

УДК 622.276.52.532.529

**СТЕКАНИЕ ПЛЁНКИ ЖИДКОСТИ В ПОДЪЁМНОЙ ТРУБЕ
ЭРЛИФТНОЙ УСТАНОВКИ**

Малеев В.Б., канд. техн. наук, доц.,
Малыгин С.С., канд. техн. наук, доц., Удовенко С.А., аспирант,
Донецкий национальный технический университет

Получена зависимость для определения толщины пленки, движущейся по стенкам подъемной трубы эрлифта.

The dependence for define of film's thickness which is moving on the walls of airlift hoist pipe is received.

При подъёме газожидкостной смеси в эрлифте, на внутренних стенках подъемной трубы образуется плёнка жидкости, которая под влиянием гравитационных сил стекает по направлению к смесителю эрлифта. В связи с этим появляется некоторый объём жидкости, который необходимо постоянно поднимать к воздухоотделителю, затрачивая дополнительную энергию. Прекращение движения плёнки или её увлечение потоком смеси на определённых участках трубы снизит потери энергии на скольжение за счёт уменьшения относительной скорости плёнки и газожидкостного столба, что повысит КПД эрлифтной установки. Поэтому необходимо изучить характер взаимодействия плёнки с поднимаемой газожидкостной смесью и определить основные параметры плёнки, стекающей по подъемной трубе эрлифта, поскольку ранее этому вопросу вообще не уделялось внимания.

Процесс стекания плёнок жидкости по плоским и кривым поверхностям рассмотрен в ряде работ [1-7]. Однако большинство таких работ носит экспериментальный характер. В них были получены зависимости для определения толщины и скорости жидкости в плёнках при различных режимах их течения. При этом процесс стекания рассматривался без учета воздействия встречного потока на течение плёнки и только работах [5,6] было рассмотрено движение плёнки под влиянием потока газа.

Поэтому целью статьи является определение основных параметров жидкостной плёнки, стекающей по подъемной трубе эрлифта, при условии взаимодействия ее поверхности с газожидкостной сме-

Сила внутреннего трения на участке стенки трубы dz согласно гипотезе Ньютона определится как

$$T = \mu \cdot F \frac{du}{dy} = \tau_0 \cdot F = 2\pi R \tau_0 dz, \quad (2)$$

где μ – динамическая вязкость, τ_0 – касательное напряжение на внутренней поверхности подъемной трубы эрлифта.

Сила тяжести, действующая на выделенный объем равна

$$P_{тяж} = mg = \rho g W = 2\pi r \delta g (R - \frac{\delta}{2}) dz, \quad (3)$$

где ρ - плотность жидкости в плёнке.

Силу трения на границе “плёнка – газожидкостная смесь” определим как

$$P_{тр} = \tau_{гп} \cdot 2\pi(R - \delta) dz, \quad (4)$$

где $\tau_{гп}$ – касательное напряжение на границе ”плёнка – газожидкостная смесь”.

Величину касательного напряжения на поверхности плёнки можно определить по зависимости, полученной в работе [8]:

$$\tau_{гп} = f \cdot \rho_{см} \cdot \frac{V_{ом}^2}{2}, \quad (5)$$

где $V_{ом} = \left| \left(\bar{V}_z'' - V \right) \right|$ – относительная скорость газожидкостной смеси; V - скорость внешней границы плёнки; f – коэффициент трения поверхности плёнки о поверхность газожидкостного столба в подъемной трубе эрлифта; $\rho_{см}$ – плотность газожидкостной смеси в рассматриваемом сечении:

$$\rho_{см} = \frac{\rho}{1 + q \frac{1}{1 + \frac{\rho g h}{P_a} - \frac{\rho g \alpha}{P_a} z}}, \quad (6)$$

\bar{V}_z'' - средняя скорость газожидкостного потока на границе с плёнкой:

$$\bar{V}_z'' = \frac{Q_{ж}}{F_{тр}} \cdot \frac{\rho}{\rho_{см}}, \quad (7)$$

где q – удельный расход воздуха, отнесенного к нормальным условиям; h – глубина погружения эрлифта; α - относительное погружение; P_a – атмосферное давление; z – координата рассматриваемого сечения; $Q_{ж}$ – объемный расход жидкости в смеси; $F_{тр}$ – площадь живого сечения подъемной трубы эрлифта.

