17

«РЕКОМЕНДОВАНО»
Учебно-методическая
комиссия факультета
«Транспортные технологии»
Протокол № 2 от 17.02.17

«РЕКОМЕНДОВАНО»
Учебно-методическая
комиссия факультета
«Экономика и упрвления»
Протокол № 6 от 15.02.17

Горловка – 2017

УДК 538 (07)

Учебно - методическое пособие к практическим занятиям и организации самостоятельной работы по общему курсу физики. (разделы «Колебания и волны. Оптика» и «Элементы теории строения атомов, молекул и атомного ядра») для студентов направлений подготовки: 23.03.03 «Эксплуатация транспортно-технологических машин и комплексов», 23.05.01 «Наземные транспортно-технологические средства», 20.03.01 «Техносферная безопасность», 08.05.03 «Строительство, эксплуатация, восстановление и техническое прикрытие автомобильных дорог, мостов и тоннелей», 23.03.01 «Технология транспортных процессов», 27.03.04 «Управление в технических системах», 09.03.02 «Информационные системы и технологии», [Электронный ресурс] / составитель А. М. Галиахметов.– Горловка: ГОУВПО «ДонНТУ» АДИ, 2017.

Приведены основные формулы, методические указания к решению задач и примеры их решения, контрольные задачи для самоподготовки и самоконтроля; справочные таблицы.

Составитель: Галиахметов А. М., д-р физ.-мат. наук, доц.

Ответственный за выпуск: Галиахметов А. М., д-р физ.-мат. наук, доц.

Рецензент: Сокирко В. Н., канд.техн.наук., доц.

СОДЕРЖАНИЕ

ПРЕДИСЛОВИЕ

Современный этап развития науки и техники требует подготовки высококвалифицированных специалистов в области естественных и технических наук. Физика составляет основу фундаментальной подготовки технических специалистов любого профиля. Необходимым условием понимания физических законов является грамотное применение их во время решения задач. Решение почти любой задачи может много дать не только для изучения законов физики и в привитии навыков пользования этими законами, но и помочь понять то, что происходит в окружающем нас мире. Нужно только увидеть связь между упрощенной ситуацией, о которой идет речь в задаче, и реальными явлениями.

Основная цель этого учебно-методического пособия – оказать помощь студентам факультетов «Автомобильный транспорт», «Автомобильные дороги» и «Экономика и управление» во время самостоятельного решения задач общего курса физики.

Предполагается, что, работая с данным пособием, читатель будет пользоваться рекомендованной литературой общего курса физики. Поэтому, в начале каждого раздела приведен лишь краткий перечень формул, необходимых для решения задач данного раздела.

Вслед за списком формул помещены методические указания к решению задач на теме данного раздела. В методических указаниях приводятся методы и примеры решения конкретных задач. При этом акцент сделан на физической стороне вопроса, проверке размерности конечных формул, методах вычисления.

В пособии рассмотрены наиболее характерные и типичные задачи по каждому разделу общего курса физики. Задачи подобраны так, что их решение требует не просто механической подстановки начальных данных в готовые уравнения, а прежде всего осмысления самого явления, понимания физических законов. В конце каждого раздела приводятся задачи для самостоятельного решения. Для контроля правильности решения приводятся ответы. При полной обработке предыдущего материала эти задачи не должны вызвать трудности. Если решение некоторых из них вызывают трудности, необходимо вернуться к соответствующим местам материала, которые раньше были обработаны.

В приложениях приведены основные физические постоянные, единицы СИ, множители и приставки для образования десятичных кратных и частичных единиц и их наименование, греческий алфавит.

ОБЩИЕ МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

1. Условия задач необходимо переписать полностью без сокращений. Для замечаний преподавателя на страницах тетради оставлять поля.
2. Решение задач нужно сопровождать краткими, но исчерпывающими объяснениями. В тех случаях, когда это возможно, полезно построение рисунков к задачам.
3. Решать задачу необходимо в общем виде, то есть выразить искомую величину в буквенных обозначениях величин, которые заданы в условии задачи. При таком способе решения не проводят вычисления промежуточных величин.
4. Для проверки правильности расчетной формулы нужно подставить в правую часть формулы вместо символов величин обозначения единиц этих величин, провести с ними необходимые действия и удостовериться в том, что полученная при этом единица отвечает искомой величине. Если такого соответствия нет, то это означает, что задача решена неверно.
5. Числовые значения величин при подстановке их в расчетную формулу нужно брать только в единицах СИ. В порядке исключения допускается выражать в любых, но одинаковых единицах числовые значения однородных величин, которые стоят в числителе и знаменателе дроби и имеют одинаковые степени.
6. Во время подстановки в расчетную формулу, а также во время записи ответа числовые значения величин нужно записывать как произведение десятичной дроби с одной значащей цифрой перед запятой на соответствующую степень десяти. Например, вместо 3520 надо записать $3{,}52 \cdot 10^{3}$, вместо 0,00129 записать $1{,}29 \cdot 10^{-3}$ и т. д.
7. Вычисление по расчетной формуле необходимо проводить с соблюдением правил приближенных вычислений (см. в «Задачнике по физике» А. Г. Чертова, А. А. Воробьева. Приложение в приближенных вычислениях). Как правило, окончательный ответ нужно записывать с тремя значащими цифрами. Это относится и к случаю, когда результат получен с применением калькулятора.

1 КОЛЕБАНИЯ И ВОЛНЫ

1.1 Основные формулы

Кинематическое уравнение гармонических колебаний материальной точки

$$x = A\,cos\left(\omega t + \varphi\right), \tag{1.1}$$

где x – смещение;

A – амплитуда колебаний;

ω – угловая или циклическая частота;

φ – начальная фаза.

Скорость и ускорение материальной точки, совершающей гармонические колебания:

$$\upsilon = -A\omega\,sin\left(\omega t + \varphi\right); \qquad a = -A\omega^2 cos\left(\omega t + \varphi\right). \tag{1.2}$$

Сложение гармонических колебаний одного направления и одинаковой частоты:

а) амплитуда результирующего колебания

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 cos\left(\varphi_2 - \varphi_1\right)}; \tag{1.3}$$

б) начальная фаза результирующего колебания

$$\varphi = \operatorname{arctg}\frac{A_1 sin\,\varphi_1 + A_2 sin\,\varphi_2}{A_1 cos\,\varphi_1 + A_2 cos\,\varphi_2}. \tag{1.4}$$

Траектория точки, участвующей в двух взаимно перпендикулярных колебаниях:

$$x = A_1 cos\,\omega t; \qquad y = A_2 cos\left(\omega t + \varphi\right):$$

а) $y = \frac{A_2}{A_1}x$, если разность фаз $\varphi = 0$; (1.5)

б) $y = -\frac{A_2}{A_1}x$, если разность фаз $\varphi = \pm\pi$; (1.6)

в) $\frac{x^2}{A_1^2} + \frac{y^2}{A_2^2} = 1$, если разность фаз $\varphi = \pm\frac{\pi}{2}$. (1.7)

Периоды колебаний маятников:

а) пружинного

$$T = 2\pi\sqrt{m/k}, \tag{1.8}$$

где m – масса;

k – коэффициент упругости;

б) математического

$$T = 2\pi\sqrt{l / g}, \tag{1.9}$$

где l – длина маятника;

g – ускорение свободного падения;

в) физического

$$T = 2\pi\sqrt{I / mgr}, \tag{1.10}$$

где I – момент инерции маятника относительно точки подвеса;

r – расстояние от оси маятника до точки подвеса.

Полная энергия тела, осуществляющего гармонические колебания

$$E = m\omega^2 A^2 / 2 \cdot \tag{1.11}$$

Если сила сопротивления F_{con} пропорциональна первой степени скорости: $F_{con} = -r\upsilon$, где r – коэффициент сопротивления, то уравнение смещения x для затухающих колебаний имеет вид:

$$x = A_0 e^{-\beta t} cos\ (\omega t + \varphi_0), \tag{1.12}$$

где A_0, φ_0 – начальная амплитуда и фаза;

β – коэффициент затухания;

ω – циклическая частота затухающих колебаний.

Закон изменения амплитуды затухающих колебаний

$$A(t) = A_0 e^{-\beta t}. \tag{1.13}$$

Частота ω и период Т затухающих колебаний:

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}; \qquad T = 2\pi / \omega, \tag{1.14}$$

где

$$\omega_0^2 = k / m; \qquad \beta = r / 2m. \tag{1.15}$$

Логарифмический коэффициент затухания

$$\lambda = ln\ (A_1 / A_2) = \beta T, \tag{1.16}$$

где A_1, A_2 – амплитуды двух последовательных колебаний.

Энергия затухающих колебаний

$$E = E_0 e^{-2\beta t}, \tag{1.17}$$

где E_0 – начальная энергия.

Если колебания возникают под действием внешней силы, изменяющейся по закону $F = F_0 \cos \omega t$, где ω – циклическая частота вынуждающей силы, то смещение x незатухающих вынужденных установившихся колебаний

$$x = A \cos\left(\omega t - \varphi\right), \tag{1.18}$$

где амплитуда А и начальная фаза вынужденных колебаний φ определяются выражениями:

$$A = \frac{F_0}{m\sqrt{4\beta^2\omega^2 + \left(\omega_0^2 - \omega^2\right)^2}}, \qquad tg\varphi = \frac{2\beta\omega}{\omega_0^2 - \omega^2}. \tag{1.19}$$

Резонансная циклическая частота

$$\omega_{рез} = \sqrt{\omega_0^2 - 2\beta^2}. \tag{1.20}$$

Для свободных колебаний в контуре, содержащем конденсатор емкостью С, катушку индуктивностью L и омическое сопротивление R, соединенных последовательно, заряд на обкладках конденсатора меняется со временем согласно закону:

$$q = q_0 e^{-\beta t} \cos\left(\omega t + \varphi_0\right), \tag{1.21}$$

где $q_0 e^{-\beta t}$ – амплитуда затухающих колебаний. Величины ω, ω_0 и β выражаются через параметры контура R, L, С формулами:

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}, \qquad \omega_0^2 = 1/LC, \qquad \beta = R/2L. \tag{1.22}$$

Период колебаний контура Томсона $\left(R \to 0\right)$

$$T = 2\pi/\omega_0 = 2\pi\sqrt{LC}. \tag{1.23}$$

Если в колебательном контуре, содержащем последовательно соединенные конденсатор емкостью С, катушку индуктивностью L и омическое сопротивление R, действует периодическое напряжение $U = U_m \cos \omega t$, то в такой цепи устанавливаются вынужденные колебания заряда q той же частоты:

$$q = q_m \cos\left(\omega t - \varphi\right), \tag{1.24}$$

при этом величины q_m и φ выражаются формулами:

$$q_m = \frac{U_m}{\omega\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}}, \qquad (1.25)$$

$$tg\ \varphi = \frac{L\omega - 1/\omega C}{R}. \qquad (1.26)$$

Резонансная циклическая частота для амплитуды заряда q_m и амплитуды напряжения на конденсаторе $U_{C_m} = q_m / C$ определяется выражением (1.20).

Резонансная циклическая частота для амплитуды тока $I_m = q_m\omega$, амплитуды напряжения на омическом сопротивлении $U_{R_m} = q_m\omega R$ и амплитуды напряжения на катушке $U_{L_m} = q_m\omega^2 L$ совпадает с частотой ω_0 свободных незатухающих колебаний

$$\omega_{рез} = \omega_0 = \sqrt{1/LC}. \qquad (1.27)$$

Уравнение плоской бегущей волны

$$y = A\ cos\ \omega\left(t - \frac{x}{\upsilon}\right), \qquad (1.28)$$

где y – смещение любой из точек среды с координатой x в момент t;
υ – скорость распространения колебаний в среде.

Связь разности фаз $\Delta\varphi$ колебаний с расстоянием Δx между точками среды, отсчитанным в направлении распространения колебаний

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}\Delta x. \qquad (1.29)$$

1.2 Методические указания к разделу «Колебания и волны»

Из формул (1.1) и (1.2) вытекает, что максимальному сдвигу при гармоническом колебании отвечают нулевая скорость и максимальное ускорение, направленное противоположно смещению (в сторону равновесия). Наоборот, в положении равновесия (x = 0) скорость максимальна, а ускорение равно нулю.

Во время рассмотрения задач на гармонические колебания необходимо руководствоваться правилом: дифференциальные уравнения колебаний непосредственно следуют из уравнений движения колеблющегося тела.

В задачах на сложение колебаний необходимо, в первую очередь, четко определить, какой тип сложения колебаний имеет место, а потом применять общие правила сложения колебаний.

Для расчета периода незатухающих колебаний необходимо учитывать, что любое твердое тело, точка подвеса которого находится выше центра тяжести, представляет собой физический маятник.

Во время решения задач на затухающие колебания необходимо иметь в виду, что период колебаний

$$T = \frac{2\pi}{\sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}}$$

можно приблизительно записать как $T = 2\pi / \omega_0$ лишь при условии выполнения неравенства $\omega_0^2 \gg \beta^2$.

В задачах на волновые процессы амплитуда смещения всех частиц на пути волны одинакова лишь в случае плоских волн при отсутствии поглощения энергии волн средой.

1.3 Примеры решения задач

Пример 1. Точка совершает гармонические колебания с частотой $\nu = 10$ Гц. В момент, принятый за начальный, точка имела максимальное смещение: $x_{max} = 1$ мм. Написать уравнение колебаний точки и начертить их график.

Решение. Уравнение колебаний точки можно записать в виде

$$x = A sin(\omega t + \varphi_1), \tag{1}$$

где А – амплитуда колебаний;
ω – циклическая частота;
t – время;
φ_1 – начальная фаза.

По определению, амплитуда колебаний

$$A = x_{max}. \tag{2}$$

Циклическая частота ω связана с частотой ν соотношением:

$$\omega = 2\pi\nu. \tag{3}$$

Для момента времени $t = 0$ формула (1) приобретет вид:

$$x_{max} = A \, sin \, \varphi_1,$$

откуда начальная фаза:

$$\varphi_1 = \arcsin\left(x_{\max}/A\right) = \arcsin 1$$

или

$$\varphi_1 = (2k+1)\pi/2; \qquad (k = 0, 1, 2\ldots).$$

Изменение фазы на 2π не меняет состояния колебания точки, поэтому можно принять

$$\varphi_1 = \pi/2. \tag{4}$$

С учетом равенств (2)–(4) уравнение колебаний приобретет вид:

$$x = A\ \sin(2\pi\nu t + \varphi) \qquad \text{или} \qquad x = A\ cos\ 2\pi\nu t,$$

где А = 1 мм = 10^{-3} м; ν = 10 Гц; $\varphi = \pi/2$.

График соответствующего гармонического колебания приведен на рисунке. 1.1.

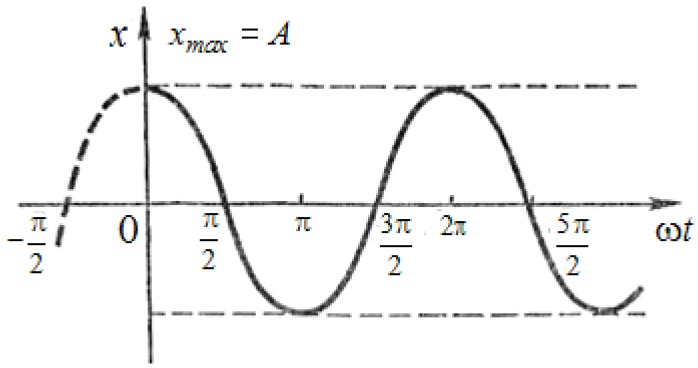

Рисунок 1.1 – График колебания $x = A cos\ \omega t$

Пример 2. Частица массой m = 0,01 кг осуществляет гармонические колебания с периодом T = 2 с. Полная энергия колеблющейся частицы Е = 0,1 мдж. Определить амплитуду А колебаний и наибольшое значение силы F_{max}, действующей на частицу.

Решение. Для определения амплитуды колебаний воспользуемся выражением полной энергии частицы

$$E = \frac{m\omega^2 A^2}{2},$$

где $\omega = 2\pi/T$.

Отсюда амплитуда

$$A = \frac{T}{2\pi}\sqrt{\frac{2E}{m}}. \tag{1}$$

Поскольку частица совершает гармонические колебания, то сила, действующая на нее, является квазиупругой и, следовательно, может быть выражена соотношением:

$$F = -kx,$$

где k – коэффициент квазиупругой силы;

x – смещение колеблющейся точки.

Максимальная сила будет при максимальном смещении x_{max}, равном амплитуде:

$$F_{\max} = kA. \qquad (2)$$

Коэффициент k выразим через период колебаний:

$$k = m\omega^2 = m \cdot 4\pi^2 / T^2. \qquad (3)$$

Подставив выражения (1) и (3) в (2) и проведя упрощение, получим:

$$F_{\max} = 2\pi\sqrt{2mE} / T.$$

Произведем вычисления:

$$A = \frac{2}{2 \cdot 3{,}14}\sqrt{\frac{2 \cdot 10^{-4}}{10^{-2}}}\ \text{м} = 0{,}045\ \text{м} = 45\ \text{мм};$$

$$F_{max} = \frac{2 \cdot 3{,}14}{2}\sqrt{2 \cdot 10^{-2} \cdot 10^{-4}}\ \text{Н} = 4{,}44 \cdot 10^{-3}\text{Н} = 4{,}44\ \text{мН}.$$

Пример 3. Найти уравнение траектории точки $y(x)$, если она движется по закону: а) $x = A\ sin\ \omega t$, $y = A\ sin\ 2\omega t$; б) $x = A\ sin\ \omega t$, $y = A\ cos\ 2\omega t$.

Решение. Для нахождения уравнения траектории необходимо исключить время.

а) $y = A\ sin\ 2\omega t = 2A\ sin\ \omega t\ cos\ \omega \mathrm{t}$

Поскольку

$$cos\ \omega \mathrm{t} = \sqrt{1 - sin^2\omega t},\ \text{а} \quad sin\ \omega t = \frac{x}{A}, \quad \text{имеем}$$

$$y^2 = 4A^2\ sin^2\omega t\left(1 - sin^2\omega t\right) = 4x^2\left(1 - \frac{x^2}{A^2}\right);$$

б) $y = A\ cos\ 2\omega t = A\left(1 - 2sin^2\omega t\right) = A\left(1 - \frac{2x^2}{A^2}\right).$

Пример 4. Два математических маятника, длины которых отличаются на 18 см, совершают в одном и том же месте за одинаковое время один – $N_1 = 25$ колебаний, другой – $N_2 = 30$ колебаний. Найти длины маятников.

