

УДК 621.311.1

**А. В. ЛЕВШОВ** (канд. техн. наук.), **А. Ю. ФЁДОРОВ**, **А. В. МОЛОДИЧЕНКО**  
Государственное высшее учебное заведение  
«Донецкий национальный технический университет»  
*fedorovanatolii@mail.ru*

## МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ФОТОЭЛЕКТРИЧЕСКИХ СОЛНЕЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ

*Рассмотрены вопросы создания математической модели фотоэлектрического солнечного элемента (ФСЭ). На основании известных аналитических моделей создана математическая модель, которая позволяет описать вольт-амперную характеристику (ВАХ) и дает возможность оценивать режимы ФСЭ при различных условиях освещенности.*

**Математическая модель, фотоэлектрический солнечный элемент, аналитическая модель, вольт-амперная характеристика, альтернативная энергетика, возобновляемые источники энергии.**

**Введение.** В ситуации сложившейся в мировой энергетике, шанс повторения энергетического кризиса, возрастает с еще большей силой.[1] Существенным недостатком традиционной энергетики является прямая зависимость от углеводородного топлива, запасы которого все с большей скоростью иссякают. Кроме того проблемой традиционной энергетики является экологический аспект, который существенно влияет на стремление к развитию альтернативной энергетики.

Альтернативная энергетика, использующая солнечное излучение, как экологически безопасный вид энергетики стремительно завоевывает свою популярность во всем мире. Мировой энергетический рынок все больше нуждается в технике использующей альтернативное топливо. Существенным стимулом для развития фотоэлектрической энергетики, является космонавтика, так как в открытом космосе ФСЭ фактически основной источник энергии.

В настоящее время происходит параллельное развитие маломощных локальных систем автономного электроснабжения (1-10 кВт), независящих от энергосистемы государства, а также строятся крупные станции с проектными мощностями до 100 МВт. Перспективы развития фотоэлектрической энергетики огромны. На пороге развития традиционной энергетики проектные мощности едва ли достигали нескольких сот мегаватт, а теперь мы имеем установленные мощности в тысячи и десятки тысяч мегаватт.

На современном этапе развития альтернативной энергетики появляется множество проблем связанных с корректной работой солнечных фотоэлектрических станций в общей энергосистеме страны. Для того чтобы данный вид электростанций мог нормально функционировать, применяется специализированное оборудование. В качестве такого оборудования, как уже рассматривалось в [2], используется активный управляемый выпрямитель, преобразователь постоянного напряжения в постоянное и различные инверторы. Другая проблема заключается в создании универсальной системы контроля и регулирования переходных и стационарных режимов работы солнечных электростанций, как в автономной, так и в общей энергосистеме.

В связи с вышеизложенным, актуальным является вопрос создания универсальной модели для исследования режимов работы солнечной фотоэлектрической станции, в том числе и при различных условиях освещенности.

**Постановка задачи.** Целью работы является изучение аналитических описаний процессов происходящих в ФСЭ, их обработка и создание математической модели солнечного элемента (СЭ).

Для достижения поставленной цели, в статье рассмотрены следующие вопросы: структура и процесс возникновения электрического тока в кремниевом СЭ; аналитическое описание и основные уравнение СЭ; величины, влияющие на генерирующие возможности СЭ; расчетные схемы замещения СЭ; вольт-амперная характеристика СЭ.

**Материалы исследования.** В основу известных исследований по созданию математической модели СЭ легли процессы, протекающие при работе ФСЭ в различных условиях окружающей среды. Детально изучена и описана теоретическая модель СЭ с диаграммой р-п-перехода, основанная на уравнениях физики твердого тела[3,4]. Однако такой путь достаточно громоздок и приводит к моделям, которые не представляют особого интереса для инженеров, чья работа связана с применением СЭ. Поэтому ниже будем рассматривать только наиболее существенные элементы для вывода математической модели СЭ. Для лучшего понимания процессов происходящих во время работы СЭ, рассмотрим р-п-переход в виде диаграммы изображенной на рис. 1 [3].

