

### Распределение ресурсов с вложением части прибыли

Постановка задачи: Планируется деятельность отраслей А и В на 4 года. Начальные ресурсы  $S_0$  составляют 10000. Средства  $x$ , вложенные в отрасль А в начале года, дают в конце года прибыль  $0,6x$  и возвращаются в размере  $0,7x$ ; аналогично для отрасли В функции равны  $0,5x$  и  $0,8x$ . В конце каждого года 5% прибыли вкладывается в развитие производства, а остальные средства заново перераспределяются между отраслями А и В. Требуется распределить средства между двумя отраслями производства на 4 года так, чтобы прибыль оказалась максимальной.

Решение задачи:

$$\text{Уравнение состояний: } S_k = 0,7x_k + 0,8(S_{k-1} - x_k) = 0,8S_{k-1} - 0,1x_k$$

Если учесть часть прибыли (5%) имеем новое уравнение состояний:

$$S_k = 0,8S_{k-1} - 0,1x_k + 0,05(0,5S_{k-1} + 0,1x_k) = 0,825S_{k-1} - 0,095x_k$$

Суммарный показатель эффективности – целевая функция – прибыль за 4 года:

$$Z = \sum_{k=1}^4 0,5S_{k-1} + 0,1x_k. \text{ На последнем шаге функциональное уравнение:}$$

$$Z_4^*(S_3) = \max \{0,5S_3 + 0,1x_4\}, 0 \leq x_4 \leq S_3. \text{ Проводим условную оптимизацию.}$$

IV шаг. Пусть  $Z_4 = 0,5S_3 + 0,1x_4$ . Это линейная возрастающая функция, следовательно,  $Z_4^*(S_3) = 0,1S_3 + 0,5S_3 = 0,6S_3$  и  $x_4^*(S_3) = S_3$

III шаг.

$$Z_3^*(S_2) = \max \{0,1x_3 + 0,5S_2 + 0,6S_3\} = \max \{0,995S_2 + 0,043x_3\}, 0 \leq x_3 \leq S_2$$

Максимум достигается при  $x_3 = S_2$ , т.е.  $Z_3^*(S_2) = 1,038S_2$  и  $x_3^*(S_2) = S_2$ .

II шаг. Из уравнения состояния

$$Z_2^*(S_1) = \max \{0,5S_1 + 0,1x_2 + 1,038S_2\} = \max \{1,406S_1 + 0,00139x_2\}, 0 \leq x_2 \leq S_1$$

$$Z_2^*(S_1) = 1,40739S_1 \text{ и } x_2^*(S_1) = S_1$$

I шаг.  $S_1 = 0,825S_0 - 0,095x_1$ , следовательно,

$$Z_1^*(S_0) = \max \{0,5S_0 + 0,1x_1 + 1,40739S_1\} = \max \{1,66S_0 + 0,034x_1\}, 0 \leq x_1 \leq S_0$$

$$Z_1^*(S_0) = 1,694S_0 \text{ и } x_1^*(S_0) = S_0.$$

Итак,  $Z_{\max} = Z_1^*(10000) = 16940$ .  $x_1^* = 10000$ ;  $y_1^* = 0$  (все средства выделяются отрасли А).  $S_1^* = 7300$ , следовательно,  $x_2^* = 7300$ ;  $y_2^* = 0$  (все средства выделяются отрасли А).  $S_2^* = 6716$ , следовательно,  $x_3^* = 6716$ ;  $y_3^* = 0$  (все средства выделяются отрасли А).  $S_3^* = 6178,72$ ; следовательно,  $x_4^* = 6178,72$ ;  $y_4^* = 0$  (все средства выделяются отрасли А).

Вывод: оптимальная прибыль за 4-е года, полученная от двух отраслей производства равна 16940 ед. при условии, что 5% прибыли всегда вкладывается в расширение производства и отрасль А получает по годам (10000;7300;6716;6178,72), а отрасль В – (0;0;0;0).