Решение. Периоды колебаний маятников:

$$T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{l_1}{g}}; \qquad T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{l_2}{g}}, \tag{1}$$

где l_1, l_2 – длины первого и второго маятника, соответственно;

g – ускорение свободного падения.

Период колебаний определяется как

$$T = t / N, \tag{2}$$

где t – время колебаний;

N – число полных колебаний.

Для двух периодов T_1 и T_2 имеем

$$T_1 / T_2 = N_2 / N_1, \tag{3}$$

где N_1, N_2 – число полных колебаний первого и второго маятника, соответственно.

Из (1) и (3) получим

$$\sqrt{l_1 / l_2} = N_2 / N_1,$$

откуда

$$l_1 = \left(N_2 / N_1\right)^2 l_2. \tag{4}$$

Подставим числовые значения

$$l_1 = \left(30 / 25\right)^2 l_2. \tag{5}$$

Согласно условию задачи

$$l_1 - l_2 = 0{,}18. \tag{6}$$

Из (5) и (6) имеем

$$\left[\left(30 / 25\right)^2 - 1\right] l_2 = 0{,}18,$$

откуда

$$l_2 = \frac{0{,}18}{\left(30 / 25\right)^2 - 1}\ \text{м} = 0{,}9\ \text{м}.$$

Тогда

$$l_1 = l_2 + 0{,}18 = 1{,}08 \text{ м.}$$

Пример 5. Однородный стержень массой m и длиной l совершает малые колебания относительно точки подвеса O'. Найти расстояние между точкой подвеса O' и центром инерции стержня (точка О), для которого период колебаний стержня будет наименьшим (рисунок. 1.2). Чему он равен?

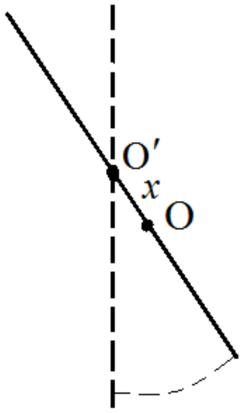

Рисунок 1.2. – Колебание стержня относительно точки подвеса O'

Решение. Стержень является физическим маятником, период которого равен

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{mgr}}, \tag{1}$$

где I – момент инерции стержня относительно точки подвеса;
m – масса стержня;
r – расстояние от точки подвеса до центра инерции стержня.
Для нахождения I воспользуемся теоремой Штейнера

$$I = I_0 + mx^2, \tag{2}$$

где I_0 – момент инерции стержня относительно его центра инерции;
x – искомое расстояние $(r = x)$.
Для I_0 справедливо

$$I_0 = \frac{1}{12}ml^2, \tag{3}$$

где l – длина стержня.
Тогда подкоренное выражение в формуле (1) имеет вид

$$\frac{I}{mgr}=\frac{\frac{1}{12}ml^2+mx^2}{mgx}=\frac{\frac{1}{12}l^2+x^2}{gx}. \qquad (4)$$

Минимальный период колебаний $T_{мин}$ определяется из условия обращения в нуль первой производной от T по x: $T_x^{'}=0.$

Имеем

$$\frac{2x}{gx}-\frac{\frac{1}{12}l^2+x^2}{gx^2}=0,$$

откуда

$$x=\frac{l}{2\sqrt{3}}. \qquad (5)$$

Тогда

$$T_{мин}=2\pi\sqrt{\frac{\frac{1}{12}ml^2+\frac{ml^2}{12}}{mg\,\frac{l}{2\sqrt{3}}}}=2\pi\sqrt{\frac{l}{\sqrt{3}g}} \qquad (6)$$

Пример 6. Сколько полных колебаний должна совершить система, чтобы ее энергия уменьшилась на 99 %, если уравнение колебаний имеет вид: $\ddot{x}+2\dot{x}+626x=0$.

Решение. Число полных колебаний определяется выражением

$$N=t/T, \qquad (1)$$

где t – время колебаний;

T – их период.

Энергия затухающих колебаний E изменяется по закону

$$E=E_0e^{-2\beta t}, \qquad (2)$$

где E_0 – начальная энергия;

β – коэффициент затухания.

Представим βt иначе

$$\beta t=\beta t\frac{t}{T}=\lambda N, \qquad (3)$$

где λ – логарифмический декремент затухания.

Тогда (2) примет вид

$$E = E_0 e^{-2\lambda N}. \tag{4}$$

По условию задачи $E = 10^{-2} E_0$, поэтому

$$10^{-2} = e^{-2\lambda N} \quad \text{или} \quad 10^{2} = e^{2\lambda N},$$

откуда

$$2\, ln10 = 2\lambda N.$$

Следовательно

$$N = \lambda^{-1} ln10. \tag{5}$$

По определению логарифмического декремента затухания

$$\lambda = \beta T = \frac{2\pi\beta}{\sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}}, \tag{6}$$

где ω_0 – собственная циклическая частота.

Сравним каноническое уравнение колебаний с уравнением колебаний, представленным по условию задачи:

$$\ddot{x} + 2\beta\dot{x} + \omega_0^2 x = 0, \tag{7}$$

$$\ddot{x} + 2\dot{x} + 626x = 0. \tag{8}$$

Из (7)–(8) сразу имеем, что

$$\beta = 1\ \text{с}^{-1}, \qquad \omega_0^2 = 626\ \frac{\text{рад}}{\text{с}}. \tag{9}$$

Тогда для λ имеем

$$\lambda = \frac{2\pi \cdot 1}{\sqrt{626 - 1}} = \frac{2\pi}{25}.$$

Для N получим

$$N = \left(25 / 2\pi\right)\ ln10 \approx 9.$$

Пример 7. Амплитуда затухающих колебаний математического маятника за 1 мин уменьшилась вдвое. Во сколько раз она уменьшиться за 4 мин?

Решение. Воспользуемся зависимостью амплитуды A затухающих колебаний от времени t

$$A = A_0 e^{-\beta t}, \tag{1}$$

где A_0 – начальная амплитуда;

β – коэффициент угасания.

Из (1) находим

$$\frac{A_0}{A} = e^{\beta t}. \qquad (2)$$

Для двух времен t_1 и t_2 справедливо

$$\frac{A_0}{A_1} = e^{\beta t_1}, \qquad \frac{A_0}{A_2} = e^{\beta t_2}. \qquad (3)$$

По условию задачи $A_0 / A_1 = 2$, $A_0 / A_2 = n$, $t_2 = 4t_1$. Тогда (3) примет вид

$$2 = e^{\beta t_1}, \qquad n = e^{4\beta t_1}. \qquad (4)$$

Из (4) следует, что

$$n = (e^{\beta t_2}) = 2^4 = 32.$$

Пример 8. Математический маятник колеблется в среде, для которой логарифмический декремент затухания $\lambda_1 = 1{,}5$. Каким будет логарифмический декремент затухания λ_2, если сопротивление среды увеличить в 2 раза? Во сколько раз нужно увеличить сопротивление среды, чтобы колебания стали невозможны?

Решение. Воспользуемся выражением для логарифмического декремента затухания

$$\lambda = \frac{2\pi\beta}{\sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}} = \frac{2\pi}{\sqrt{\left(\omega_0 / \beta\right)^2 - 1}},$$

откуда

$$\frac{\omega_0^2}{\beta^2} = \frac{4\pi^2}{\lambda^2} + 1. \qquad (1)$$

При увеличении сопротивления среды в 2 раза, логарифмический декремент затухания тоже увеличится в два раза: $\beta_2 = 2\beta_1$. Поэтому, согласно (1) имеем

$$\frac{\omega_0^2}{\beta_1^2} = \frac{4\pi^2}{\lambda_1^2} + 1, \qquad \frac{\omega_0^2}{4\beta_1^2} = \frac{4\pi^2}{\lambda_2^2} + 1. \qquad (2)$$

Из (2) следует, что

$$\frac{\pi^2}{\lambda_1^2}+\frac{1}{4}=\frac{4\pi^2}{\lambda_2^2}+1,$$

откуда

$$\frac{1}{\lambda_2^2}=\frac{1}{4\lambda_1^2}-\frac{3}{16\pi^2}. \tag{3}$$

Из (3) получим

$$\lambda_2^2=\frac{4\lambda_1^2}{1-\left(3\lambda_1^2/4\pi^2\right)},$$

откуда

$$\lambda_2=\frac{2\lambda_1}{\sqrt{1-\left(3\lambda_1^2/4\pi^2\right)}}. \tag{4}$$

Произведем вычисления

$$\lambda_2=\frac{2\cdot 1,5}{\sqrt{1-\left(3\cdot 1,5^2/4\pi^2\right)}}\approx 3,3.$$

Колебания невозможны при $\omega_0=\beta$. По условию задачи $\beta=n'\beta_1$. Из (2) имеем

$$(n')^2=\left(\frac{2\pi}{\lambda_1}\right)^2+1,$$

откуда

$$n'=\sqrt{\left(\frac{2\pi}{\lambda_1}\right)^2+1}. \tag{5}$$

Произведем вычисления

$$n'=\sqrt{\left(\frac{2\pi}{1,5}\right)^2+1}\approx 4,3.$$

Пример 9. Разность потенциалов на обкладках конденсатора в колебательном контуре меняется согласно закону $U=60\,cos10^4\pi t$. Емкость конденсатора $2\cdot 10^{-8}$ Ф. Найти период колебаний контура, индуктивность контура и длину волны, соответствующую этому контуру.

Решение. Воспользуемся законом изменения напряжения на обкладках конденсатора

$$U = U_0 \ cos \ \omega_0 t \,, \tag{1}$$

где U_0 – амплитуда напряжения;

ω_0 – собственная циклическая частота;

t – время.

Из условия задачи сразу вытекает, что

$$U_0 = 80 \text{ В}, \qquad \omega_0 = 10^4 \pi \text{ рад/с}.$$

Тогда период колебаний контура Т

$$T = 2\pi / \omega_0 \tag{2}$$

можно рассчитать

$$T = 2\pi / 10^4 \pi = 2 \cdot 10^{-4} \text{ с}.$$

Для определения индуктивности L воспользуемся формулой Томсона

$$T = 2\pi\sqrt{LC}, \tag{3}$$

где C – емкость контура.

Из (3) находим

$$L = T^2 / 4\pi^2 C. \tag{4}$$

Произведем вычисление

$$L = \frac{\left(2 \cdot 10^{-4}\right)^2}{2 \cdot \pi^2 \cdot 2 \cdot 10^{-8}} = 0,05 \text{ Гн}.$$

Длина волны, соответствующая контуру

$$\lambda = cT, \tag{5}$$

где c – скорость света в вакууме $\left(c = 3 \cdot 10^8 \text{ м/с}\right)$

$$\lambda = 3 \cdot 10^8 \cdot 2 \cdot 10^{-4} \text{ м} = 6 \cdot 10^4 \text{ м}.$$

Пример 10. Колебательный контур состоит из индуктивности 10^{-2} Гн, емкости 0,405 мкФ и сопротивления 2 Ом. Найти, во сколько раз уменьшится разность потенциалов на обкладках конденсатора за время одного периода.

Решение. Воспользуемся законом изменения амплитуды напряжения для затухающих колебаний

$$U = U_0 e^{-\beta t}, \tag{1}$$

где $U_0 = U\left(t = 0\right)$;

β – коэффициент затухания;

t – время.

Из (1) за время $t = T$ одного полного колебания имеем

$$U_0 / U = e^{\beta t}. \tag{2}$$

Период затухающих колебаний

$$T = \frac{2\pi}{\sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}}, \tag{3}$$

где

$$\omega_0^2 = \frac{1}{LC}; \qquad \beta = \frac{R}{2L}, \tag{4}$$

где L – индуктивность контура;

C – емкость контура;

R – сопротивление контура.

Рассчитаем ω_0^2 и β:

$$\omega_0^2 = \frac{1}{10^{-2} \cdot 0,405 \cdot 10^{-6}} = \frac{10^5}{0,405} \text{ рад}^2 / \text{с}^2;$$

$$\beta = \frac{2}{2 \cdot 10^{-2}} = 10^2 \text{ с}^{-1},$$

отсюда видим, что $\omega_0^2 \gg \beta^2$. В этом случае период колебаний Т можно найти по формуле

$$T = 2\pi / \omega_0. \tag{5}$$

Тогда

$$\beta T = 2\pi\beta / \omega_0. \tag{6}$$

Следовательно

$$U_0 / U = e^{2\pi\beta/\omega_0}. \tag{7}$$

Произведем вычисление

$$U_0 / U = e^{2\pi \cdot 10^2 \cdot 10^{-4}\sqrt{0,405}} \approx 1,04.$$

Пример 11. С какой скоростью должен ехать поезд, чтобы пассажиры ощутили наибольшее вертикальное раскачивание вагона? Длина рельсов между стыками - 25 м, а период собственных вертикальных колебаний вагона - 2 с.

Решение. Сильное вертикальное раскачивание вагона наблюдается при резонансе, когда частота собственных вертикальных колебаний вагона будет очень близка к частоте удара колес вагона на стыках рельсов. Учитывая, что частота ν и период колебаний Т связаны соотношением $\nu = T^{-1}$, имеем для резонанса

$$T_0 = T, \tag{1}$$

где $T_0 = 2$ с, а T определяется из уравнения

$$T = l / \upsilon, \tag{2}$$

где l – длина рельса;
υ – скорость вагона.
Из (1) и (2) имеем

$$\upsilon = l / T_0.$$

Произведем вычисление
$\upsilon = 25 / 2 = 12,5$ м/с.

Пример 12. Тело массы m висит на пружине, прикрепленной к потолку лифта. Коэффициент жесткости пружины равен k. В момент $t = 0$ кабина начала подниматься с ускорением a. Пренебрегая массой пружины, найти закон движения груза относительно кабины лифта, если $y(0) = 0,\ \dot{y}(0) = 0$ и $a = \alpha t$, где $\alpha = \mathrm{const}$.

Решение. При движении лифта на тело действуют сила тяжести (mg) и сила упругости пружины $(-k\Delta l)$, где k – коэффициент жесткости пружины, Δl – ее удлинение. Из условия равновесия груза следует

$$mg = k\Delta l. \tag{1}$$

Во время движения лифта с ускорением a действуют силы: сила тяжести, сила упругости $-k(\Delta l + y)$, где y – удлинение пружины, сила инерции ma, где a – ускорение лифта. Уравнение второго закона Ньютона вдоль движения имеет вид

$$m\ddot{y} = -k(\Delta l + y) + mg + ma. \tag{2}$$

С учетом (1), из (2) получим

$$m\ddot{y} = -ky + ma,$$

откуда

$$\ddot{y}+\omega_0^2 y=a, \tag{3}$$

где $\omega_0^2 = k/m.$

Решение уравнения (3) имеет вид

$$y=y_{одн}+y_{неодн}, \tag{4}$$

где $y_{одн}$ – общее решение однородного уравнения;

$y_{неодн}$ – частное решение неоднородного уравнения.

Легко видеть, что

$$y_{неодн}=\alpha t/\omega_0^2. \tag{5}$$

Для $y_{одн}$ имеем

$$y_{одн}=A\,cos\,\left(\omega_0 t+\varphi_0\right), \tag{6}$$

где A – амплитуда колебаний;

φ_0 – начальная фаза;

t – время.

Из (4)–(6) получим

$$y=A\,cos\,\left(\omega_0 t+\varphi_0\right)+\alpha t/\omega_0^2. \tag{7}$$

Используем начальные условия:

$$y(0)=A\,cos\,\varphi_0=0, \tag{8}$$

$$\dot{y}(0)=-A\omega_0\,sin\,\varphi_0+\alpha/\omega_0^2=0. \tag{9}$$

Из (8) следует, что $\varphi_0=\pi/2,$ а из (9) получим $A=\alpha/\omega_0^3.$ Тогда $y(t)$ примет вид

$$y=\frac{\alpha}{\omega_0^3}\,cos\,\left(\omega_0 t+\frac{\pi}{2}\right)+\frac{\alpha t}{\omega_0^2}=\frac{\alpha}{\omega_0^3}\left(\omega_0 t-sin\,\omega_0 t\right). \tag{10}$$

Пример 13. Плоская волна распространяется вдоль прямой со скоростью $\upsilon=20$ м/с. Две точки, находящиеся на этой прямой на расстояниях $x_1=12$ м и $x_2=15$ м от источника волн, колеблются с разностью фаз $\Delta\varphi=0,75\pi.$ Найти длину волны λ, написать уравнение волны и найти смещение указанных точек в момент $t=1,2$ с, если амплитуда колебаний $A=0,1$ м.

Решение. Точки, находящиеся друг от друга на расстоянии, равном длине волны λ, колеблются с разностью фаз, равной 2π; точки, находящиеся друг от друга на любом расстоянии Δx, колеблются с разностью фаз, равной:

$$\Delta\varphi = \Delta x \cdot 2\pi / \lambda = (x_2 - x_1) \cdot 2\pi / \lambda.$$

Решая это равенство относительно λ, получаем

$$\lambda = 2\pi(x_2 - x_1) / \Delta\varphi \ . \qquad (1)$$

Подставив числовые значения величин, входящих в выражение (1), и выполнив арифметические действия, получим:

$$\lambda = \frac{2\pi(15-12)}{0,75\pi} \text{ м} = 8 \text{ м}.$$

Для того чтобы написать уравнение плоской волны, надо еще найти циклическую частоту ω. Так как $\omega = 2\pi / T$ (Т = λ / υ – период колебаний), то

$$\omega = 2\pi\upsilon / \lambda \, .$$

Произведем вычисления

$$\omega = \frac{2\pi \cdot 20}{8} \text{ с}^{-1} = 5\pi \text{ с}^{-1}.$$

Зная амплитуду A колебаний, циклическую частоту ω и скорость υ распространения волны, можно написать уравнение плоской волны для данного случая:

$$y = A\,cos\ \omega(t - x / \upsilon),$$

где A = 0,1 м; $\omega = 5\pi\text{с}^{-1}$; υ = 20 м/с.