В р-п-переходе СЭ, при температурах выше 0 К (абсолютный ноль) температурные колебания атомной решетки приводят к появлению подвижных (свободных) электронов и дырок в материале как р-типа, так и п-типа. Дырки и электроны движутся хаотически, а благодаря легированию примесями, концентрация соответствующих элементов в соответствующих слоях (основной носитель) выше, чем в несоответствующем (неосновной носитель) и снижается с удалением от перехода.

Принцип действия СЭ и диодов с р-п-переходом одинаков. В обоих устройствах их работа зависит от неосновных носителей, поэтому их относят к приборам, работающим на неосновных носителях.

Простейшая конструкция ФСЭ показана на рис. 1а. С одной стороны (лицевая) от р-п-перехода находится n-слой с тонким металлическим контактом, а с другой стороны (тыльная) p-слой на который нанесен сплошной металлический контакт. Когда СЭ освещается и на него попадает поток фотонов, они генерируют неравновесные электронно-дырочные пары. Электроны, генерируемые в р-слое подходят к р-п-переходу и выносятся существующим в нем электрическим полем в n-слой. Тоже происходит с дырками образованными в n-слое, они переносятся в р-слой. В следствии чего n-слой приобретает дополнительный отрицательный заряд, а р-слой положительный, поэтому снижается первоначальная контактная разность потенциалов между р- и n-слоем полупроводника, что влечет за собой появления постоянного напряжения во внешней электрической цепи, при этом n-слой соответствует отрицательному полюсу, а р-слой положительному.

Решение уравнения непрерывности для освещенного р-п-перехода, с учетом всех основных процессов протекающих в СЭ и необходимых граничных условий, дает возможность получить уравнение полного тока (для единицы площади ФСЭ), которое имеет вид [5]:

$$J = J_\phi - J_0 \left[ \exp\left(\frac{q \cdot U}{k \cdot T}\right) - 1 \right] \quad (1)$$

где  $J_0$  - обратный ток насыщения;  $J_\phi$  - фототок.

Из (1) можно получить значение установившейся фото-ЭДС при постоянном освещении р-п-перехода, облучением с постоянной интенсивностью, которое описывается следующим уравнением ВАХ ФСЭ.

$$U = \frac{k \cdot T}{q} \cdot \ln\left(\frac{J_\phi - J}{J_0} + 1\right) \quad (2)$$

На основании теоретических уравнений (1), (2) можно построить эквивалентную идеализированную электрическую цепь (рис.2а), которая соответствует схеме замещения для модели фотоэлектрического солнечного элемента. Источник тока создает ток фотонов  $J_\phi$ , прямо пропорционально зависящий от уровня инжеции (т.е. от плотности потока фотонов), в свою очередь ВАХ элемента (зависимость плотности тока от напряжения рис. 2б) определяется величиной  $J_\phi$  и плотность тока  $J_D$ , протекающего через идеализированный р-п-переход при определенной абсолютной температуре  $T$  и напряжении на выходе  $U$ .