Подставляя выражения (2- 5) в (1), получаем

$$\frac{dI}{dt} = -2\pi R\tau_0 dz + 2\rho\delta\pi g\left(R - \frac{\delta}{2}\right) dz - f\rho_{cm} \frac{V_{om}^2}{2} 2\pi(R - \delta) dz. \quad (8)$$

В ряде работ [2, 5, 8], посвящённых определению распределения скорости жидкости по толщине плёнки, отмечено, что оно носит степенной характер и имеет вид:

$$\frac{u}{V} = \left(\frac{y}{\delta}\right)^n, \quad (9)$$

а касательное напряжение на поверхности стекания определяется зависимостью, полученной Блаузиусом:

$$\tau_0 = \xi \frac{\rho V^2}{2} \left(\frac{V\delta}{\nu}\right)^{-m}, \quad (10)$$

где u – локальное значение скорости в направлении оси z ; y – координата, нормальная направлению движения жидкости в плёнке; $m = 2n/(n+1)$ – показатель степени.

Коэффициент сопротивления движению пленки ξ и показатель степени закона распределения скорости жидкости по сечению плёнки n зависят от числа Re и могут быть определены по соответствующим графическим зависимостям [8].

Массовый расход жидкости через поперечное сечение выделенного элемента пленки площадью $2\pi R dy$ равен $2\pi R \rho u dy$. Количество движения этой массы равно $2\pi R \rho u^2 dy$. Таким образом, количество движения за единицу времени массы, протекающей через верхнюю грань выделенного элемента пленки

$$I_e = \int_0^{\delta} 2\pi R \rho u^2 dy \quad (11)$$

Так как количество движения в единицу времени вдоль оси z через поперечное сечение есть функция от z , то количество движения, за единицу времени в нижнем поперечном сечении выделенного элемента пленки можно записать как $I_n = I_b + \Delta I_b$, где ΔI_b – приращение количества движения за единицу времени; I_n , I_b – количество движения за единицу времени массы жидкости, протекающей соответственно через нижнее и верхнее сечение выделенного элемента пленки.

Предположим, что жидкость, попадающая в пленку через боковую грань выделенного элемента, разгоняется ею до скорости V . При этом количество движения за единицу времени массы жидкости, про-

текающей через боковую грань выделенного элемента пленки примет вид:

$$I_{\delta} = V \cdot Q_{m\delta}, \quad (12)$$

где I_{δ} - количество движения за единицу времени массы жидкости, протекающей через боковую грань выделенного элемента пленки; $Q_{m\delta}$ - массовый расход жидкости через боковую грань выделенного элемента пленки:

$$Q_{m\delta} = Q_{mн} - Q_{mв}, \quad (13)$$

где $Q_{mв}$, $Q_{mн}$ - массовый расход жидкости соответственно через верхнюю и нижнюю грань выделенного элемента пленки.

Массовый расход жидкости можно представить в виде:

$$Q_m = \int_0^{\delta} 2\pi R \rho u dy. \quad (14)$$

Тогда массовый расход жидкости через боковую грань выделенного элемента пленки примет вид:

$$Q_{m\delta} = \Delta \left(\int_0^{\delta} 2\pi R \rho u dy \right), \quad (15)$$

а количество движения за единицу времени массы жидкости, протекающей через боковую грань выделенного элемента пленки:

$$I_{\delta} = V \cdot \Delta \left(\int_0^{\delta} 2\pi R \rho u dy \right) \quad (16)$$