Чтобы найти смещение y указанных точек, достаточно в уравнение (2) подставить значение t и х:

$$y_1 = 0{,}1\ cos\ 5\pi(1{,}2 - 12/20) \text{ м} = 0{,}1\ cos\ 3\pi \text{ м} = -0{,}1 \text{ м};$$

$$y_2 = 0{,}1\ cos\ 5\pi(1{,}2 - 15/20) \text{ м} = 0{,}1\ cos\, 2{,}25\pi \text{ м} =$$
$$= 0{,}1\ cos\, 2{,}25\pi \text{ м} = 0{,}071 \text{ м} = 7{,}1 \text{ см}.$$

1.4 Задание для самостоятельного решения

1. Точка совершает гармонические колебания. В некоторый момент времени смещение точки $x = 5$ см, скорость ее $\upsilon = 20$ см/с и ускорение $a = -80$ см/с^2 . Найти циклическую частоту и период колебаний, фазу колебаний в данный момент времени и амплитуду колебаний. $\left[4 \text{ с}^{-1};\ 1{,}57 \text{ с};\ \pi/4;\ 7{,}07 \text{ см}\right]$.

2. Точка совершает гармонические колебания, уравнение которых имеет вид $x = A\ sin\ \omega t,$ где $A = 5$ см, $\omega = 2 \text{ с}^{-1}$. Найти момент времени

(ближайший к началу отсчета), в котором потенциальная энергия точки $П = 10^{-4}$ Дж, а возвращающая сила $F = +5 \cdot 10^{-3}$ Н. Определить также фазу колебаний в этот момент времени. $[2,04 \text{ с}; 4,07 \text{ рад}]$.

3. Два гармонических колебания, направленных по одной прямой, имеющих одинаковые амплитуды и периоды, складываются в одно колебание той же амплитуды. Найти разность фаз складываемых колебаний. $\left[120^0 \text{ или } 240^0\right]$.

4. Точка совершает одновременно два гармонических колебания, происходящих по взаимно перпендикулярным направлениям и выражаемых уравнениями $x = A_1 \cos \omega_1 t$ и $y = A_2 \cos \omega_2 (t + \tau)$, где $A_1 = 4$ см, $\omega_1 = \pi \text{ с}^{-1}$, $A_2 = 8$ см, $\omega_2 = \pi \text{ с}^{-1}$, $\tau = 1$ с. Найти уравнение траектории и начертить его с соблюдением масштаба. $[2x + y = 0]$.

5. Два маятника одновременно начинают совершать колебания. За $N_1 = 15$ колебаний первого маятника второй маятник сделал только $N_2 = 10$ колебаний. Определить отношение длин этих маятников. $[l_1 / l_2 = 4/9]$.

6. Как изменится период вертикальных колебаний груза, висящего на двух одинаковых пружинах, если от последовательного соединения пружин перейти к параллельному соединению. [Период уменьшится в 2 раза].

7. Определить период простых гармонических колебаний диска радиусом $R = 40$ см относительно горизонтальной оси, проходящей через образующую диска. $[1,55 \text{ с}]$.

8. Определить период Т колебаний математического маятника, если его модуль максимального перемещения Δr =18 см и максимальная скорость υ_{max} =16 см/с. $[7,07 \text{ с}]$.

9. Материальная точка совершает простые гармонические колебания так, что в начальный момент времени смещение x_0= 4 см, а скорость υ_0 = 10 см/с. Определить амплитуду А и начальную фазу φ_0 колебаний, если их период T = 2 с. $\left[0,05 \text{ м}, 51,7^0\right]$.

10. Гиря массой 0,5 кг, подвешенная к пружине жесткостью $k = 32$ Н/м, совершает затухающие колебания. Определить их период, если за 88 полных колебаний амплитуда уменьшилась в 2 раза. $[0,78 \text{ с}]$.

11. Энергия затухающих колебаний маятника за время 2 мин уменьшилась в 100 раз. Определить коэффициент сопротивления, если масса маятника $m = 0,1$ кг. $\left[3,8 \cdot 10^{-3} \text{ кг/с}\right]$.

12. Амплитуда затухающих колебаний маятника за 1 мин уменьшилась вдвое. В сколько раз она уменьшится за 3 мин? [в 8 раз].

13. Математический маятник совершает затухающие колебания с логарифмическим декрементом затухания 0,2. В сколько раз уменьшится полное ускорение маятника в его крайнем положении за одно колебание. [в 1,22 раза].

14. Колебательный контур радиоприемника состоит из катушки с индуктивностью $L = 1$ мГн и переменного конденсатора, емкость которого может меняться в пределах от 9,7 до 92 пФ. В каком диапазоне длин волн может принимать радиостанции этот приемник? [186÷570 м].

15. Параметры колебательного контура имеют значение: $C = 1$ нФ, $L = 6$ мкГн, $R = 0,5$ Ом. Какую мощность надо подводить к контуру, чтобы поддерживать в нем незатухающие колебания с амплитудой напряжения на конденсаторе $U_m = 10$ В? [4,2 мВт].

16. Катушка, индуктивность которой $L = 3 \cdot 10^{-5}$ Гн, присоединена к плоскому конденсатору с площадью пластин $S = 100$ см^2 и расстоянием между ними $d = 0,1$ мм. Чему равна диэлектрическая проницаемость среды, заполняющей пространство между пластинами, если контур резонирует на длину волны 750 м? [$\varepsilon = 6$].

17. Колебательный контур имеет емкость 1,1 нФ и индуктивность $5 \cdot 10^{-3}$ Гн. Логарифмический декремент затухания равен 0,005. За какой промежуток времени потеряется вследствие затухания 99 % энергии контура? [$6,8 \cdot 10^{-3}$ с].

18. Колебание с частотой $\nu = 5$ Гц распространяются в пространстве со скоростью $\upsilon = 3$ м/с. Найти разность фаз двух точек, удаленных одна от одной на 20 см. [0,07 рад].

19. Поперечная волна распространяется вдоль упругого шнура со скоростью $\upsilon = 15$ м/с. Период колебаний точек шнура $T = 1,2$ с. Определить разность фаз колебаний двух точек $\Delta\varphi$, лежащих на луче и отстоящих от источника волн на расстояниях $x_1 = 20$ м и $x_2 = 30$ м. [200^0].

2 ОПТИКА

2.1 Основные формулы

Скорость света в среде

$$\upsilon = c / n, \tag{2.1}$$

где с – скорость света в вакууме;

n – показатель преломления среды.

Оптическая длина пути световой волны

$$L = nl, \tag{2.2}$$

где l – геометрическая длина пути световой волны в среде с показателем преломления n.

Оптическая разность хода двух световых волн

$$\Delta = L_1 - L_2. \tag{2.3}$$

Зависимость разности фаз от оптической разности хода световых волн

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}\Delta, \tag{2.4}$$

где λ – длина световой волны.

Условие максимального усиления света при интерференции

$$\Delta = \pm\, k\lambda \;\; (k = 0,\ 1,\ 2,...). \tag{2.5}$$

Условие максимального ослабления света

$$\Delta = \pm\, (2k+1)\frac{\lambda}{2}. \tag{2.6}$$

Оптическая разность хода световых волн, возникающая при отражении монохроматического света от тонкой пленки

$$\Delta = 2d\sqrt{n^2 - sin^2 i_1} \;\pm\; \frac{\lambda}{2}, \tag{2.7}$$

или

$$\Delta = 2dn\, cos\, i_2 \;\pm\; \frac{\lambda}{2}, \tag{2.8}$$

где d – толщина пленки;

n – показатель преломления пленки;

i_1 – угол падения;

i_2 – угол преломления света в пленке.

Радиус светлых колец Ньютона в отраженном свете

$$r_k = \sqrt{(2k-1)R\lambda/2}; \qquad (k = 1,\ 2,\ 3,\ldots), \qquad (2.9)$$

где k – номер кольца;

R – радиус кривизны.

Радиус темных колец Ньютона в отраженном свете

$$r_k = \sqrt{kR\lambda}. \qquad (2.10)$$

Угол φ отклонения лучей, соответствующий максимуму (светлая полоса) при дифракции на одной щели, определяется из условия

$$a\ sin\ \varphi = (2k+1)\lambda/2; \qquad (k = 0,\ 1,\ 2,\ldots), \qquad (2.11)$$

где а – ширина щели;

k – порядковый номер максимума.

Угол φ отклонения лучей, соответствующий максимуму (светлая полоса) при дифракции света на дифракционной решетке, определяется из условия

$$d\ \sin\varphi = \pm k\lambda; \qquad (k = 0,\ 1,\ 2,\ldots), \qquad (2.12)$$

где d – период дифракционной решетки.

Разрешающая способность дифракционной решетки

$$R = \lambda/\Delta\lambda = kN, \qquad (2.13)$$

где $\Delta\lambda$ – наименьшая разность длин волн двух соседних спектральных линий (λ и) $\lambda+\Delta\lambda$, при которой эти линии могут быть видны раздельно в спектре, полученном с помощью данной решетки;

N – полное число щелей решетки.

Формула Вульфа – Брэггов

$$2d\ \sin\theta = k\lambda, \qquad (2.14)$$

где θ – угол скольжения (угол между направлением параллельного пучка рентгеновского излучения, падающего на кристалл, и атомной плоскостью в кристалле);

d – расстояние между атомными плоскостями кристалла.

Закон Брюстера

$$\mathrm{tg}\ \varepsilon_{\mathrm{B}} = n_{21}, \qquad (2.15)$$

где ε_{B} – угол падения, при котором отразившийся от диэлектрика луч полностью поляризован;

n_{21} – относительный показатель преломления второй среды относительно первой.

Закон Малюса

$$I = I_0 \cos^2\alpha, \qquad (2.16)$$

где I_0 – интенсивность плоскополяризованного света, падающего на анализатор;

I – интенсивность этого света после анализатора;

α – угол между направлением колебаний электрического вектора света, падающего на анализатор, и плоскостью пропускания анализатора (если колебания электрического вектора падающего света совпадают с этой плоскостью, то анализатор пропускает данный свет без ослабления).

Угол поворота плоскости поляризации монохроматического света при прохождении через оптически активное вещество:

а) в твердых телах

$$\varphi = \alpha d, \qquad (2.17)$$

где α – постоянная вращения;

d – длина пути, пройденного светом в оптически активном веществе;

б) в растворах

$$\varphi = [\alpha]\rho d, \qquad (2.18)$$

где $[\alpha]$ – удельное вращение;

ρ – массовая концентрация оптически активного вещества в растворе.

Взаимосвязь массы и энергии релятивистской частицы

$$E = \frac{mc^2}{\sqrt{1-\beta^2}} = \frac{E_0}{\sqrt{1-\beta^2}}, \qquad (2.19)$$

где $E_0 = mc^2$ – энергия покоя частицы;

β – скорость частицы, выраженная в долях скорости света ($\beta = \upsilon / c$);

c – скорость света в вакууме;

m – масса частицы.

Полная энергия свободной частицы

$$E = E_0 + T, \qquad (2.20)$$

где T – кинетическая энергия релятивистской частицы.

Кинетическая энергия релятивистской частицы

$$T = E_0\left(\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} - 1\right). \qquad (2.21)$$

Импульс релятивистской частицы

$$p = \frac{m\,\upsilon}{\sqrt{1-(\upsilon/c)^2}} \quad \text{или} \quad p = mc\frac{\beta}{\sqrt{1-\beta^2}}. \qquad (2.22)$$

Связь между полной энергией и импульсом релятивистской частицы

$$E^2 = E_0^2 + (pc)^2. \qquad (2.23)$$

Закон Стефана – Больцмана

$$R_e = \sigma T^4, \qquad (2.24)$$

где R_e – энергетическая светимость (излучательность) абсолютно черного тела;

σ – постоянная Стефана – Больцмана;

Т – термодинамическая температура Кельвина.

Закон смещения Вина

$$\lambda_m = b/T, \qquad (2.25)$$

где λ_m – длина волны, на которую приходится максимум энергии излучения;

b – постоянная Вина.

Энергия фотона

$$\varepsilon = h\nu \quad \text{или} \quad \varepsilon = \hbar\omega, \qquad (2.26)$$

где h – постоянная Планка;

$\hbar$ – постоянная Планка, разделенная на 2π;

ν – частота фотона;

ω – циклическая частота.

Импульс фотона

$$p = h/\lambda, \qquad (2.27)$$

где λ – длина волны фотона.

Формула Эйнштейна для фотоэффекта

$$h\nu = A + T_{\max} = A + m\upsilon_{\max}^2/2, \qquad (2.28)$$

где $h\nu$ – энергия фотона, падающего на поверхность металла;

А – работа выхода электрона;

$T_{\max}$ – максимальная кинетическая энергия фотоэлектронов.

Красная граница фотоэффекта

$$\nu_0 = A / h \qquad \text{или} \qquad \lambda_0 = hc / A, \tag{2.29}$$

где ν_0 – минимальная частота света, при которой еще возможен фотоэффект;

λ_0 – максимальная длина волны света, при которой еще возможен фотоэффект;

h – постоянная Планка;

c – скорость света в вакууме.

Формула Комптона

$$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = \frac{h}{mc}\left(1 - \cos\theta\right) \tag{2.30}$$

или

$$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = 2\frac{h}{mc}\sin^2\frac{\theta}{2}, \tag{2.31}$$

где λ – длина волны фотона, встретившегося со свободным или слабосвязанным электроном;

λ' – длина волны фотона, рассеянного на угол θ после столкновения с электроном;

m – масса электрона.

Комптоновская длина волны

$$\Lambda = h / (mc); \qquad \left(\Lambda = 2{,}436 \text{ пм}\right). \tag{2.32}$$

Давление света при нормальном падении на поверхность

$$p = E_e(1+\rho) / c = \omega(1+\rho), \tag{2.33}$$

где E_e – энергетическая освещенность;

ω – объемная плотность энергии излучения;

ρ – коэффициент отражения.

2.2 Методические указания к разделу «Оптика»

Интерференция света возникает при наложении когерентных световых волн. В обычных оптических системах (за исключением лазерных систем) когерентность достигается тем, что световой пучок, испускаемый точечным источником, разделяется на два; последние сводятся в одну точку пространства, в которой и наблюдается интерференция. Такое разделение часто приводит к тому, что вместо одного источника появляются два воображаемых, когерентность которых и надо установить.

Задачи на интерференцию света делятся в основном на две группы: задачи, связанные с интерференцией волн от двух когерентных источников и задачи на интерференцию в тонких пленках (пластинках). К задачам первой группы относятся случаи интерференции, полученные с помощью зеркал Френеля, зеркала Ллойда, бипризмы Френеля, а также в опыте Юнга. В этом случае используют формулы (2.5)–(2.6). Другую группу составляют задачи на интерференцию как в плоскопараллельных, так и в клинообразных тонких пластинках, а также задача на кольца Ньютона. Рабочими формулами в этом случае являются формулы (2.5)–(2.10).

Решить дифракционную задачу – значит найти относительное распределение освещенности на экране в зависимости от размеров и формы неоднородностей, вызывающих дифракцию. Для этих целей привлекается принцип Гюйгенса–Френеля. Точное решение задачи на дифракцию является довольно сложным. Поэтому для расчетов дифракционной картины для симметричных случаев привлекают приближенный метод зон Френеля.

Задачи на поляризацию света в основном связаны с законами Брюстера и Малюса. В формуле (2.15), выражающей закон Брюстера, необходимо обратить внимание на смысл величин ε_B и n_{21}. Применяя формулу (2.16) для закона Малюса, необходимо помнить, что I_0 является интенсивностью плоскополяризованного света, падающего на поляризатор, а не интенсивностью естественного света.

Для теплового излучения ключевым определением является энергетическая светимость R_e тела, измеряемая потоком излучения $\varPhi_e$, испускаемым единицей площади светящейся поверхности

$$R_e = \frac{\varPhi_e}{S} = \frac{1}{S}\frac{dW_e}{dt},$$

где dW_e – энергия, излучаемая поверхностью S за время dt.

Формулы (2.24) и (2.25) справедливы для абсолютно черного тела. Для серого тела вместо (2.24) правильно применить выражение

$$R_e^{/} = a_T R_e,$$

где a_T – коэффициент черноты, показывающий, какую часть энергетическая светимость $R_e^{/}$ данного тела составляет от энергетической светимости R_e абсолютного черного тела, взятого при той же температуре.

В задачах на внешний фотоэффект необходим предварительный анализ при выборе выражения для максимальной кинетической энергии $T_{\max}$ электрона. Если энергия фотона $h\nu \ll mc^2$, где mc^2= 0,511 МэВ – энергия покоя электрона, то

$$T_{\max} = \frac{m\upsilon_{\max}^2}{2}.$$

Если $h\nu \geq mc^2$, тогда

$$T_{\max} = mc^2\left(\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} - 1\right),$$

где $\beta = \upsilon_{\max}/c$.

В последнем случае можно пренебречь работой выхода А.

2.3 Примеры решения задач

Пример 1. От двух когерентных источников S_1 и S_2 ($\lambda = 0{,}8$ мкм) лучи попадают на экран. На экране наблюдается интерференционная картина. Когда на пути одного из лучей перпендикулярно ему поместили мыльную пленку ($n = 1{,}33$), интерференционная картина изменилась на противоположную. При какой наименьшей толщине $d_{\min}$ пленки это возможно?

Решение. Изменение интерференционной картины на противоположную означает, что на тех участках экрана, где наблюдались интерференционные максимумы, стали наблюдаться интерференционные минимумы. Такой сдвиг интерференционной картины возможен при изменении оптической разности хода пучков световых волн на нечетное число половин длин волн, то есть

$$\Delta_2 - \Delta_1 = (2k+1)\lambda/2, \tag{2.34}$$

где Δ_1 – оптическая разность хода пучков световых волн до внесения пленки;

Δ_2 – оптическая разность хода тех же пучков после внесения пленки; $\mathrm{k} = 0,\ \pm 1,\ \pm 2, \ldots$.