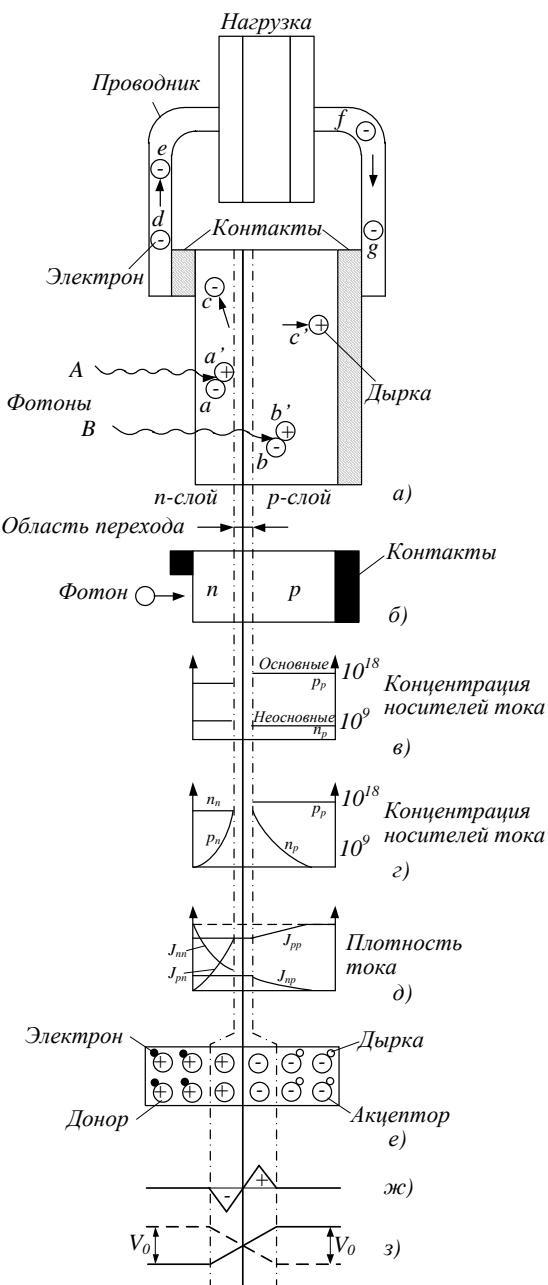


Рисунок 1 – ФСЭ и диаграмма р-п-перехода  
 а) - генерация электрического тока (ФСЭ дан в разрезе);  
 б) – разрез ФСЭ с р-п-переходом; в) – распределение концентрации дырок и электронов в n- и p-слоях СЭ при отсутствии в элементе области перехода; г) – действительная концентрация дырок и электронов в СЭ с р-п-переходом (в темноте и при отсутствии обратного напряжения смещения); д) – суммарный ток через переход (---) равный сумме электронного и дырочного токов; е) – неподвижные отрицательные заряды в p-области и неподвижные положительные заряды в n-области, образующие область объемного заряда; ж) – распределение заряда в области объемного заряда; з) – электростатический потенциал, создающий потенциальный барьер для дырок (—) и для электронов (----).

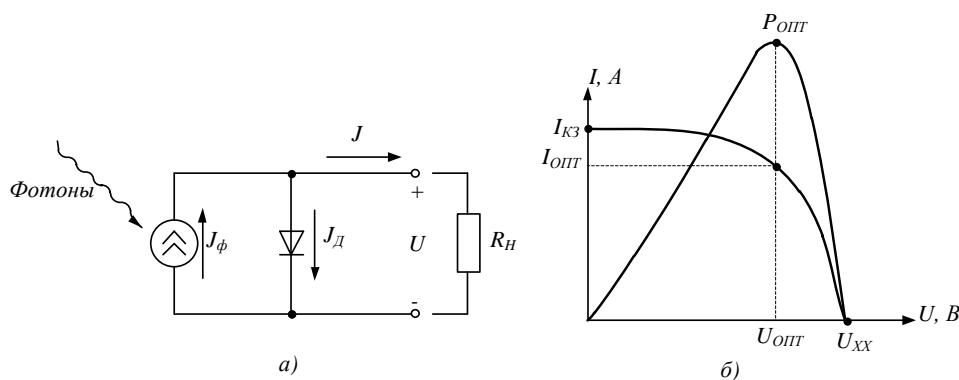


Рисунок 2 – Еквивалентна ідеалізированная схема замещения (а) и вольт-амперная характеристика (б) солнечного элемента

В схеме рис. 2а, ток  $J_\phi$  создаваемый источником тока определяется по формуле:

$$J_\phi = S \cdot q \cdot N_0 \cdot Q \quad (3)$$

где  $S$  - площадь ФСЭ;  $Q$  - коэффициент собирания, безразмерный множитель ( $<1$ ), показывающий, какая доля всех создаваемых светом электронно-дырочных пар ( $S \cdot N_0$ ) собирается р-п-переходом.

Параллельно источнику тока включен р-п-переход, ток через который равен:

$$J_D = J_0 \left[ \exp\left(\frac{q \cdot U}{k \cdot T}\right) - 1 \right] \quad (4)$$

р-п-переход шунтирует нагрузку, и при увеличении напряжения ток через переход быстро возрастает, а через нагрузку будет протекать ток (1).

