# ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЕ АСПЕКТЫ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ КРУПНЫХ ТОРГОВО-СКЛАДСКИХ КОМПЛЕКСОВ

**Пономаренко Ю.Л.**
Кафедра ПМ, НТУУ "КПИ"

## *Abstract*

***Ponomarenko J.L. Computational aspects of the mathematical simulating of big trade-and-store complexes functioning.*** *This paper deals with to mathematical and computation methods on determination of optimal structural parameters and integral characteristics in hierarchycal systems of trade-and-store complexes with application of intellectual computational means LINSYS.*

## *Введение*

Аналитические выражения, полученные в работе [1] методами теории массового обслуживания для описания функционирования элементов торгово-складских комплексов (ТСК) при различных вариантах соотношения количества входящих в них магазинов и складов, позволяют определить эффективность системы, которая зависит как от этих структурных характеристик, так и от численных значений параметров производительности (скорости обслуживания складами заказов от магазинов), свойств потоков заказов на обслуживание и внешних воздействий.

Основная цель настоящей работы заключается в описании вычислительных методов и программных средств математического моделирования функционирования ТСК.

## *1. Математическая модель*

Для описания состояния системы при числе складов $M = 2$ вводится набор переменных $P_{ij}$, равных стационарным вероятностям того, что в очередях на обслуживание на первый склад имеется $i$ заявок, на второй склад - $j$ заявок.

Через величины $P_{ij}$ программно определяются такие важные показатели функционирования системы как вероятность отсутствия очереди на обслуживание конкретным складом, вероятность превышения длиной очереди некоторой допустимой величины и другие необходимые для анализа структуры ТСК характеристики.

Вычисляются $P_{ij}$ из системы линейных алгебраических уравнений вида:

$$(N - u(i) - u(j))\,\rho P_{ij} = P_{i,j+1} + P_{i+1,j} + ((N - i - j + 1)\,\rho\,(P_{i,j-1} + P_{i-1,j}), \qquad (1)$$

$$\sum_{i,j=1}^{N} P_{ij} = 1, \qquad (2)$$

$$i = 1,\dots, N;\ j = 1,\dots, N;\ i + j \le N,$$

где $N$ - число магазинов, закрепленных за данными складами; $\rho$ - коэффициент загрузки системы запросами от одного магазина ( $\rho = \lambda / \mu$ , $\lambda$ - интенсивность потока запросов от одного магазина, $\mu$ - интенсивность обслуживания запросов на складах); $u(x)$ - функция, равная единице при $x > 0$ и нулю при $x \le 0$.

Для того, чтобы исследовать влияние на показатели функционирования системы соотношения ее нагрузочных и структурных параметров, необходимо многократно решать систему уравнений (1), (2), изменяя при этом значения $N$ и $\rho$.

## 2. Вычислительный метод

Существует множество пакетов прикладных программ для решения систем линейных алгебраических уравнений, обладающих теми или иными достоинствами или недостатками. Однако, практически ни один из них не приспособлен к применению в режиме многократного выполнения с автоматизированным вводом размерности задачи и исходной матрицы коэффициентов. Нам удалось использовать для этой цели пакет прикладных программ LINSYS [2], разработанный в Институте кибернетики им. В.М.Глушкова НАН Украины коллективом под руководством академика Международной академии компьютерных наук и систем д.т.н. И.Н.Молчанова. Одна из многих функций этого пакета - LGESAD предназначена для решения линейных систем с несингулярной матрицей общего вида методом Гаусса с оценкой надежности решения. Алгоритм решения линейной системы $\mathbf{A*X = B}$ базируется на LU факторизации матрицы $\mathbf{A}$ ($\mathbf{A = L*U}$), где $\mathbf{L}$ - нижняя треугольная матрица, $\mathbf{U}$ - верхняя треугольная. Кроме непосредственного решения системы уравнений производятся: вычисление порядка матрицы, подтверждение сингулярности матрицы, оценивание вычислительных и систематических ошибок и т.п.

Очевидно, что искомые величины $P_{ij}$ представляют собой некоторый двумерный массив, в то время как алгоритм решения системы линейных алгебраических уравнений использует одномерный массив неизвестных - вектор $\mathbf{X}$. В связи с этим возникла задача определения взаимно однозначного отображения $f(i,j) \Rightarrow n$, где $n$ – некоторый «номер» подлежащей вычислению величины $x_n \in \mathbf{X}$, $n = 1,..., (N{\cdot}N + 1)$, соответствующей вероятности $P_{ij}$. Задача усложнилась из-за того, что ввиду замкнутости системы $i + j \le N$.

Такое отображение было найдено эмпирическим путем:

$$n = f(i, j) = \frac{j^2 + j + 2 \cdot i \cdot j + 3 \cdot i + i^2}{2} + 1. \qquad (3)$$

После применения преобразования (3) к записи уравнений (1), (2) эти уравнения приводятся к нормальному виду, где массив неизвестных является одномерным.

Как видно из уравнений (1), (2), размерность системы напрямую зависит от величины $N$. Выбирая значения $N$ и $\rho$ в соответствии с некоторым программно организованным циклом, мы тем самым на каждом шаге однозначно задаем исходную матрицу системы линейных уравнений. Эту матрицу специально разработанная программа SkladFX автоматически формирует в таком машинном представлении, которое удовлетворяет условиям применимости пакета LINSYS. Заметим, что вектор $\mathbf{B}$, определяющий правую часть системы, меняя размерность в зависимости от величины $N$, сохраняет свою структуру, имеющую вид (0, 0,..., 1).