Наименьшей толщине d_{min} пленки соответствует $k = 0$. При этом формула (1) примет вид

$$\Delta_2 - \Delta_1 = \lambda/2. \tag{2}$$

Выразим оптические разности хода Δ_2 и Δ_1. Из рисунка 2.1 следует

$$\Delta_1 = l_1 - l_2;$$

$$\Delta_2 = \left[(l_1 - d_{\min}) + nd_{\min}\right] - l_2 = (l_1 - l_2) + d_{\min}(n-1).$$

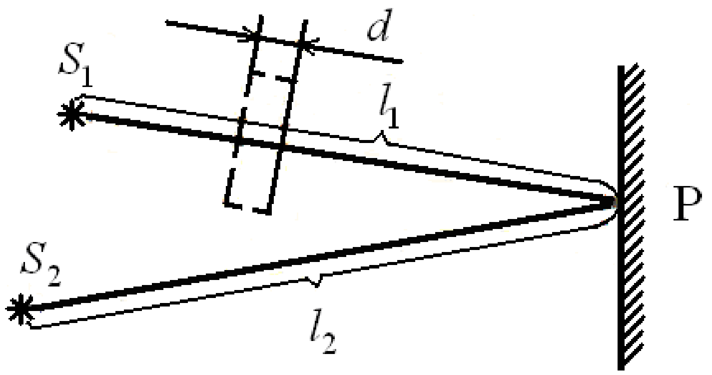

Рисунок 2.1 – Ход лучей от двух когерентных источников

Подставим выражения Δ_1 и Δ_2 в формулу (2):

$$(l_1 - l_2) + d_{\min}(n-1) - (l_1 - l_2) = \lambda / 2$$

или

$$d_{\min}(n-1) = \lambda / 2.$$

Отсюда:

$$d_{\min} = \lambda / \left[2\left(n-1\right)\right].$$

Произведем вычисления:

$$d_{\min} = \frac{0,8}{2(1,33-1)} \text{ мкм} = 1,21 \text{ мкм}.$$

Пример 2. На стеклянный клин с малым углом нормально к его грани падает параллельный пучок лучей монохроматического света с длиной волны $\lambda = 0,6$ мкм. Число m возникающих при этом интерференционных полос, приходящихся на отрезок клина длиной l, равно 10. Определить угол α клина.

Решение. Параллельный пучок света, падая нормально к грани клина, отражается как от верхней, так и от нижней грани. Эти отраженные пучки света когерентны. Поэтому на поверхности клина будут наблюдаться интерференционные полосы. Так как угол клина мал, то отраженные пучки 1 и 2 света (рисунок 2.2) будут практически параллельны.

Темные полосы видны на тех участках клина, для которых разность хода лучей кратна нечетному числу половин длин волн:

$$\Delta = \left(2k+1\right)\lambda/2; \qquad (k = 0,\ \pm1,\ \pm2,\ldots). \tag{1}$$

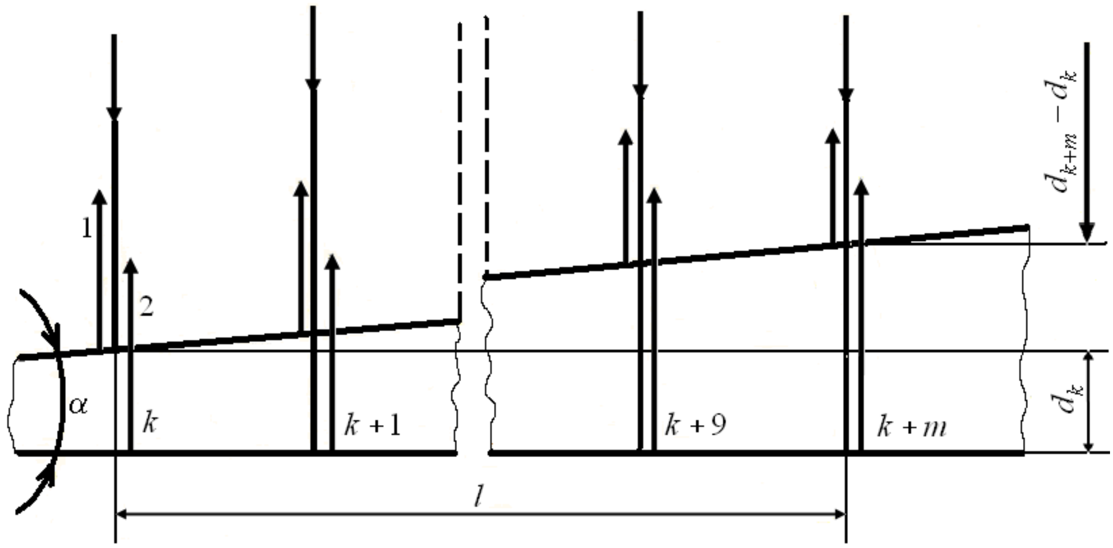

Рисунок 2.2 – Ход лучей при отражении световых волн от поверхности клина

Разность хода Δ двух волн складывается из разности оптических длин путей этих волн ($2dn\cos\varepsilon_2'$) и половины длины волны ($\lambda/2$). Величина $\lambda/2$ представляет собой добавочную разность хода, возникающую при отражении световой волны 1 от оптически более плотной среды. Подставляя в формулу (1) разность хода Δ световых волн, получаем

$$2d_k n\cos\varepsilon_2' + \lambda/2 = (2k+1)\lambda/2, \tag{2}$$

где n – показатель преломления стекла ($n = 1{,}5$);

d_k – толщина клина в том месте, где наблюдается темная полоса, соответствующая номеру k;

ε_2' – угол преломления.

Согласно условию, угол падения равняется нулю, следовательно, и угол преломления ε_2' равен нулю, а $\cos\varepsilon_2' = 1$. Раскрыв скобки в правой части равенства (2), после упрощения получим

$$2d_k n = k\lambda. \tag{3}$$

Пусть произвольной темной полосе k-ого номера отвечает толщина d_k клина, а темной полосе $k+m$-го номера – толщина d_{k+m} клина. Тогда (рисунок. 2.2), учитывая, что m полос укладывается на расстоянии l, найдем

$$\sin\alpha = (d_{k+m} - d_k)/l. \tag{4}$$

Выразим из (3) d_k и d_{k+m} и подставим их в формулу (4). Затем, учитывая, что $\sin\alpha = \alpha$ (для небольших углов α), получим

$$\alpha = \frac{(k+m)\lambda - k\lambda}{2nl} = \frac{m\lambda}{2nl}.$$

Подставляя значение физических величин, найдем

$$\alpha = \frac{10 \cdot 0,6 \cdot 10^{-4}}{2 \cdot 1,5 \cdot 1} \text{ рад} = 2 \cdot 10^{-4} \text{ рад.}$$

Выразим α в секундах. Для этого можно воспользоваться соотношением между радианом и секундой: $1 \text{ рад} = 206265'' \approx 2,06 \cdot 10^{5''}$.Тогда

$$\alpha = 2 \cdot 10^{-4} \cdot 2,06 \cdot 10^{5''} = 41,2''.$$

Пример 3. На дифракционную решетку в направлении нормали к ее поверхности падает монохроматический свет. Период решетки $d = 2$ мкм. Определить наибольший порядок дифракционного максимума, который дает эта решетка в случае красного ($\lambda_1 = 0,7$ мкм) и в случае фиолетового ($\lambda_2 = 0,41$ мкм) света.

Решение. Из формулы, определяющей положение главных максимумов дифракционной решетки, найдем порядок m дифракционного максимума

$$m = (d \ sin \ \varphi) / \lambda, \tag{1}$$

где d – период решетки;

φ – угол дифракции;

λ – длина волны монохроматического света. Так как $\sin\varphi$ не может быть больше 1, то число m не может быть больше d/λ, т. е.

$$m \le d/\lambda. \tag{2}$$

Подставив в формулу (2) значение величин, получим:

$m \le 2/0,7 = 2,86$ (для красных лучей);

$m \le 2/0,41 = 4,88$ (для фиолетовых лучей).

Если учесть, что порядок максимумов является целым числом, то для красного света $m_{\max} = 2$ и для фиолетового $m_{\max} = 4$.

Пример 4. Пучок естественного света падает на полированную поверхность стеклянной пластины, погруженной в жидкость. Отраженный от пластины пучок света образует угол $\varphi = 97°$ с падающим пучком (рисунок. 2.3). Определить показатель преломления n_1 жидкости, если отраженный свет максимально поляризован.

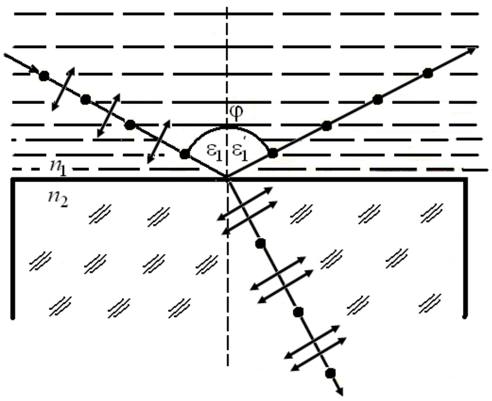

Рисунок 2.3 – Отражение и преломление света на границе жидкость – диэлектрик

Решение. Согласно закону Брюстера, пучок света, отраженный от диэлектрика, максимально поляризован в том случае, если тангенс угла падения численно равен относительному показателю преломления $tg\varepsilon = n_{21}$, где n_{21} – показатель преломления второй среды (стекла) относительно первой (жидкости).

Относительный показатель преломления равен отношению абсолютных показателей преломления. Следовательно

$$\text{tg}\ \varepsilon = n_2 / n_1.$$

Так как угол падения равен углу отражения, то $\varepsilon = \varphi / 2$ и, следовательно, $\text{tg}\ (\varphi / 2) = n_2 / n_1$, откуда

$$n_1 = \frac{n_2}{\text{tg}(\varphi / 2)}.$$

Произведем вычисления

$$n_1 = \frac{1,5}{\text{tg}(97° / 2)} = \frac{1,5}{1,13} = 1,33.$$

Пример 5. Два николя N_1 и N_2 расположены так, что угол между их плоскостями пропускания составляет $\alpha = 60°$. Определить, во сколько раз уменьшится интенсивность I_0 естественного света: 1) при прохождении через один николь N_1; 2) при прохождении через оба николя. Коэффициент поглощения света в николе $k = 0,05$. Потери на отражение света не учитывать.

Решение. 1. Естественный свет, падая на грань призмы Николя (рисунок 2.4), расщепляется вследствие двойного лучепреломления на два пучка: обыкновенный и необыкновенный. Оба пучка одинаковы по интенсивности и полностью поляризованы. Плоскость колебаний необыкновенного пучка лежит в плоскости чертежа (плоскость главного сечения).

Плоскость колебаний обыкновенного пучка перпендикулярна плоскости чертежа. Обыкновенный пучок света (о) вследствие полного отражения от границы АВ отбрасывается на зачерненную поверхность призмы и поглощается ею. Необыкновенный пучок (е) проходит через призму, уменьшая свою интенсивность вследствие поглощения. Таким образом, интенсивность света, прошедшего через первую призму

$$I_1 = {}^1/_2 I_0(1-k).$$

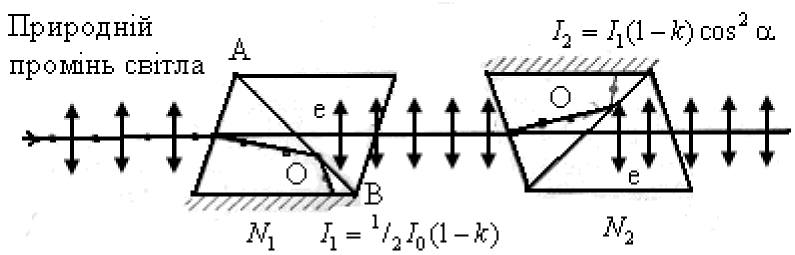

Рисунок 2.4 – Ход пучка света через два николя

Относительное уменьшение интенсивности света получим, разделив интенсивность I_0 естественного света, падающего на первый николь, на интенсивность I_1 поляризованного света:

$$\frac{I_0}{I_i} = \frac{2I_0}{I_0(1-k)} = \frac{2}{1-k}. \qquad (1)$$

Произведем вычисления

$$\frac{I_0}{I_i} = \frac{2}{1-0,05} = 2,1.$$

Таким образом, интенсивность уменьшается в 2,1 раза.

2. Плоскополяризованный пучок света интенсивности I_1 падает на второй николь и также расщепляется на два пучка разной интенсивности: обыкновенный и необыкновенный. Обыкновенный пучок полностью поглощается призмой, поэтому интенсивность его нас не интересует. Интенсивность I_2 необыкновенного пучка, вышедшего из призмы N_2, определяется законом Малюса (без учета поглощения света во втором николе)

$$I_2 = I_1 \cos^2\alpha,$$

где α – угол между плоскостью колебаний в поляризованном пучке и плоскостью пропускания николя N_2.

Учитывая потери интенсивности на поглощение во втором николе, получим

$$I_2 = I_1(1-k)\cos^2\alpha.$$

Искомое уменьшение интенсивности при прохождении света через оба николя найдем, разделив интенсивность I_0 естественного света на интенсивность I_2 света, который прошел систему из двух николей:

$$\frac{I_0}{I_2} = \frac{I_0}{I_1(1-k)\cos^2\alpha}.$$

Заменяя отношение I_0 / I_1 его выражением по формуле (1), получаем

$$\frac{I_0}{I_2} = \frac{2}{(1-k)^2\cos^2\alpha}.$$

Произведем вычисления

$$\frac{I_0}{I_2} = \frac{2}{(1-0,05)^2\cos^2 60°} = 8,86.$$

Таким образом, после прохождения света через два николя интенсивность его уменьшится в 8,86 раза.

Пример 6. Плоскополяризованный монохроматический пучок света падает на поляроид и полностью им гасится. Когда на пути пучка поместили кварцевую пластину, интенсивность I пучка света после поляроида стала равна половине интенсивности пучка, падающего на поляроид. Определить минимальную толщину кварцевой пластины. Поглощением и отражением света поляроидом пренебречь, постоянную вращения α кварца принять равной $48,9$ град/мм.

Решение. Полное гашение света поляроидом означает, что плоскость пропускания поляроида (штриховая линия на рисунке 2.5) перпендикулярна плоскости колебаний $(\mathrm{I}-\mathrm{I})$ плоскополяризованного света, падающего на него. Введение кварцевой пластины приводит к повороту плоскости колебаний света на угол

$$\varphi = \alpha l, \tag{1}$$

где l – толщина пластины.

Зная, во сколько раз уменьшится интенсивность света при прохождении его через поляроид, определим угол β, который установится между плоскостью пропускания поляроида и новым направлением $(\mathrm{II}-\mathrm{II})$ плоскости колебаний падающего на поляроид плоскополяризованного света. Для этого воспользуемся законом Малюса

$$I = I_0\cos^2\beta.$$

Заметив, что $\beta = \pi/2 - \varphi$, можно написать

$$I = I_0\cos^2(\pi/2 - \varphi), \quad \text{или} \quad I = I_0\sin^2\varphi. \qquad (2)$$

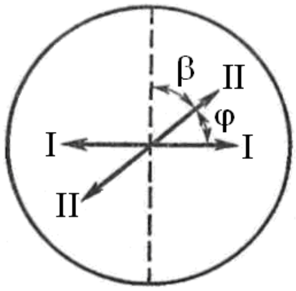

Рисунок 2.5 – Определение угла поворота β

Из равенства (2) с учетом (1) получим $\alpha l = \arcsin\sqrt{I / I_0}$, откуда искомая толщина пластины

$$l = (1/\alpha)\arcsin\sqrt{I / I_0}.$$

Произведем вычисление во внесистемных единицах

$$l = \frac{1}{48,9}\arcsin\sqrt{1/2}\ \text{мм} = \frac{0,785}{48,9}\ \text{мм} = 16\ \text{мкм}.$$

Пример 7. Определить релятивистский импульс электрона, обладающего кинетической энергией T = 5 МэВ.

Решение. Релятивистская энергия E электрона связана с его импульсом p и массой m соотношением

$$E = c\sqrt{p^2 + m^2c^2}, \qquad (1)$$

где c – скорость света в вакууме.

Возводя равенство (1) в квадрат, получим

$$E^2 = c^2p^2 + E_0^2, \qquad (2)$$

где $E_0 = mc^2$ – энергия покоя электрона.

Из (2) находим релятивистский импульс

$$p = ({}^1/_c)\sqrt{E^2 - E_0^2} = ({}^1/_c)\sqrt{(E - E_0)(E + E_0)}. \qquad (3)$$

Разность между полной энергией и энергией покоя является кинетической энергией T частицы: $E - E_0 = T$. Легко убедиться, что $E + E_0 = T + 2E_0$, поэтому искомая связь между импульсом и кинетической энергией релятивистской частицы выразится формулой:

$$p = \frac{1}{c}\sqrt{T(T + 2E_0)}\cdot$$

Вычисление удобно провести в два этапа: сначала найти числовое значение радикала под внесистемных единицах, а затем перейти к вычисчислению в единицах СИ. Таким образом

$$p = \frac{\sqrt{T(T+2E_0)}}{\text{c}} = \frac{\sqrt{5(5+2\cdot 0{,}51)}}{\text{c}}\ \text{МеВ} = \frac{5{,}5}{\text{c}}\ \text{МеВ} =$$

$$= \frac{5{,}5\cdot 1{,}6\cdot 10^{-13}}{3\cdot 10^{8}}\ \text{Дж} = 2{,}93\cdot 10^{-21}\ \text{кг}\cdot\text{м/с}.$$

Пример 8. Длина волны, на которую приходится максимум энергии в спектре излучения черного тела, $\lambda_0 = 0{,}58$ мкм. Определить энергетическую светимость (излучательность) R_e поверхности тела.

Решение. Энергетическая светимость R_e абсолютно черного тела согласно закону Стефана – Больцмана пропорциональна четвертой степени термодинамической температуры и выражается формулой

$$R_e = \sigma T^4, \tag{1}$$

где σ – постоянная Стефана – Больцмана;

Т – термодинамическая температура.

Температуру Т можно вычислить с помощью закона смещения Вина

$$\lambda_0 = b/T, \tag{2}$$

где b – постоянная закона смещения Вина.