Эти уравнения справедливы для любого светового излучения, изменяется будет, как уже говорилось выше, только  $J_\phi$  непосредственно зависящий от интенсивности и плотности излучения [5].

Анализ (1) показывает, что использование данного уравнения не позволяет построить ВАХ СЭ с точностью, достаточной для инженерных расчетов. В ходе исследований влияния различных условий на выходные характеристики солнечного элемента в [3] обосновано необходимость включения в основное уравнение СЭ трех дополнительных параметров:  $A$ ,  $R_\Pi$  и  $R_{\text{ш}}$  рис. 3.

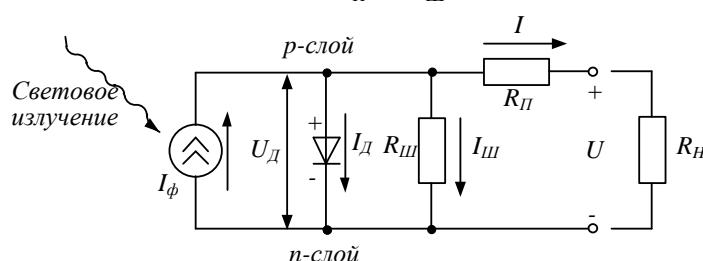


Рисунок 3 – Еквивалентна схема замещения солнечного элемента

Для схемы рис.3 уравнение выходного тока  $I$  будет иметь вид:

$$I = I_\phi - I_D - I_{\text{ш}} \quad I = I_\phi - I_0 \cdot \left\{ \exp\left[\frac{q \cdot (U + I \cdot R_\Pi)}{A \cdot k \cdot T}\right] - 1 \right\} - \frac{U}{R_{\text{ш}}} \quad (5)$$

где  $A$  - коэффициент, полученный при сравнении теоретической и экспериментальной кривых ВАХ, принимает значение от 1 до 5;  $R_\Pi$  - последовательное сопротивление СЭ;  $R_{\text{ш}}$  - шунтовое сопротивление СЭ.

Данная модель уже широко применяется при моделировании и анализе СЭ и солнечных батарей (СБ), но все же она дает незначительные, а порой нежелательные отклонения от ВАХ реального СЭ. Одна из причин таких отклонений это определенные сложности в измерении  $R_\Pi$  [3].

Учитывая все сложности, связанные с определением этих сопротивлений, в [3] предложено пренебречь ими. Для построения математической модели конкретного ФСЭ, типа KV-100W / 24V (производитель, завод «Квазар» г. Киев) воспользуемся (1). Проведем замену переменных:

$$I_0 = C1 \cdot I_{K3} \quad \frac{A \cdot k \cdot T}{q} = C2 \cdot I_{K3} \quad I_\phi = I_{K3}$$

Подставим новые переменные в (1) и выразим  $C1$  и  $C2$ :

$$C1 = (I_{K3} - I_{OPT}) \cdot \left\{ I_{K3} \cdot \left[ \exp\left(\frac{U_{OPT}}{C2 \cdot U_{XX}}\right) - 1 \right] \right\}^{-1}, \quad C2 = \left( \frac{U_{OPT}}{U_{XX}} - 1 \right) \cdot \left[ \ln\left(1 - \frac{I_{OPT}}{I_{K3}}\right) \right]^{-1}.$$

По полученным выражениям выводим математическую модель и строим ВАХ ФСЭ в MathCAD рис.4.

```

VAX(U) := | Uhh ← 30.5
           | Ikz ← 4.8
           | Iopt ← 4.25
           | Uopt ← 24.3
           | C2 ←  $\frac{\left(\frac{Uopt}{Uhh}\right) - 1}{\ln\left(1 - \frac{Iopt}{Ikz}\right)}$ 
           | C1 ←  $\frac{Ikz - Iopt}{Ikz\left(\exp\left(\frac{Uopt}{C2 \cdot Uhh}\right) - 1\right)}$ 
           | I(U) ← Ikz  $\left[1 - C1 \cdot \left(\exp\left(\frac{U}{C2 \cdot Uhh}\right) - 1\right)\right]$ 
           | P(U) ← I(U) · U
           |  $\begin{pmatrix} I(U) \\ P(U) \end{pmatrix}$ 