В результате решения системы уравнений получаем на выходе одномерный массив $\{x_k\}$, $k = 1,..., N{\cdot}N + 1$. Для перехода к необходимым нам величинам $P_{ij}$ программой SkladFX осуществляется обратное преобразование одномерного массива в двумерный: $k \Rightarrow (i, j)$. Пример такого преобразования для случая $N = 6$ приведен в табл.1.

Таблица 1

Соответствие между массивами индексов $\{k\}$ и $\{(i,j)\}$ для $N$ =6

| $i$ \ $j$ | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **0** | 1 | 2 | 4 | 7 | 11 | 16 | 22 |
| **1** | 3 | 5 | 8 | 12 | 17 | 23 | - |
| **2** | 6 | 9 | 13 | 18 | 24 | - | - |
| **3** | 10 | 14 | 19 | 25 | - | - | - |
| **4** | 15 | 20 | 26 | - | - | - | - |
| **5** | 21 | 27 | - | - | - | - | - |
| **6** | 28 | - | - | - | - | - | - |

В графах табл.1 содержатся порядковые номера в выходном одномерном массиве переменных, вычисленных в результате решения с помощью программного средства LINSYS системы линейных уравнений, а соответствующие элементы боковика и головки содержат компоненты индексов двумерного массива исходных переменных $P_{ij}$. На печать выводятся значения переменных $P_{ij}$ и значения вычисленных с их использованием стационарных характеристик торгово-складского комплекса.

### *3. Программная реализация*

Среда программирования, в которой реализована программа – Microsoft Developer Studio, v 5.0. Язык программирования – Visual C++. Программа написана с использованием MFC (Microsoft Foundation Classes). Минимальные требования, предъявляемые к аппаратному и программному обеспечению: операционная система Windows '95 , компьютер AMD K5-100, 8Mb RAM, 1Mb свободного места на жестком диске.

К функциональным ограничениям можно отнести следующие соотношения параметров ТСК: $2 \leq N \leq 15$, $M = 2$. Ограничения не являются принципиальными (реально ограничивают лишь ресурсы компьютера, на котором используется программа); они введены скорее как средство предостережения пользователя от соблазна ввести «число побольше». Алгоритм решения остается неизменным при произвольных параметрах ТСК.

Программа не требует инсталляции. Для установки необходимо создать некоторую директорию (например «E:\WORK\Sklad\Skladfx\») и скопировать в нее содержимое дискеты. Для исполнения программы необходимо стандартными средствами Windows запустить на выполнение файл SkladFX.exe из директории на жестком диске.

Входными данными для программы является информация, вводимая пользователем через дружественный интерфейс, в частности количество магазинов, пропускная способность склада, интенсивности потоков запросов и обслуживания.

Выходные данные представляются наглядно в виде графиков зависимостей рассматриваемых характеристик от некоторых входных параметров (в зависимости от решаемой задачи).

## Заключение

Предложенная методика вычисления функциональных параметров ТСК предоставляет возможность выбора их рациональных структур на ранних стадиях проектирования, основных параметров деятельности магазинов, которые необходимо учитывать, числа складов, необходимых для достижения заранее заданной эффективности системы. Предварительный анализ локализует наибольшие загрузки и измеряет их влияние на производительность системы, а также позволяет на предпроектной стадии и на протяжении инженерной разработки автоматизировать как выбор рабочих параметров структуры в целом, так и наиболее рациональный режим работы элементов системы.

Как показано путем моделирования, значительное увеличение числа обслуживаемых магазинов приводит к существенному увеличению времени ожидания обслуживания их заказов, а также к возникновению конфликтов в перегруженных заказами складах. Это серьезный фактор снижения эффективности торгово-складских систем. Экономические характеристики таких систем можно улучшить, используя оптимальные ситуационные приоритеты [3, 4]. Чтобы увеличить доступность товаров в ТСК, число источников заказов и интенсивность запросов к складам должны быть разумно сокращены путем хранения какой-то части товаров в локальных складах нижнего уровня непосредственно в магазинах или путем увеличения объема складов и скорости обслуживания заказов.

Подобный подход может применяться и для математического моделирования других производственных и экономических систем, позволяющих использовать как средство оптимизации аппарат теории массового обслуживания.

## Литература:

1. Пономаренко Ю.Л., Шапировский В.Ю. Математическая модель процессов взаимодействия структурных элементов торгово-складского комплекса // Проблеми підвищення ефективності інфраструктури: Випуск 3. - Київ: Київ. міжнар. ун-т цивільної авіації. - 1998.- С. 195-206.

2. Молчанов И.Н., Химич А.Н., Чистякова Т.В. Алгоритмические и вычислительные возможности интеллектуального программного средства LINSYS // Кибернетика и системный анализ. - 1998. - № 3. - С. 40 - 48.

3. Константинов С.Н., Пономаренко Ю.Л. Управление сложными складскими системами при ограниченном числе оптовых потребителей. - Киев, 1996. - 13 с. (Препр./ НАН Украины. Ин-т кибернетики им.В.М.Глушкова; 96-17).

4. Константинов С.Н., Пономаренко Ю.Л. Алгоритм оптимизации приоритетного обслуживания в автоматизированных складских системах // Проблемы информатизации и управления. - Киев: Киев. междунар. ун-т гражданской авиации, 1997. - С. 53 -60.