Используя формулы (2) и (1), получаем

$$R_e = \sigma(b/\lambda_0)^4. \tag{3}$$

Произведем вычисления

$$R_e = 5{,}67\cdot 10^{-8}\left(\frac{2{,}90\cdot 10^{-3}}{5{,}8\cdot 10^{-7}}\right)^4\ \text{Вт/м}^2 = 3{,}54\cdot 10^{7}\ \text{Вт/м}^2 = 35{,}4\ \text{МВт/м}^2.$$

Пример 9. Определить максимальную скорость $\upsilon_{\max}$ фотоэлектронов, вырываемых с поверхности серебра: 1) ультрафиолетовым излучением с длиной волны $\lambda_1 = 0{,}155$ мкм; 2) γ излучением с длиной волны $\lambda_2 = 1$ пм.

Решение. Максимальную скорость фотоэлектронов можно определить из уравнения Эйнштейна для фотоэффекта

$$\varepsilon = A + T_{\max}, \tag{1}$$

где ε – энергия фотонов, падающих на поверхность металла;

А – работа выхода;

T_{max} – максимальная кинетическая энергия фотоэлектронов.

Энергия фотона вычисляется также по формуле

$$\varepsilon = hc/\lambda, \tag{2}$$

где h – постоянная Планка;

с – скорость света в вакууме;

λ – длина волны.

Кинетическая энергия электрона может быть выражена или по классической формуле

$$T = m\upsilon^2/2, \tag{3}$$

или по релятивистской формуле

$$T = E_0(1/\sqrt{1-\beta^2} - 1), \tag{4}$$

в зависимости от того, какая скорость сообщается фотоэлектрону. Скорость фотоэлектрона зависит от энергии фотона, вызывающего фотоэффект: если энергия ε фотона меньше энергии покоя E_0 электрона, то может быть применена формула (3), если же ε сравнима по величине с E_0, то вычисление по формуле (3) приводит к ошибке, поэтому нужно пользоваться формулой (4).

1. Вычислим энергию фотона ультрафиолетового излучения по формуле (2)

$$\varepsilon_1 = \frac{6{,}63\cdot10^{-34}\cdot3\cdot10^8}{1{,}55\cdot10^{-7}}\ \text{Дж} = 1{,}28\cdot10^{-18}\ \text{Дж}$$

или

$$\varepsilon_1 = \frac{1{,}28\cdot10^{-18}}{1{,}6\cdot10^{-19}}\ \text{эВ} = 8\ \text{эВ}.$$

Полученная энергия фотона (8 эВ) намного меньше энергии покоя электрона ($0{,}51$ МэВ). Следовательно, для данного случая кинетическая энергия фотоэлектрона в формуле (1) может быть выражена по классической формуле (3)

$$\varepsilon_1 = A + m\upsilon_{\max}^2/2,$$

откуда

$$\upsilon_{max} = \sqrt{2(\varepsilon_1 - A)/m}. \tag{5}$$

Проверим, дает ли полученная формула единицу скорости. Для этого в правую часть формулы (5) вместо символов величин подставим обозначения единиц

$$\left(\frac{[\varepsilon_1 - A]}{[m]}\right)^{1/2} = \left(\frac{1\text{Дж}}{1\text{кг}}\right)^{1/2} = \left(\frac{1\text{кг}\cdot\text{м}^2/\text{с}^2}{1\text{кг}}\right)^{1/2} = 1 \text{ м/с}.$$

Найденная единица является единицей скорости. Подставив значение величин в формулу (5), найдем

$$\upsilon_{\max} = \sqrt{\frac{2(1,28\cdot10^{-18} - 0,75\cdot10^{-18})}{9,11\cdot10^{-31}}} \text{ м/с} = 1,08\cdot10^{6} \text{ м/с}.$$

2. Вычислим энергию фотона γ - излучения

$$\varepsilon_2 = \frac{hc}{\lambda} = \frac{6,63\cdot10^{-34}\cdot3\cdot10^{8}}{10^{-12}} \text{ Дж} = 1,99\cdot10^{-13} \text{ Дж}$$

или во внесистемных единицах

$$\varepsilon_2 = \frac{1,99\cdot10^{-13}}{1,6\cdot10^{-19}} \text{ эВ} = 1,24\cdot10^{6} \text{ эВ} = 1,24 \text{ МэВ}.$$

Работа выхода электрона ($A = 4,7$ эВ) пренебрежимо мала по сравнению с энергией фотона ($\varepsilon_2 = 1,24$ МэВ), поэтому можно принять, что максимальная кинетическая энергия электрона равна энергии фотона: $T_{\max} = \varepsilon_2 = 1,24$ МэВ. Так как в данном случае кинетическая энергия электрона больше его энергии покоя, то для вычисления скорости электрона следует взять релятивистскую формулу кинетической энергии (4). Из этой формулы найдем

$$\beta = \sqrt{(2E_0 + T)T}\,/\,(E_0 + T).$$

Заметив, что $\upsilon = c\beta$ и $T_{\max} = \varepsilon_2$, получим

$$\upsilon_{\max} = c\sqrt{(2E_0 + \varepsilon_2)\varepsilon_2}\,/\,(E_0 + \varepsilon_2).$$

Произведем вычисления

$$\upsilon_{\max} = 3\cdot10^{8}\,\frac{\sqrt{(2\cdot0,51 + 1,24)\cdot1,24}}{0,51 + 1,24} \text{ м/с} = 2,85\cdot10^{8} \text{ м/с}.$$

Пример 10. В результате эффекта Комптона фотон при соударении с электроном был рассеян на угол $\theta = 90°$. Энергия рассеянного фотона $\varepsilon_2 = 0,4$ МэВ. Определить энергию фотона ε_1 до рассеяния.

Решение. Для определения энергии первичного фотона воспользуемся формулой Комптона

$$\Delta\lambda = 2\frac{h}{mc}\sin^2\frac{\vartheta}{2}, \qquad (1)$$

где $\Delta\lambda = \lambda_2 - \lambda_1$ – изменение длины волны фотона в результате рассеяния на свободном электроне;

h – постоянная Планка;

m – масса электрона;

с – скорость света в вакууме;

ϑ – угол рассеяния фотона.

Преобразуем формулу (1): 1) заменим в ней $\Delta\lambda$ на $\lambda_2 - \lambda_1$; 2) выразим длины волн λ_1 и λ_2 через энергии ε_1 и ε_2 соответствующих фотонов, воспользовавшись формулой $\varepsilon = hc/\lambda$; 3) помножим числитель и знаменатель правой части формулы на с, тогда:

$$\frac{hc}{\varepsilon_2} - \frac{hc}{\varepsilon_1} = \frac{hc}{mc^2}2\sin^2\frac{\vartheta}{2}.$$

Сократим на hc и выразим из этой формулы искомую энергию

$$\varepsilon_1 = \frac{\varepsilon_2 m_0 c^2}{mc^2 - \varepsilon_2 2\sin^2(\vartheta/2)} = \frac{\varepsilon_2 E_0}{E_0 - 2\varepsilon_2\sin^2(\vartheta/2)}, \qquad (2)$$

где $E_0 = mc^2$ – энергия покоя электрона.

Вычисление по формуле (2) удобнее вести во внесистемных единицах. Так как для электрона $E_0 = 0,511$ МэВ, то

$$\varepsilon_1 = \frac{0,4\cdot 0,511}{0,511 - 2\cdot 0,4\sin^2(90°/2)}\ \text{МэВ} = 1,85\ \text{МэВ}.$$

Пример 11. Пучок монохроматического света с длиной волны $\lambda = 663$ нм падает нормально на зеркальную плоскую поверхность. Поток излучения $\Phi_e = 0,6$ Вт. Определить: 1) силу давления F, испытываемую этой поверхностью; 2) количество фотонов, ежесекундно падающих на поверхность.

Решение. 1. Сила светового давления на поверхность равна произведению светового давления р на площадь S поверхности

$$F = pS. \qquad (1)$$

Световое давление может быть найдено по формуле

$$p = E_e(\rho + 1)/c, \qquad (2)$$

где E_e – энергетическая освещенность;

с – скорость света в вакууме;

ρ – коэффициент отражения.

Подставляя правую часть выражения (2) в формулу (1), получим

$$F = E_e S(\rho+1)/c. \tag{3}$$

Поскольку $E_e S$ представляет собой поток излучения Φ_e, то

$$F = \Phi_e(\rho+1)/c. \tag{4}$$

Произведем вычисления, учитывая, что для зеркальной поверхности $\rho = 1$

$$F = \frac{0,6}{3\cdot 10^8}(1+1)\ \text{Н} = 4\ \text{кН}.$$

2. Произведение энергии ε одного фотона на число фотонов n_1, ежесекундно падающих на поверхность, равно мощности излучения, т. е. потоку излучения: $\Phi_e = \varepsilon n_1$, а поскольку энергия фотона $\varepsilon = hc/\lambda$, то:

$$\Phi_e = hcn_1/\lambda,$$

откуда

$$n_1 = \Phi_e\lambda/(hc). \tag{5}$$

Произведем вычисления

$$n_1 = \frac{0,6\cdot 6,63\cdot 10^{-7}}{6,63\cdot 10^{-34}\cdot 3\cdot 10^8}\ \text{с}^{-1} = 2\cdot 10^{18}\ \text{с}^{-1}.$$

2.4 Задания для самостоятельного решения

1. На пути пучка света поставлена стеклянная пластина толщиной $d = 1$ мм так, что угол падения луча $i_1 = 30^0$. На сколько изменится длина пути светового пучка? $[550\ \text{мкм}]$.

2. На мыльную пленку с показателем преломления $n = 1,33$ падает по нормали монохроматический свет с длиной волны $\lambda = 0,6$ мкм. Отраженный свет в результате интерференции имеет наибольшую яркость. Какая наименьшая возможная толщина $d_{\min}$ пленки? $[0,113\ \text{мкм}]$.

3. Радиус второго темного кольца Ньютона в отраженном свете $r_2 = 0,4$ мм. Определить радиус R кривизны плосковыпуклой линзы, взя-

той для опыта, если она освещается монохроматическим светом с длиной волны $\lambda = 0,64$ мкм. $\left[125 \text{ мм}\right]$.

4. На пластину со щелью, ширина которой $a = 0,05$ мм, падает нормально монохроматический свет с длиной волны $\lambda = 0,7$ мкм. Определить угол φ отклонения лучей, соответствующий первому дифракционному максимуму. $\left[1^0 12'\right]$.

5. Дифракционная решетка, освещенная нормально падающим монохроматическим светом, отклоняет спектр третьего порядка на угол $\varphi_1 = 30^0$. На какой угол φ_2 она отклоняет спектр четвертого порядка? $\left[41^0 50'\right]$.

6. Угол преломления луча в жидкости $i_2 = 35^0$. Определить показатель преломления n жидкости, если известно, что отраженный пучок света максимально поляризован. $\left[1{,}48\right]$.

7. На сколько процентов уменьшается интенсивность света после прохождения через призму Николя, потери света составляют 10 %. $\left[\text{На } 55\ \%\right]$.

8. При какой скорости υ релятивистская масса частицы в $k = 3$ раза больше массы покоя этой частицы? $\left[2{,}83 \cdot 10^8 \text{ м/с}\right]$.

9. Определить скорость υ электрона, который имеет кинетическую энергию $T = 1,53$ МэВ. $\left[2{,}91 \cdot 10^8 \text{ м/с}\right]$.

10. Электрон движется со скоростью $\upsilon = 0,6$ с, где c – скорость света в вакууме. Определить релятивистский импульс p электрона. $\left[2{,}0 \cdot 10^{-22} \text{ м/с}\right]$.

11. Вычислить энергию, излучаемую за время $t = 1$ мин с площади $S = 1$ см^2 абсолютно черного тела, температура которого $T = 1000$ К. $\left[340 \text{ Дж}\right]$.

12. Длина волны, на которую приходится максимум энергии излучения абсолютно черного тела $\lambda_m = 0,6$ мкм. Определить температуру T тела. $\left[4{,}82 \text{ кК}\right]$.

13. Определить максимальную спектральную плотность $\left(r_{\lambda,T}\right)_{\max}$ энергетической светимости (излучательности), рассчитанную на 1 нм в спектре излучения абсолютно черного тела. Температура тела $T = 1$ К. $\left[13 \text{ Вт/}\left(\text{м}^2 \cdot \text{нм}\right)\right]$.

14. Определить энергию ε и импульс p фотона с длиной волны $\lambda = 1,24$ нм. $\left[1,60\cdot10^{-16}\text{ Дж; }1,78\cdot10^{-33}\text{ кг; }5,35\cdot10^{-25}\text{ кг м/с}\right]$.

15 На пластину падает монохроматический свет ($\lambda = 0,42$ мкм). Фототок прекращается при задерживающей разности потенциалов $U = 0,95$ В. Определить работу А выхода электронов с поверхности пластины. $\left[2\text{ еВ}\right]$.

16. На цинковую пластину падает пучок ультрафиолетового излучения ($\lambda = 0,2$ мкм). Определить максимальную кинетическую энергию $T_{\max}$ и максимальную скорость $\upsilon_{\max}$ фотоэлектронов. $\left[2,2\text{ еВ; }8,8\cdot10^{2}\text{ м/с}\right]$.

17. Определить максимальную скорость $\upsilon_{\max}$ фотоэлектрона, вырванного с поверхности металла γ - квантом с энергией $\varepsilon = 1,53$ МэВ. $\left[2,91\cdot10^{8}\text{ м/с}\right]$.

18. Определить угол ϑ рассеяния фотона, испытавшего соударение со свободным электроном, если изменение длины волны при рассеянии $\Delta\lambda = 3,63$ пм. $\left[120^{0}\right]$.

19. Фотон с энергией ε_1, равной энергии покоя электрона (m_0c^2), рассеялся на свободном электроне на угол $\vartheta = 120^0$. Определить энергию ε_2 рассеянного фотона и кинетическую энергию Т электрона отдачи (в единицах m_0c^2). $\left[0,4\,m_0c^2;\ 0,6\,m_0c^2\right]$.

20. Поток энергии, излучаемой электрической лампой, $\Phi_e = 600$ Вт. На расстоянии $r = 1$ м от лампы перпендикулярно падающим лучам, расположено круглое плоское зеркальце диаметром $d = 2$ см. Определить силу F светового давления на зеркальце. Лампу рассматривать как точечный изотопный излучатель. $\left[0,1\text{ Нн}\right]$.

21. Параллельный пучок монохроматического света с длиной волны $\lambda = 0,663$ мкм падает на зачерненную поверхность и производит на нее давление $p = 0,3$ мкПа. Определить концентрацию n фотонов в световом пучке. $\left[10^{12}\text{ м}^{-3}\right]$.

3 ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ СТРОЕНИЯ АТОМОВ, МОЛЕКУЛ И АТОМНОГО ЯДРА

3.1 Основные формулы

Боровская теория водородоподобного атома

Момент импульса электрона (второй постулат Бора)

$$L_n = \hbar n \qquad \text{или} \qquad m\upsilon_n r_n = \hbar n, \tag{3.1}$$

где m – масса электрона;

υ_n – скорость электрона на n-й орбите;

r_n – радиус n-й стационарной орбиты;

$\hbar$ – постоянная Планка;

n – главное квантовое число ($n = 1,\ 2,\ 3,\ldots$).

Радиус n-й стационарной орбиты

$$r_n = a_0 n^2, \tag{3.2}$$

где a_0 – первый боровский радиус.

Энергия электрона в атоме водорода

$$E_n = E_i / n^2, \tag{3.3}$$

где E_i – энергия ионизации атома водорода.

Энергия, излучаемая или поглощаемая атомом водорода

$$\varepsilon = \hbar\omega = E_{n2} - E_{n1} \tag{3.4}$$

или

$$\varepsilon = E_i(1/n_1^2 - 1/n_2^2), \tag{3.5}$$

где n_1 и n_2 – квантовые числа, соответствующие энергетическим уровням, между которыми совершается переход электрона в атоме.

Спектроскопическое волновое число

$$\tilde{\nu} = 1/\lambda = R(1/n_1^2 - 1/n_2^2), \tag{3.6}$$

где λ – длина волны излучения или поглощения атомом;

R – постоянная Ридберга.

Волновые свойства частиц

Длина волны де Бройля

$$\lambda = 2\pi\hbar / p = h/p, \tag{3.7}$$

где p – импульс частицы;

h – постоянная Планка.

Импульс частицы и ее связь с кинетической энергией Т:

а) нерелятивистская частица

$$p = m\upsilon; \qquad p = \sqrt{2mT}; \qquad (3.8)$$

б) релятивистская частица

$$p = \frac{m\upsilon}{\sqrt{1-(\upsilon/c)^2}}; \qquad p = \frac{1}{c}\sqrt{(2E_0 + T)T}, \qquad (3.9)$$

где m – масса частицы;

υ – скорость частицы;

с – скорость света в вакууме;

E_0 – энергия покоя частицы $(E_0 = mc^2)$.

Соотношение неопределенностей:

а) для координаты и импульса

$$\Delta p_x \Delta x \geq \hbar, \qquad (3.10)$$

где Δp_x – неопределенность проекции импульса на ось X;

Δx – неопределенность координаты;

б) для энергии и времени

$$\Delta E \Delta t \geq \hbar, \qquad (3.11)$$

где ΔE – неопределенность энергии;

Δt – время жизни квантовой системы в данном энергетическом состоянии.

Одномерное уравнение Шредингера для стационарных состояний

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} + \frac{2m}{\hbar^2}(E - U)\psi(x) = 0, \qquad (3.12)$$

где $\psi(x)$ – волновая функция, описывающая состояние частицы;

m – масса частицы;

Е – полная энергия частицы;

$U = U(x)$ – потенциальная энергия частицы.

Плотность вероятности

$$\frac{d\omega(x)}{dx} = |\psi(x)|^2, \qquad (3.13)$$

где $d\omega(x)$ – вероятность того, что частица может быть обнаружена вблизи точки с координатой х на участке dx.

Вероятность обнаружения частицы в интервале от x_1 к x_2

$$\omega = \int_{x_1}^{x_2} \left|\psi(x)\right|^2 dx. \tag{3.14}$$

Решение уравнения Шредингера для одномерного, бесконечно глубокого, прямоугольного потенциального ящика:

а) собственная нормированная волновая функция

$$\psi_n(x) = \sqrt{\frac{2}{l}} \sin \frac{\pi n}{l} x; \tag{3.15}$$

б) собственное значение энергии

$$E_n = \frac{\pi^2 \hbar^2 n^2}{2ml^2}, \tag{3.16}$$

где n – квантовое число ($n = 1,\ 2,\ 3, \ldots$);

l – ширина ящика.