```

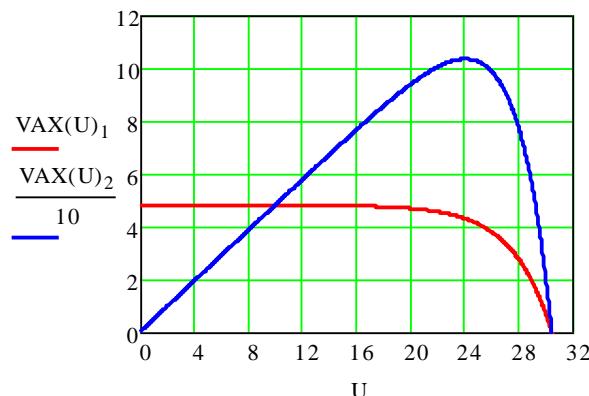


Рисунок 4 – математическая модель и ВАХ ФСЭ типа KV-100W / 24V

### Выводы.

- Известные аналитические описания ФСЭ не позволяют создать математическую модель, которая будет отвечать всем требованиям выдвигаемым подобного рода моделям.
- Исследованы две аналитические модели основанные на идеализированной и приближенной схемах замещения ФСЭ.
- Выведена математическая модель основанная на упрощенной схеме замещения ФСЭ (не учтено  $R_{II}$ ).
- В математическом пакете MathCAD выполнен расчет вольт - амперной и мощностной характеристик.

### ЛИТЕРАТУРА

- Стоянов В.У. Солнечная энергетика в Крыму: [Методическое пособие] / Стоянов В.У., Слепокуров А.С., Николаев Е.В. – Киев – Симферополь, 2008. – 201 с.
- Ильина Н.А. Четырехтактный повышающий широтно-импульсный преобразователь постоянного напряжения в постоянное в системе электроснабжения с солнечной батареей / Ильина Н.А., Тугай Д.В., Сабалаев А.Н. // Світлотехніка та електроенергетика, 2009. – №1. – С.42-51.
- Раушенбах Г. Справочник по проектированию солнечных батарей / Раушенбах Г. – М.: Энергоатомиздат, 1983. – 360 с.
- Фаренбрух А. Солнечные элементы: Теория и эксперимент / Фаренбрух А., Бьюб Р.; пер. с англ.; под редакцией М. М. Колтуна. – М.: Энергоатомиздат, 1987. – 280 с.
- Мейтин М. Фотовольтаика: материалы, технологии, перспективы / Мейтин М. // Электроника для ТЭК. – 2000. – №6. – С. 40-56.

Надійшла до редколегії 16.03.2011

Рецензент: О. П. Чорний

О. В. ЛЕВШОВ, А. Ю. ФЕДОРОВ, А. В. МОЛОДИЧЕНКО  
Державний вищий навчальний заклад  
«Донецький національний технічний університет»

A. LEVSCHOV, A. FEDOROV, A. MOLODICHENKO  
State Institution of Higher Education  
«Donetsk National Technical University»

**Математичне моделювання фотоелектричних сонячних елементів.** Розглянуто питання створення математичної моделі фотоелектричного сонячного елемента (ФСЕ). На підставі відомих аналітичних моделей створено математичну модель, яка дозволяє описати вольт - амперна характеристики (ВАХ) і дає можливість оцінювати режими ФСЕ при різних умовах освітленості.  
**Математична модель, фотоелектричний сонячний елемент, аналітична модель, вольт-амперна характеристика, альтернативна енергетика, поновлювані джерела енергії.**

**Mathematical Modeling of Photovoltaic Solar Cells.** The problems of creating a mathematical model of photovoltaic solar cells (PVSC). Based on the known analytical models of a mathematical model that allows us to describe the current - voltage characteristics (CVC) and allows to assess the modes of PVSC under different lighting conditions.

**Mathematical model, photovoltaic solar cell, an analytical model, current-voltage characteristic, alternative energy, renewable energy sources.**