В области x = 0 и x = l имеем $U = \infty$ и $\psi(x) = 0$.

Атомное ядро. Радиоактивность

Массовое число ядра (число нуклонов в ядре)

$$A = Z + N, \tag{3.17}$$

где Z – зарядовое число (число протонов);

N – число нейтронов.

Закон радиоактивного распада

$$dN = -\lambda N dt \quad \text{или} \quad N = N_0 e^{-\lambda t}, \tag{3.18}$$

где dN – число ядер, распадающихся за интервал времени dt;

N – число ядер, не распавшихся к моменту времени t;

N_0 – число ядер в начальный момент ($t = 0$);

λ – постоянная радиоактивного распада.

Число ядер, распавшихся за время t

$$\Delta N = N_0 - N = N_0(1 - e^{-\lambda t}). \tag{3.19}$$

В случае, если интервал времени Δt, за который определяется число распавшихся ядер, намного меньше периода полураспада $T_{1/2}$, то число распавшихся ядер, можно определить по формуле:

$$\Delta N = \lambda N \Delta t. \tag{3.20}$$

Зависимость периода полураспада от постоянной радиоактивного распада

$$T_{1/2} = (ln\ 2)/\lambda = 0{,}693/\lambda. \tag{3.21}$$

Среднее время τ жизни радиоактивного ядра, т. е. интервал времени, за который число нераспавшихся ядер, уменьшается в е раз

$$\tau = 1/\lambda. \qquad (3.22)$$

Число N атомов, содержащихся в радиоактивном изотопе

$$N = mN_A/M, \qquad (3.23)$$

где m – масса изотопа;
M – молярная масса;
N_A – постоянная Авогадро.
Активность A радиоактивного изотопа

$$A = -dN/dt = \lambda N \qquad \text{или} \qquad A = \lambda N_0 e^{-\lambda t} = A_0 e^{-\lambda t}, \qquad (3.24)$$

где dN – число ядер, распадающихся за интервал времени dt;
A_0 – активность изотопа в начальный момент времени.
Удельная активность изотопа

$$a = A/m. \qquad (3.25)$$

Дефект массы ядра

$$\Delta m = Zm_p + (A - Z)m_n - m_я, \qquad (3.26)$$

где Z – зарядовое число (число протонов в ядре);
A – массовое число (число нуклонов в ядре);
$(A - Z)$ – число нейтронов в ядре;
m_p, m_n, $m_я$ – массы протона, нейтрона и ядра, соответственно.
Энергия связи ядра

$$E_{зв} = \Delta mc^2, \qquad (3.27)$$

где Δm – дефект массы ядра;
c – скорость света в вакууме.

Во внесистемных единицах энергия связи ядра равна $E_{св} = 931\Delta m$, где дефект массы Δm – в а. е. м.; 931 – коэффициент пропорциональности (1 а. е. м.~931 Мэв).

Теплоемкость кристалла

Средняя энергия квантового одномерного осциллятора

$$\langle\varepsilon\rangle = \varepsilon_0 + \frac{\hbar\omega}{e^{\hbar\omega/(kT)} - 1}, \qquad (3.28)$$

где ε_0 – нулевая энергия ($\varepsilon_0 = {}^1/_2\hbar\omega$);
$\hbar$ – постоянная Планка;
ω – круговая частота колебаний осциллятора;

k – постоянная Больцмана;

Т – термодинамическая температура.

Молярная внутренняя энергия системы, состоящая из невзаимодействующих квантовых осцилляторов

$$U_m = U_{0m} + 3R\Theta_E / (e^{\Theta_E/T} - 1), \tag{3.29}$$

где R – молярная газовая постоянная;

$\Theta_E = \hbar\omega / k$ – характеристическая температура Эйнштейна;

$U_{0m} = {}^2/_3 R\Theta_E$ – молярная нулевая энергия (по Эйнштейну).

Молярная теплоемкость кристаллического твердого тела в области низких температур (предельный закон Дебая)

$$C_m = \frac{12\pi^4}{5} R \left(\frac{T}{\Theta_D} \right)^3 = 234R \left(\frac{T}{\Theta_D} \right)^3 \qquad (T \ll \Theta_D). \tag{3.30}$$

Теплота, необходимая для нагревания тела

$$Q = \frac{m}{M} \int_{T_1}^{T_2} C_m dT, \tag{3.31}$$

где m – масса тела;

М – молярная масса;

T_1 и T_2 – начальная и конечная температуры тела.

Элементы квантовой статистики

Распределение свободных электронов в металле по энергиям при 0 К

$$dn(\varepsilon) = \frac{1}{2\pi^2} \left(\frac{2m}{\hbar^2} \right)^{3/2} \varepsilon^{1/2} d\varepsilon, \tag{3.32}$$

где $dn(\varepsilon)$ – концентрация электронов, энергия которых заключена в пределах от ε до $\varepsilon + d\varepsilon$;

m – масса электрона.

Это выражение справедливо при $\varepsilon < \varepsilon_F$ (где ε_F – энергия или уровень Ферми).

Энергия Ферми в металле при $T = 0$ К:

$$\varepsilon_F = \frac{\hbar^2}{2m} (3\pi^2 n)^{2/3}, \tag{3.33}$$

где n – концентрация электронов в металле.

Полупроводники. Удельная проводимость собственных полупроводников

$$\gamma = \gamma_0 exp(-\Delta E / 2kT), \tag{3.34}$$

где ΔE – ширина запрещенной зоны;

γ_0 – константа.

Сила тока в $p-n$ - переходе

$$I = I_0 \left[exp(eU / kT) - 1 \right], \tag{3.35}$$

где I_0 – предельное значение силы обратного тока;

U – внешнее напряжение, приложенное к $p-n-$переходу.

Контактные и термоэлектрические явления. Внутренняя контактная разность потенциалов

$$U_{12} = \frac{\varepsilon_{F_1} - \varepsilon_{F_2}}{e}, \tag{3.36}$$

где ε_{F_1} и ε_{F_2} – энергия Ферми соответственно для первого и второго металлов;

e – заряд электрона.

3.2 Методические указания к разделу «Элементы теории строения атомов, молекул и атомного ядра»

В задачах на боровскую теорию водородоподобных атомов кроме постулатов Бора, целесообразно использовать и уравнение движения электрона в атоме.

Задача на применение формулы де Бройля требует предварительного анализа решения: для нерелятивистской частицы нужно пользоваться формулой (3.8) для импульса, а для релятивистской – формулой (3.9). Заметим, что во всех случаях движения электрона в атоме релятивистскими эффектами можно пренебречь.

Применяя соотношение неопределенностей (3.10), необходимо иметь в виду следующее:

- если даны линейные размеры области *l*, в которой находится частица, то считают $\Delta x \approx l$; если известен модуль импульса p, но неизвестно его направление, то считают $\Delta p \approx p$;
- искомая величина не может быть меньше наименьшей неопределенности ее измерения, т. е. в качестве минимального значения искомой величины рассматривают минимальную неопределенность этой величины: $l_{\min} \approx (\Delta x)_{\min}$, $p_{\min} = (\Delta p)_{\min}$.

При решении задач на явление радиоактивности необходимо понимать, что число нераспавшихся ядер к моменту времени t, определяется формулой (3.18), а число распавшихся ядер за это время – формулой (3.19).

Решение задач на ядерные реакции основывается на применении законов сохранения: 1) электрического заряда; 2) суммарного числа нуклонов; 3) энергии; 4) импульса. В этом случае необходимо иметь в виду, что под энергией понимается полная релятивистская энергия. Для одной частицы эта энергия равна сумме энергий покоя E_0 частицы и и ее кинетической энергии Т.

3.3 Примеры решения задач

Пример 1. Электрон в атоме водорода перешел из четвертого энергетического уровня на второй. Определить энергию испущенного при этом фотона.

Решение. Для определения энергии фотона воспользуемся сериальной формулой для водородоподобных ионов

$$1/\lambda = RZ^2(1/n_1^2 - 1/n_2^2), \qquad (1)$$

где λ – длина волны фотона;

R – постоянная Ридберга;

Z – заряд ядра в относительных единицах (при $Z=1$ формула переходит в сериальную формулу для водорода);

n_1 – номер орбиты, на которую перешел электрон;

n_2 – номер орбиты, из которой перешел электрон (n_1 и n_2 – главные квантовые числа).

Энергию фотона ε можно выразить формулой

$$\varepsilon = hc/\lambda.$$

Поэтому, умножив обе части равенства (1) на hc, получим выражение для энергии фотона

$$\varepsilon = RhcZ^2(1/n_1^2 - 1/n_2^2).$$

Поскольку Rhc – энергия ионизации E_i атома водорода, то

$$\varepsilon = E_i Z^2(1/n_1^2 - 1/n_2^2).$$

Вычисление выполним во внесистемных единицах: $E_i = 13,6$ эВ (таблица. А.1 приложения А); $Z=1; n_1=2$; $n_2=4$

$$\varepsilon = 13,6 \cdot 1^2\left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{4^2}\right) \text{ эВ} = 13,6 \cdot 3/16 \text{ еВ} = 2,55 \text{ эВ}.$$

Пример 2. Электрон, начальной скоростью которого можно пренебречь, прошел ускоряющую разность потенциалов U. Найти длину волны де Бройля электрона для двух случаев: 1) $U_1 = 51$ В; 2) $U_2 = 510$ кВ.

Решение. Длина волны де Бройля для частицы зависит от ее импульса p и определяется формулой

$$\lambda = h / p, \tag{1}$$

где h – постоянная Планка.

Импульс частицы можно определить, если известна ее кинетическая энергия T. Связь импульса с кинетической энергией различна для нерелятивистского случая (когда кинетическая энергия частицы намного меньше ее энергии покоя) и для релятивистского случая (когда кинетическая энергия сопоставима с энергией покоя частицы).

В нерелятивистском случае

$$p = \sqrt{2mT}, \tag{2}$$

где m – масса частицы.

В релятивистском случае

$$p = \sqrt{(2E_0 + T)T} / c, \tag{3}$$

где $E_0 = mc^2$ – энергия покоя частички.

Формулу (1) с учетом соотношений (2) и (3) запишем:

– в нерелятивистском случае

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2mT}}; \tag{4}$$

– в релятивистском случае

$$\lambda = \frac{hc}{\sqrt{(2E_0 + T)T} / c}. \tag{5}$$

Сравним кинетические энергии электрона, прошедшего заданные в условии задачи разности потенциалов $U_1 = 51$ В и $U_2 = 510$ кВ, с энергией покоя электрона и в зависимости от этого решим, какую из формул (4) или (5) следует применить для вычисления длины волны де Бройля.

Как известно, кинетическая энергия электрона, прошедшего ускоряющую разность потенциалов U

$$T = eU.$$

В первом случае $T_1 = eU = 51 \text{ эВ} = 0{,}51 \cdot 10^{-4}$ МэВ, что намного меньше энергии покоя электрона $E_0 = mc^2 = 0{,}51$ МеВ. Следовательно, в этом случае можно применить формулу (4). Для упрощения расчетов заметим, что $T_1 = 10^{-4} mc^2$. Подставив это выражение в формулу (4), перепишем ее в виде

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2m \cdot 10^{-4} \cdot mc^2}} = \frac{10^2}{\sqrt{2}} \frac{h}{mc}.$$

Учитывая, что h / mc – комптоновская длина волны Λ, получим

$$\lambda_1 = 10^2 \Lambda / \sqrt{2}.$$

Поскольку $\Lambda = 2,43$ пм (таблицы. А.1 приложения А), то

$$\lambda_1 = 10^2 \cdot 2,43 / \sqrt{2} \text{ пм} = 171 \text{ пм}.$$

Во втором случае кинетическая энергия $T_2 = eU_2 = 510$кэВ =0,51 МэВ, т. е. равна энергии покоя электрона. В этом случае необходимо применить релятивистскую формулу (5). Учитывая, что $T_2 = 0,51 \text{ МэВ} = mc^2$, по формуле (5) находим

$$\lambda_2 = \frac{h}{\sqrt{(2mc^2 + mc^2)mc^2} / c} = \frac{h}{\sqrt{3}mc}$$

или

$$\lambda_2 = \Lambda / \sqrt{3}.$$

Подставим значение Λ и произведем вычисления:

$$\lambda_2 = 2,43 / \sqrt{3} \text{ пм} = 1,40 \text{ пм}.$$

Пример 3. Кинетическая энергия электрона в атоме водорода составляет величину порядка $T = 10$ эВ. Используя соотношение неопределенностей, оценить минимальные линейные размеры атома.

Решение. Соотношение неопределенностей для координаты и импульса имеет вид

$$\Delta x \Delta p_x \geq \hbar, \tag{1}$$

где Δx – неопределенность координаты частицы (в данном случае электрона);

Δp_x – неопределенность импульса частицы (электрона);

$\hbar$ – постоянная Планка.

Из соотношения неопределенностей вытекает, что чем точнее определяется положение частицы в пространстве, тем более неопределенным становится импульс, а следовательно, и энергия частицы. Пусть атом имеет линейные размеры l, тогда электрон атома будет находиться где-то в пределах области с неопределенностью:

$$\Delta x = l / 2.$$

Соотношение неопределенностей (1) можно записать в этом случае в виде

$$(l / 2)\Delta p_x \geq \hbar,$$

откуда

$$l \geq 2\hbar / \Delta p_x. \qquad (2)$$

Физически разумная неопределенность импульса Δp_x во всяком случае не должна превышать значение самого импульса p_x, то есть $\Delta p_x \leq p_x$. Импульс p_x связан с кинетической энергией T соотношением $p_x = \sqrt{2mT}$. Изменим Δp_x значением $\sqrt{2mT}$ (такая замена не увеличит l).

Переходя от неравенства к равенству, получим

$$l_{min} = 2\hbar / \sqrt{2mT}. \qquad (3)$$

Проверим, дает ли полученная формула единицу длины. Для этого в правую часть формулы (3) вместо символов величин подставим обозначения их единиц

$$\frac{[h]}{([m][T])^{1/2}} = \frac{1\ \text{Дж} \cdot \text{с}}{(1\ \text{кг} \cdot 1\ \text{Дж})^{1/2}} = \left(\frac{1\ \text{Дж}}{1\ \text{кг}}\right)^{1/2} \cdot 1\ \text{с} =$$

$$= \left(\frac{1\ \text{кг} \times \text{м}^2/\text{с}^2}{1\ \text{кг}}\right)^{1/2} \cdot 1\ \text{с} = 1\ \text{м}.$$

Найденная единица является единицей длины.

Произведем вычисления:

$$l_{\min} = \frac{2 \cdot 1{,}05 \cdot 10^{-34}}{2 \cdot 9{,}1 \cdot 10^{-31} \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot 10}\ \text{м} = 1{,}24 \cdot 10^{-10}\ \text{м} = 124\ \text{нм}.$$

Пример 4. Волновая функция $\psi(x) = \sqrt{2/l}\sin\frac{\pi}{l}x$ описывает основное состояние частицы в бесконечно глубоком прямоугольном ящике шириной l. Вычислить вероятность нахождения частицы в малом интервале $\Delta l = 0{,}01l$ в двух случаях: 1) вблизи стенки ($0 \leq x \leq \Delta l$); 2) в средней части ящика $\left(\frac{l}{2} - \frac{\Delta l}{2} \leq x \leq \frac{l}{2} + \frac{\Delta l}{2}\right)$ (рисунок. 3.1).

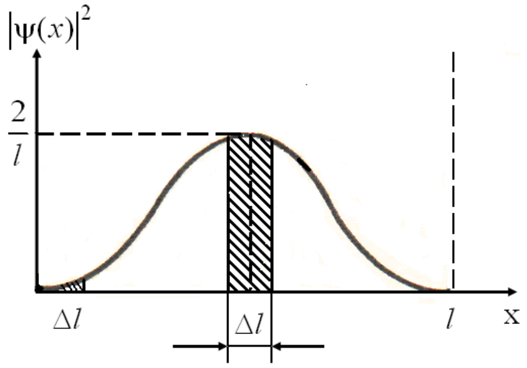

Рисунок 3.1 – График плотности вероятности для частицы

Решение. Вероятность того, что частица будет обнаружена в интервале dx (от х до $x + dx$), пропорциональна этому интервалу и квадрату модуля волновой функции, описывающей данное состояние, равна

$$d\omega = |\psi(x)|^2\, dx.$$

В первом случае искомая вероятность найдется интегрированием в пределах от 0 до 0,011

$$\omega = \frac{2}{l}\int_0^{0,01l} sin^2 \frac{\pi}{l} x dx.$$

Знак модуля опущен, так как ψ - функция в данном случае не является комплексной.

Так как х меняется в интервале $0 \le x \le 0,01l$ и, так как, $\pi x / l << 1$ справедливо приближенное равенство:

$$sin^2 \frac{\pi}{l} x \approx \left(\frac{\pi}{l} x\right)^2.$$

С учетом этого выражение (1) приобретет вид

$$\omega = \frac{2}{l}\int_0^{0,01l} \left(\frac{\pi}{l} x\right)^2 dx = \frac{2\pi^2}{l^3}\int_0^{0,01l} x^2 dx.$$

После интегрирования получим

$$\omega = \frac{2}{3}\pi^2 \cdot 10^{-6} = 6,6 \cdot 10^{-6}.$$

Во втором случае можно обойтись без интегрирования, так как квадрат модуля волновой функции вблизи ее максимума в заданном малом интервале ($\Delta l = 0,01l$) практически не изменяется. Искомая вероятность во втором случае определяется выражением

$$\omega = \left|\psi(l/2)\right|^2 \Delta l$$

или

$$\omega = \frac{2}{l}\left(sin\ \frac{\pi}{2}\frac{l}{2}\right)^2 \Delta l = \frac{2}{l}\cdot 0,01l = 0,02.$$

Пример 5. Вычислить дефект массы и энергию связи ядра ${}_3^7\mathrm{Li}$.

Решение. Масса ядра всегда меньше суммы масс свободных (находящихся вне ядра) протонов и нейтронов, из которых ядро образовалось. Дефект массы ядра Δm и есть разность между суммой масс свободных нуклонов (протонов и нейтронов) и массой ядра, т. е.

$$\Delta m = Z_{m_p} + (A - Z)m_n - m_я, \qquad (1)$$

где Z – атомный номер (число протонов в ядре);

А – массовое число (число нуклонов, составляющих ядро);

m_p, m_n, $m_я$ –массы протона, нейтрона и ядра, соответственно.

В справочных таблицах всегда даются массы нейтральных атомов, но не ядер, поэтому формулу (1) целесообразно преобразовать так, чтобы в нее входила масса $m_я$ нейтрального атома. Можно считать, что масса нейтрального атома равна сумме масс ядра и электронов, составляющих электронную оболочку атома: $m_a = m_я + Zm_e$, откуда

$$m_я = m_a - Zm_e. \qquad (2)$$

Выразив в равенстве (1) массу ядра по формуле (2), получаем

$$\Delta m = Zm_p + (A - Z)m_n - m_a + Zm_e$$

или

$$\Delta m = Z(m_p + m_e) + (A - Z)m_n - m_a.$$

Замечая, что

$$m_p + m_e = m_H,$$

где m_H – масса атома водорода, окончательно находим

$$\Delta m = Zm_H + (A - Z)m_n - m_a. \qquad (3)$$

Подставив в выражение (3) числовые значения масс (таблицы. А.6 и А.13 приложения А), получим

$$\Delta m = \left[3\cdot 1,00783 + (7-3)\cdot 1,00867 - 7\cdot 0,1601\right] \quad а.\ е.\ м. = 0,04216\ \ а.\ е.\ м.$$

В соответствии с законом пропорциональности массы и энергии

$$E = c^2 \Delta m, \tag{4}$$

где с – скорость света в вакууме.

Коэффициент пропорциональности c^2 может быть выражен двояко:

$$c^2 = 9 \cdot 10^{16} м^2 / c^2 \quad \text{или} \quad c^2 = \Delta E / \Delta m = 9 \cdot 10^{16} \text{ Дж/кг}.$$

Если вычислить энергию связи, пользуясь внесистемными единицами, то $c^2 = 931$ МэВ/а. е. м. С учетом этого формула (4) примет вид

$$E = 931 \Delta m \text{ (МэВ)}. \tag{5}$$

Подставив найденное значение дефекта массы ядра в формулу (5), получим

$$E = 931 \cdot 0,04216 \text{ МэВ} = 39,2 \text{ МэВ}.$$

Примечание. Термин «дефект массы» часто применяют в другом смысле: дефектом массы Δ называют разность между массой нейтрального атома данного изотопа и его массовым числом $A: \Delta = m_a$ – А. Эта величина особого физического смысла не имеет, но ее использование позволяет в ряде случаев значительно упростить вычисления. В этом пособии везде имеется в виду дефект массы Δm, определяемый формулой (1).

Пример 6. При столкновении α-частицы с ядром бора ${}^{10}_{5}\text{B}$ произошла ядерная реакция, в результате которой образовалось два новых ядра. Одним из этих ядер было ядро атома водорода ${}^{1}_{1}\text{H}$. Определить порядковый номер и массовое число второго ядра, дать символическую запись ядерной реакции и определить ее энергетический эффект.

Решение. Обозначим неизвестное ядро символом ${}^{A}_{Z}\text{X}$. Так как α-частица представляет собой ядро гелия ${}^{4}_{2}\text{He}$, запись реакции имеет вид:

$${}^{4}_{2}\text{He} + {}^{10}_{5}\text{B} \longrightarrow {}^{1}_{1}\text{H} + {}^{A}_{Z}\text{X}.$$

Применив закон сохранения числа нуклонов, получим уравнение $4 + 10 = 1 + \text{A}$, откуда А=13. Применив закон сохранения заряда, получим уравнение $2 + 5 = 1 + \text{Z}$, откуда $\text{Z} = 6$.Следовательно, неизвестное ядро является ядром атома изотопа углерода ${}^{13}_{6}\text{C}$.

Теперь можем записать реакцию в окончательном виде

$${}^{4}_{2}\text{He} + {}^{10}_{5}\text{B} \longrightarrow {}^{1}_{1}\text{H} + {}^{13}_{6}\text{C}.$$

Энергетический эффект Q ядерной реакции определяется по формуле

$$Q = 931\left[(m_{He} + m_B) - (m_H + m_C)\right].$$

Здесь в первых круглых скобках указаны массы исходных ядер, во вторых скобках – массы ядер – продуктов реакции. При числовых подсчетах по этой формуле массы ядер заменяют массами нейтральных атомов. Возможность такой замены вытекает из таких соображений.

Число электронов в электронной оболочке нейтрального атома равно его зарядовому числу Z. Сумма зарядовых чисел исходных ядер равна сумме зарядовых чисел ядер – продуктов реакции. Следовательно, электронные оболочки ядер гелия и бора содержат вместе столько же электронов, сколько их содержат электронные оболочки ядер углерода и водорода.

Очевидно, что при вычитании суммы масс нейтральных атомов углерода и водорода из суммы масс атомов гелия и бора, массы электронов выпадут и мы получим тот же результат, как если бы брали массы ядер. Подставив массы атомов (таблицы. А.6 приложения А) в расчетную формулу, получим

$$Q = 931(4,00260 + 10,01294) - (1,00783 + 13,00335) \text{ МэВ} = 4,06 \text{ МэВ}.$$

Пример 7. Определить начальную активность A_0 радиоактивного препарата магния ^{27}Mg массой $m = 0,2$ мкг, а также его активность А через время $t = 6$ ч. Период полураспада $T_{1/2}$ магния считать известным.

Решение. Активность А изотопа характеризует скорость радиоактивного распада и определяется отношением числа dN ядер, распавшихся за интервал времени dt, к этому интервалу

$$A = -dN / dt. \tag{1}$$

Знак «–» показывает, что число N радиоактивных ядер со временем уменьшается. Для того, чтобы найти dN / dt, воспользуемся законом радиоактивного распада:

$$N = N_0 e^{-\lambda t}, \tag{2}$$

где N – число радиоактивных ядер, содержащихся в изотопе, в момент времени t;

N_0 – число радиоактивных ядер в момент времени, принятый за начальный $(t = 0)$;

λ – постоянная радиоактивного распада.

Продифференцируем выражение (2) по времени

$$dN / dt = -\lambda N_0 e^{-\lambda t}. \tag{3}$$

Исключив из формул (1) и (3) dN / dt, находим активность препарата в момент времени t:

$$A = \lambda N_0 e^{-\lambda t}. \quad (4)$$

Начальную активность A_0 препарата получим при $t = 0$

$$A_0 = \lambda N_0. \quad (5)$$

Постоянная радиоактивного распада λ связана с периодом полураспада $T_{1/2}$ соотношением

$$\lambda = (ln\ 2)/T_{1/2}. \quad (6)$$

Число N_0 радиоактивных ядер, содержащихся в изотопе, равно произведению постоянной Авогадро N_A на количество вещества ν данного изотопа

$$N_0 = \nu N_A = \frac{m}{M} N_A, \quad (7)$$

где m – масса изотопа;

M – молярная масса.

С учетом выражений (6) и (7) формулы (5) и (4) принимают вид:

$$A_0 = \frac{m}{M}\frac{ln\ 2}{T_{1/2}} N_A; \quad (8)$$

$$A = \frac{m}{M}\frac{ln\ 2}{T_{1/2}} N_A e^{-\frac{ln 2}{T_{1/2}}}. \quad (9)$$

Произведем вычисления, учитывая, что $T_{1/2} = 10\ \text{мин} = 600\ \text{с}$ (таблицы. А.12 приложения А); $ln\ 2 = 0,693$; $t = 6\ \text{год} = 6 \cdot 3,6 \cdot 10^3\ \text{с}$ $= 2,16 \cdot 10^4\ \text{с}$:

$$A_0 = \frac{0,2 \cdot 10^{-9}}{27 \cdot 10^{-3}}\frac{0,693}{600} 6,02 \cdot 10^{23}\ \text{Бк} = 5,13 \cdot 10^{12}\ Бк = 5,13\ \text{ТБк};$$

$$A = \frac{0,2 \cdot 10^{-9}}{27 \cdot 10^{-3}}\frac{0,693}{600} 6,02 \cdot 10^{23} e^{-\frac{0,693}{600} \cdot 2,16 \cdot 10^4}\ \text{Бк} = 81,3\ \text{Бк}.$$

Пример 8. Используя квантовую теорию теплоемкости Эйнштейна, вычислить удельную теплоемкость с при постоянном объеме алюминия при температуре $T = 200\ \text{К}$. Характеристическую температуру Θ_E Эйнштейна принять для алюминия равной 300 К.

Решение. Удельная теплоемкость с вещества может быть выражена через молярную теплоемкость C_m соотношением

$$c = C_m / M, \quad (1)$$

где M – молярная масса.

Молярная теплоемкость при постоянном объеме из теории Эйнштейна выражается формулой

$$C_m = 3R\left(\frac{\Theta_E}{T}\right)^2 \frac{e^{\Theta_E/T}}{(e^{\Theta_E/T}-1)^2}. \tag{2}$$

Подставив в (1) выражение теплоемкости C_m по формуле (2), получим

$$c = \frac{3R}{M}\left(\frac{\Theta_E}{T}\right)^2 \frac{e^{\Theta_E/T}}{(e^{\Theta_E/T}-1)^2}. \tag{3}$$

Произведем вычисления

$$c = \frac{3\cdot 8,31}{27\cdot 10^{-3}}\left(\frac{300}{200}\right)^2 \frac{e^{300/200}}{(e^{300/200}-1)^2}\ \text{Дж/(кг}\cdot\text{К)} = 770\ \text{Дж/(кг}\cdot\text{К)}.$$

Пример 9. Определить теплоту ΔQ, необходимую для нагревания кристалла NaCl массой $m = 20$ г от температуры $T_1 = 2$ К до температуры $T_2 = 4\ К$. Характеристическую температуру Дебая Θ_D для NaCl принять равной 320 К и условие $T \ll \Theta_D$ считать выполненным.

Решение. Теплота ΔQ, подводимая для нагревания тела от температуры T_1 до T_2, может быть вычислена по формуле

$$\Delta Q = \int_{T_1}^{T_2} C_T\, dT, \tag{1}$$

где C_T – теплоемкость тела.

Теплоемкость тела связана с молярной теплоемкостью соотношением

$$C_T = mC_m / M, \tag{2}$$

где m – масса тела;

M – молярная масса.

Подставив выражение C_T в формулу (1), получим

$$\Delta Q = \frac{m}{M}\int_{T_1}^{T_2} C_m\, dT. \tag{3}$$

В общем случае теплоемкость C_m – сложная функция температуры, поэтому выносить ее за знак интеграла нельзя. Однако, если выполнено условие $T \ll \Theta_D$, то нахождение ΔQ облегчается тем, что можно восползоваться предельным законом Дебая, согласно которому теплоемкость пропорциональна кубу термодинамической температуры:

$$C_m = \frac{12\pi^4}{5} R \left(\frac{T}{\Theta_D} \right)^3 . \tag{4}$$

Подставляя молярную теплоемкость (4) в формулу (3), получим

$$\Delta Q = \frac{12\pi^4}{5} \frac{m}{M} \frac{R}{\Theta_D^3} \int_{T_1}^{T_2} T^3 dT.$$

Выполним интегрирование

$$\Delta Q = \frac{12\pi^4}{5} \frac{m}{M} \frac{R}{\Theta_D^3} \left(\frac{T_2^4}{4} - \frac{T_1^4}{4} \right).$$

Переписав полученную формулу в виде

$$\Delta Q = \frac{3\pi^4}{5} \frac{m}{M} \frac{R}{\Theta_D^3} (T_2^4 - T_1^4),$$

произведем вычисления

$$\Delta Q = \frac{3 \cdot (3{,}14)^4}{5} \frac{2 \cdot 10^{-2}}{58{,}5 \cdot 10^{-3}} \frac{8{,}31}{(320)^2} (4^4 - 2^4) \text{ Дж} =$$

$$= 1{,}22 \cdot 10^{-3} \text{ Дж} = 1{,}22 \text{ мДж}.$$

Пример 10. Вычислить максимальную энергию ε_F (энергию Ферми), которую могут иметь свободные электроны в металле (медь) при температуре $T = 0$ К. Принять, что на каждый атом меди приходится по одном валентному электрону.

Решение. Максимальная энергия ε_F, которую могут иметь электроны в металле при $T = 0$ К, связана с концентрацией свободных электронов соотношением

$$\varepsilon_F = \hbar^2 (3\pi^2 n)^{2/3} / (2m), \tag{1}$$

где $\hbar$ – постоянная Планка;

m – масса электрона.

Концентрация свободных электронов по условию задачи равна концентрации атомов, которая может быть найдена по формуле

$$n = \rho N_A / M, \tag{2}$$

где ρ – плотность меди;

N_A – постоянная Авогадро;

M – молярная масса.

Подставляя выражение n в формулу (1), получим

$$\varepsilon_F = \frac{\hbar^2}{2m}\left(3\pi^2\rho\frac{N_A}{M}\right)^{2/3}.$$

Произведем вычисления

$$\varepsilon_F = \frac{(1{,}05\cdot10^{-34})^2}{2\cdot9{,}1\cdot10^{-31}}\left[3\cdot(3{,}14)^2\cdot8{,}9\cdot10^3\cdot\frac{6{,}02\cdot10^{23}}{64\cdot10^{-3}}\right]^{2/3} \text{Дж} =$$

$$=1{,}18\cdot10^{-18}\ \text{Дж} = 7{,}4\ \text{эВ}.$$

Пример 11. Кремниевый образец нагревают от температуры $t_1 = 0^0$ C до температуры $t_2 = 10^0$ C. Во сколько раз возрастает его удельная проводимость?

Решение. Удельная проводимость γ собственных полупроводников связана с температурой T соотношением

$$\gamma = \gamma_0 e^{-\Delta E/(2kT)},$$

где γ_0 – константа;

ΔE – ширина запрещенной зоны.

Следовательно

$$\frac{\gamma_2}{\gamma_1} = \frac{e^{-\Delta E/(2kT_2)}}{e^{-\Delta E/(2kT_1)}} = exp\left[\frac{\Delta E}{2k}\left(\frac{1}{T_1}-\frac{1}{T_2}\right)\right].$$

Ширина запрещенной зоны кремния $\Delta E = 1{,}1$ эВ. Произведем вычисления

$$\frac{\gamma_2}{\gamma_1} = exp\frac{1{,}76\cdot10^{-19}}{2(1{,}38\cdot10^{-23})}\left(\frac{1}{273}-\frac{1}{283}\right) = 2{,}28.$$

3.4 Задания для самостоятельного решения

1. Определить энергию ε фотона, испускаемого при переходе электрона в атоме водорода с третьего энергетического уровня на основной. [12,1 эВ].

2. Вычислить первый потенциал возбуждения φ_1 атома водорода. [10,2 В].

3. Вычислить длину волны де Бройля λ для электрона, который прошел ускоряющую разность потенциалов. $U = 22{,}5$ В $[0{,}258$ нм$]$.

4. Вычислить длину волны де Бройля λ для протона, который движется со скоростью $\upsilon = 0{,}6\,c$ (c – скорость света в вакууме). $[1{,}76$ фм$]$.

5. Оценить с помощью соотношения неопределенностей минимальную кинетическую энергию $T_{\min}$ электрона, движущегося внутри сферической области диаметром $d = 0{,}1$ нм. $[15$ эВ$]$.

6. Определить относительную неопределенность $\Delta p / p$ импульса движущейся частицы, если допустить, что неопределенность ее координаты равна длине волны де Бройля. $[0{,}16]$.

7. Электрон находится в прямоугольном потенциальном ящике с непроницаемыми стенками. Ширина ящика $l = 0{,}2$ нм, энергия электрона в ящике $E = 37{,}8$ эВ. Определить номер n энергетического уровня и модуль волнового вектора $\vec{k}$. $\left[2;\ 3{,}14 \cdot 10^{10}\ \text{м}^{-1}\right]$.

8. Частица в потенциальном ящике находится в основном состоянии. Какова достоверность обнаружения частицы: в средней трети ящика, в крайней трети ящика? $[0{,}609;\ 0{,}195]$.

9. Вычислить энергию связи $E_{св}$ ядра дейтерия ${}^{2}_{1}\text{H}$ и трития ${}^{3}_{1}\text{H}$. $[2{,}22$ МэВ; $8{,}47$ МэВ$]$.

10. Вычислить энергетический эффект реакции ${}^{9}_{4}\text{Be} + {}^{4}_{2}\text{He} \rightarrow {}^{12}_{6}\text{C} + {}^{1}_{0}n$ $[5{,}71$ МэВ$]$.

11. Вычислить энергетический эффект для реакции ${}^{6}_{3}\text{Li} + {}^{1}_{1}\text{H} \rightarrow {}^{3}_{2}\text{He} + {}^{4}_{2}\text{He}$. $[4{,}03$ МэВ$]$.

12. Определить число N атомов радиоактивного препарата йода ${}^{131}_{53}\text{I}$ массой $m = 0{,}5$ мкг, распавшихся в течение времени: 1) $t_1 = 1$ мин; 2) $t_2 = 7$ сут. $\left[1{,}38 \cdot 10^{11};\ 1{,}04 \cdot 10^{15}\right]$.

13. Определить активность А радиоактивного препарата ${}^{98}_{38}\text{Sr}$ массой $m = 0{,}1$ мкг. $[543$ кБк$]$.

14. Определить частоту ν колебаний атомов серебра по теории теплоемкости Эйнштейна, если характеристическая температура серебра $\Theta_E = 165$ К. $\left[3{,}44 \cdot 10^{-12}\ \text{Гц}\right]$.

15. Определить среднюю энергию $\langle \varepsilon \rangle$ линейного одномерного квантового осциллятора при температуре $T = \Theta_E = 200$ К. $\left[1{,}61 \cdot 10^{-21}\ \text{Дж}\right]$.

16. Определить теплоту Q, необходимую для нагревания кристалла меди массой $m = 100$ г от $T_1 = 10$ К к $T_2 = 20$ К. Характеристическая температура Дебая для меди $\Theta_D = 320$ К. Считать условие $T_2 \ll \Theta_D$ выполненным. $[3{,}48\ \text{Дж}]$.

17. Выразить среднюю квадратичную скорость $\langle \upsilon_{кв} \rangle$ через максимальную скорость $\upsilon_{\max}$ электронов в металле при температуре 0 К. $\left[\sqrt{3/5}\upsilon_{\max}\right]$.

18. Металл находится при температуре 0 К. Определить относительное число электронов, энергии которых отличаются от энергии Ферми не больше чем на 2 %. $[0{,}03]$.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

Основная:

1. Воробьев А. А. Физика: методические указания и контрольные задания для студентов-заочников инженерно-технических специальностей вузов (включая сельскохозяйственные вузы) / А. А. Воробьев, В. П. Иванов, В. Г. Кондакова, А. Г. Чертов.– М.: Высш. шк., 1987. – 208 с.
2. Волькенштейн В. С. Сборник задач по общему курсу физики / В. С. Волькенштейн. – М.: Наука, 1979. – 462 с.
3. Детлаф А. А. Курс физики. Т. 1 / А. А. Детлаф, Б. М. Яворский, Л. Б. Милковская. – М.: Высш. шк., 1973–1979. – 384 с.
4. Зисман Г. А. Курс общей физики. Т. 1 / Г. А. Зисман, О. М. Тодес. – М.: Наука, 1972–1974. – 336 с.
5. Савельев И. В. Курс общей физики. Т.1 / И. В. Савельев. – М.: Наука, 1977–1979.– 517 с.
6. Трофимова Т. И. Курс физики / Т. И. Трофимова. – М.: Высш. шк., 1985. – 560 с.
7. Чертов А. Г. Задачник по физике / А. Г. Чертов, А. А. Воробьев. – М.: Высш. шк., 1981. – 491 с.
8. Фирганг Е. В. Руководство к решению задач по курсу общей физике / Е. В. Фирганг. – М.: Высш. шк., 1977. – 352 с.
9. Новодворская Е. М. Методика проведения упражнений по физике во втузе / Е. М. Новодворская, Э. Г. Дмитриев. – 3-е изд., перераб. и доп. – М.: Высш. шк., 1981. – 368 с.

Дополнительная:

1. Сена Л. А. Единицы физических величин и их размерности / Л. А Сена. – М.: Наука, 1977. – 304 с.
2. Сивухин Д. В. Общий курс физики. Т.1 / Д. В. Сивухин. – М.: Наука, 2002. – 559 с.
3. Чертов А. Г. Единицы физических величин / А. Г. Чертов. – М.: Высш. шк., 1977. – 287 с.

ПРИЛОЖЕНИЕ А

Таблица А.1 – Основные физические постоянные (округленные значения)

Физические постоянные	Обозначение	Значение
Нормальное ускорение свободного падения	g	$9{,}81$ м/с^2
Гравитационная постоянная	G	$6{,}67\cdot10^{-11}$ м^3/(кг$\cdot$с^2)
Постоянная Авогадро	NA	$6{,}02\cdot10^{23}$моль$^{-1}$
Постоянная Больцмана	k	$1{,}38\cdot10^{-23}$ Дж/К
Элементарный заряд	e	$1{,}60\cdot10^{-19}$ Кл
Скорость света в вакууме	c	$3{,}00\cdot10^{8}$ м/с
Постоянная Стефана - Больцмана	σ	$5{,}67\cdot10^{-8}$ Вт/(м$^2\cdot$К^4)
Постоянная закона смещения Вина	b	$2{,}90\cdot10^{-3}$ м$\cdot$К
Постоянная Планка	h ħ	$6{,}63\cdot10^{-34}$ Дж$\cdot$с $1{,}05\cdot10^{-34}$ Дж$\cdot$с
Постоянная Ридберга	R	$1{,}10\cdot10^{7}$ м$^{-1}$
Радиус Бора	a	$0{,}529\cdot10^{-10}$ м
Комптоновская длина волны электрона	Λ	$2{,}43\cdot10^{-12}$ м
Магнетон Бора	μ_B	$0{,}927\cdot10^{-23}$ А$\cdot$м^2
Энергия ионизации атома водорода	E_i	$2{,}18\cdot10^{-18}$ Дж (13,6 еВ)
Атомная единица массы	а.о.г.	$1{,}660\cdot10^{-27}$ кг
Электрическая постоянная	ε_0	$8{,}85\cdot10^{-12}$ Ф/м
Магнитная константа	μ_0	$4\pi\cdot10^{-7}$ Гн/м

Таблица А.2 – Плотность твердых тел

Твердое тело	Плотность, кг/ м^3	Твердое тело	Плотность, кг/ м^3
Алюминий	2,70·103	Медь	8,9·3103
Барий	3,50·103	Никель	8,90·103
Ванадий	6,02·103	Свинец	11,3·103
Висмут	9,8·0103	Серебро	10,5· 103
Железо	7,88 103	Цезий	1,90·103
Литий	0,53·103	Цинк	7,15·103

Таблица А.3 – Диэлектрическая проницаемость

Вещество	Проникновен-ность	Вещество	Проникновен-ность
Вода	81	Парафин	2,0
Масло трансформаторное	2,2	Стекло	7,0

Таблица А.4 – Удельное сопротивление металлов

Металл	Удельное сопротив-ление, $Ом \cdot м$	Металл	Удельное сопротив-ление, $Ом \cdot м$
Железо	$9{,}8 \cdot 10^{-8}$	Нихром	$1{,}1 \cdot 10^{-6}$
Медь	$1{,}7 \cdot 10^{-8}$	Серебро	$1{,}6 \cdot 10^{-8}$

Таблица А.5 – Относительные атомные массы (округленные значения) A_r и порядковые номера Z некоторых элементов

Элемент	Символ	A_r	Z	Элемент	Символ	A_r	Z
Азот	N	14	7	Марганец	Mn	55	25
Алюминий	Al	27	13	Медь	Cu	64	29
Аргон	Ar	40	18	Молибден	Mo	96	42
Барий	Ba	137	56	Натрий	Na	23	11
Ванадий	V	60	23	Неон	Ne	20	10
Водород	H	1	1	Никель	Ni	59	28
Вольфрам	W	184	74	Олово	Sn	119	50
Гелий	He	4	2	Платина	Pt	195	78
Железо	Fe	56	26	Ртуть	Hg	201	80
Золото	Au	197	79	Сера	S	32	16
Калий	K	39	19	Серебро	Ag	108	47
Кальций	Ca	40	20	Углерод	C	12	6
Кислород	O	16	8	Уран	U	238	92
Магний	Mg	24	12	Хлор	Cl	35	17

Таблица А.6 – Массы атомов легких изотопов

Изотоп	Символ	Масса, а. е. м.	Изотоп	Символ	Масса, а. е. м.
1	2	3	4	5	6
Нейтрон	${}^{1}_{0}n$	1,00867	Берилий	${}^{7}_{4}Be$ ${}^{9}_{4}Be$	7,01693 9,01219

Продолжение таблицы А.6

1	2	3	4	5	6
Водород	${}_{1}^{1}H$ ${}_{1}^{2}H$ ${}_{1}^{3}H$	1,00783 2,01410 3,01605	Бор	${}_{5}^{10}B$ ${}_{5}^{11}B$	10,01294 11,00930
Гелий	${}_{2}^{3}He$ ${}_{2}^{4}He$	3,01605 4,00260	Углерод	${}_{6}^{14}C$ ${}_{6}^{13}C$	12,00000 13,00335
Литий	${}_{3}^{6}Li$ ${}_{3}^{7}Li$	6,01513 7,01601	Азот	${}_{7}^{14}N$	14,00307
Кислород	${}_{8}^{16}O$ ${}_{8}^{17}O$	15,99491 16,99913			

Таблица А.7 – Плотность жидкостей

Жидкость	Плотность, кг/ м^3	Жидкость	Плотность, кг/ м^3
Вода (при 4° С)	$1,00 \cdot 10^3$	Сероуглерод	1,26 103
Глицерин	$1,26 \cdot 10^3$	Спирт	$0,80 \cdot 10^3$
Ртуть	$13,6 \cdot 10^3$		

Таблица А.8 – Плотность газов (при нормальных условиях)

Газ	Плотность, кг/ м^3	Газ	Плотность, кг/ м^3
Водород	0,09	Гелий	0,18
Воздух	1,29	Кислород	1,43

Таблица А.9 – Работа выхода электронов

Металл	А, Дж	А, еВ
Калий	$3,5 \cdot 10^{-19}$	2,2
Литий	$3,7 \cdot 10^{-19}$	2,3
Платина	$10 \cdot 10^{-19}$	6,3
Рубидий	$3,4 \cdot 10^{-19}$	2,1
Серебро	$7,5 \cdot 10^{-19}$	4,7
Цезий	$3,2 \cdot 10^{-19}$	2,0
Цинк	$6,4 \cdot 10^{-19}$	4,0

Таблица А.10 – Подвижность ионов в газах, $м^2/(В \cdot с)$

Газ	Положительные ионы	Отрицательные ионы
Азот	$1,27 \cdot 10^{-4}$	$1,81 \cdot 10^{-4}$
Водород	$5,4 \cdot 10^{-4}$	$7,4 \cdot 10^{-4}$
Воздух	$1,4 \cdot 10^{-4}$	$1,9 \cdot 10^{-4}$

Таблица А.11 – Показатель преломления

Вещество	Показатель	Вещество	Показатель
Алмаз	2,42	Глицерин	1,47
Вода	1,33	Стекло	1,50

Таблица А.12 – Периоды полураспада радиоактивных изотопов

Изотоп	Символ	Период полураспада
Актиний	${}^{225}_{89}Ac$	10 суток
Йод	${}^{131}_{53}I$	8 суток
Кобальт	${}^{60}_{27}Co$	5,3 лет
Магний	${}^{27}_{12}Mg$	10 мин
Рад	${}^{226}_{86}Ra$	1620 лет
Радон	${}^{222}_{86}Rn$	3,8 времени
Стронций	${}^{90}_{38}Sr$	27 лет
Фосфор	${}^{32}_{15}P$	14,3 времени
Церий	${}^{144}_{58}Ce$	285 суток

Таблица А.13 – Масса и энергия покоя некоторых частиц

Частица	m		E_0	
	кг	а. е. м	Дж	МэВ
Электрон	$9,11 \cdot 10^{-31}$	0,00055	$8,16 \cdot 10^{-14}$	0,511
Протон	$1,672 \cdot 10^{-27}$	1,00728	$1,50 \cdot 10^{-10}$	938
Нейтрон	$1,675 \cdot 10^{-27}$	1,00867	$1,51 \cdot 10^{-10}$	939
Дейтрон	$3,35 \cdot 10^{-27}$	2,01335	$3,00 \cdot 10^{-10}$	1876
α-частица	$6,64 \cdot 10^{-27}$	4,00149	$5,96 \cdot 10^{-10}$	3733
π-мезон	$2,41 \cdot 10^{-28}$	0,14498	$2,16 \cdot 10^{-11}$	135

Таблица А.14 – Энергия ионизации

Вещество	E_i, Дж	E_i, эВ
Водород	$2{,}18 \cdot 10^{-18}$	13,6
Гелий	$3{,}94 \cdot 10^{-18}$	24,6
Литий	$1{,}21 \cdot 10^{-17}$	75,6
Ртуть	$1{,}66 \cdot 10^{-18}$	10,4

Таблица А.15 – Единицы СИ, имеющие специальные наименования

Величина		Единица		
Наименование	Размерность	Название	Обозначение	Выражение через основные и дополнительные единицы
1	2	3	4	5
Основные единицы				
Длина	L	метр	м	
Масса	M	килограмм	кг	
Время	T	секунда	с	
Сила электрического. тока	I	ампер	А	
Термодинамическая температура	Θ	кельвин	К	
Сила света	J	кандела	кд	
Дополнительные единицы				
Плоский угол	–	радиан	советов	
Телесный угол	–	стерадиан	ср	
Произвольные единицы				
Частота	T^{-1}	герц	Гц	с^{-1}
Сила, вес	LMT^{-2}	ньютон	Н	$\text{м} \cdot \text{кг} \cdot \text{с}^{-2}$
Энергия, работа, количество теплоты	$\mathrm{L}^2\mathrm{MI}^{-2}$	джоуль	Дж	$\text{м}^2 \cdot \text{кг} \cdot \text{с}^{-2}$
Мощность, поток энергии	$\mathrm{L}^2\mathrm{MT}^{-3}$	ватт	Вт	$\text{м}^2 \cdot \text{кг} \cdot \text{с}^{-3}$
Количество электричества (электрический. заряд)	TI	кулон	Кл	$\text{с} \cdot \text{А}$
Электрическая емкость	$\mathrm{L}^{-2}\mathrm{M}^{-1}\mathrm{T}^4\mathrm{I}^2$	фарад	Ф	$\text{м}^{-2} \cdot \text{кг}^{-1} \cdot \text{с}^4 \cdot \text{А}^2$

Продолжение таблицы А.15

1	2	3	4	5
Электрическое сопротивление	$L^2MT^{-3}I^{-2}$	Ом	Ом	$м^2 \cdot кг \cdot с^{-3} \cdot A^{-2}$
Электрическая проводимость	$L^{-2}M^{-1}T^3I^2$	сименс	См	$м^{-2} \cdot кг^{-1} \cdot с^3 \cdot A^{-1}$
Электрическое напряжение, электрический потенциал, разность электрических потенциалов, ЭДС	$L^2MT^{-3}I^{-1}$	вольт	В	$м^2 \cdot кг \cdot с^{-3} \cdot A^{-1}$
Магнитный поток	$L^2MT^{-2}I^{-1}$	вебер	Вб	$м^2 \cdot кг \cdot с^{-2} \cdot A^{-1}$
Магнитная индукция	$MT^{-2}I^{-1}$	тесла	Тл	$кг \cdot с^{-2} \cdot A^{-1}$
Индуктивность, взаимная индуктивность	$L^2MT^{-2}I^{-2}$	генри	Гн	$м^2 \cdot кг \cdot с^{-2} \cdot A^{-2}$
Световой поток	J	люмен	лм	$кд \cdot ср$
Освещенность	$L^{-2}J$	люкс	лк	$м^{-2} \cdot кд \cdot ср$
Активность изотопа, (активность в радиоактивном источнике)	T^{-1}	беккерель	Бк	$с^{-1}$
Поглощенная доза излучения	L^2I^{-2}	грей	Гр	$м^2 \cdot с^{-2}$

Примечания:

Кроме температуры Кельвина (обозначение Т) допускается применять также температуру Цельсия ($t°$), что определяется выражением $t° = T - T_0$, где $T_0 = 273{,}15$ К. Температура Кельвина выражается в кельвинах, температура Цельсия – в градусах Цельсия (международное и российское °С). По размеру градус Цельсия равен Кельвину.

Интервал или разность температур Кельвина выражают в кельвинах. Интервал или различие температур Цельсия допускается выражать как в кельвинах, так и в градусах Цельсия.

Таблица А.16 – Греческий алфавит

Обозначение букв		Название букв	Обозначение букв		Название букв
1	2	3	4	5	6
A	α	альфа	N	ν	ню
B	β	бета	Ξ	ξ	кси
Γ	γ	гамма	Ο	ο	омикрон
Δ	δ	дельта	Π	π	Пи
Ε	ε	эпсилон	P	ρ	ро
Ζ	ς	дзета	Σ	σ	сигма
Η	η	эта	T	τ	тау
Θ	ϑ	тэта	Υ	υ	ипсилон
J	ι	йота	Φ	φ	фи
Κ	ϰ	каппа	Χ	χ	хи
Λ	λ	лямбда	Ψ	ψ	пси
Μ	μ	ми	Ω	ω	омега

Таблица А.17 – Множители и приставки для образования десятичных кратных и частичных единиц и их наименование

Приставка		Множитель	Приставка		Множитель
Наименование	Обозначение		Наименование	Обозначение	
экса	Е	10^{18}	деци	д	10^{-1}
пэта	П	10^{15}	санти	с	10^{-2}
тера	Т	10^{12}	милли	м	10^{-3}
гига	Г	10^{9}	микро	мк	10^{-6}
мега	М	10^{6}	нано	н	10^{-9}
кило	к	10^{3}	пико	п	10^{-12}
гекто	г	10^{2}	фемто	ф	10^{-15}
дека	да	10^{1}	атто	а	10^{-18}

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ИЗДАНИЕ

Галиахметов Алмаз Мансурович

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ПОСОБИЕ

К ПРАКТИЧЕСКИМ ЗАНЯТИЯМ И ОРГАНИЗАЦИИ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ ПО ОБЩЕМУ КУРСУ ФИЗИКИ (РАЗДЕЛЫ «КОЛЕБАНИЯ И ВОЛНЫ. ОПТИКА» И «ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ СТРОЕНИЯ АТОМОВ, МОЛЕКУЛ И АТОМНОГО ЯДРА») ДЛЯ СТУДЕНТОВ НАПРАВЛЕНИЙ ПОДГОТОВКИ: 23.03.03 «ЭКСПЛУАТАЦИЯ ТРАНСПОРТНО-ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ МАШИН И КОМПЛЕКСОВ», 23.05.01 «НАЗЕМНЫЕ ТРАНСПОРТНО-ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЕ СРЕДСТВА», 08.03.01 «СТРОИТЕЛЬСТВО», 20.03.01 «ТЕХНОСФЕРНАЯ БЕЗОПАСНОСТЬ», 08.05.02 «СТРОИТЕЛЬСТВО, ЭКСПЛУАТАЦИЯ, ВОСТАНОВЛЕНИЕ И ТЕХНИЧЕСКОЕ ПРИКРЫТИЕ АВТОМОБИЛЬНЫХ ДОРОГ, МОСТОВ И ТОННЕЛЕЙ», 23.03.01 «ТЕХНОЛОГИЯ ТРАНСПОРТНЫХ ПРОЦЕССОВ», 27.03.04 «УПРАВЛЕНИЕ В ТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ», 09.03.02 «ИНФОРМАЦИОННЫЕ СИСТЕМЫ И ТЕХНОЛОГИИ»

Подписано к выпуску 29.06.2017 г. Гарнитура Times New.
Усл. печ. л. 4,63. Зак. № 235.

Государственное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«Донецкий национальный технический университет»
Автомобильно-дорожный институт
84646, ДНР, г. Горловка, ул. Кирова, 51
E-mail: print-adi@adidonntu.ru

Редакционно-издательский отдел