Тогда приращение количества движения за единицу времени определится как:

$$\frac{dI}{dt} = I_n - I_v - I_{\delta} = \Delta I_v - I_{\delta} = \Delta \left(\int_0^{\delta} 2\pi R \rho u^2 dy \right) - V \cdot \Delta \left(\int_0^{\delta} 2\pi R \rho u dy \right) \quad (17)$$

Подставив полученное выражение в уравнение для количества движения (8) и разделив обе части на Δz , и затем переходя к пределу при $\Delta z \rightarrow 0$ получим

$$\begin{aligned} \frac{d}{dz} \left(\int_0^{\delta} 2\pi R \rho u^2 dy \right) - V \cdot \frac{d}{dz} \left(\int_0^{\delta} 2\pi R \rho u dy \right) = & -2\pi R \tau_0 + 2\rho \delta \pi g \left(R - \frac{\delta}{2} \right) - \\ & - f \rho_{см} \frac{V_{om}^2}{2} 2\pi (R - \delta). \end{aligned} \quad (18)$$

Массовый расход при степенном законе распределения скорости можно записать в виде:

$$Q_m = \int_0^{\delta} 2\pi R \rho v dy = 2\pi R \rho \int_0^{\delta} V \left(\frac{y}{\delta} \right)^n dy = \frac{2\pi R}{n+1} \rho V \delta. \quad (19)$$

Отсюда скорость жидкости на границе плёнки определится как

$$V = (n+1) \frac{Q_m}{2\pi R \rho \delta}. \quad (20)$$

Подставляя (19) в выражение (10) определяем

$$\begin{aligned} \tau_0 &= \frac{\xi \rho}{2} \left(\frac{(n+1)Q_m}{2\pi R \rho \delta} \right)^2 \left(\frac{\delta(n+1)Q_m}{2\nu \pi R \rho \delta} \right)^{-m} = \\ &= \frac{\xi}{2} \rho^{m-1} Q_m^{2-m} \nu^m (n+1)^{2-m} (2\pi R)^{m-2} \delta^{-2}. \end{aligned} \quad (21)$$

При степенном законе распределения скорости с учетом (20),(21) уравнение (18) примет вид:

$$\begin{aligned} - \left(\frac{(n+1) \cdot Q_m^2}{2\pi R \rho \delta^2} \cdot \left(\frac{n+1}{2n+1} - 1 \right) \right) \frac{d\delta}{dz} &= -2\pi R \xi (n+1)^{2-m} \frac{\rho^{m-1} \nu^m}{2\delta^2} (2\pi R)^{m-2} Q_m^{2-m} + \\ &+ 2\rho \delta \pi g \left(R - \frac{\delta}{2} \right) - f \rho_{cm} V_{om}^2 \pi (R - \delta). \end{aligned} \quad (22)$$

Полагая, что при установившемся течении толщина плёнки постоянна $\delta = \text{const}$ и $\frac{d\delta}{dz} = 0$, а так же принимая во внимание, что величины $(R-\delta)$ и $(R-\delta/2)$ стремятся к величине R , так как $R \gg \delta$, получаем уравнение, которое после упрощений будет иметь вид:

$$\delta^3 - f \frac{\rho_{cm}}{\rho} \frac{V_{om}^2}{2g} \delta^2 - \xi (n+1)^{2-m} \rho^{m-2} \nu^m (2\pi R)^{m-2} \frac{Q_m^{2-m}}{2g} = 0 \quad (23)$$

Решая уравнение (23) относительно δ получаем три корня уравнения, два из которых комплексные. Следовательно, решением уравнения будет действительное положительное решение, которое имеет вид:

$$\delta = \frac{1}{6} \cdot s + \frac{1}{3} \cdot b + \frac{2}{3} \cdot \frac{b^2}{s}, \quad (24)$$

где δ - толщина пленки движущейся по подъемной трубе; s, b, c - коэффициенты замены переменных:

$$b = f \frac{\rho_{cm}}{\rho} \frac{V_{om}^2}{2g}; \quad c = \xi (n+1)^{2-m} \rho^{m-2} \nu^m (2\pi R)^{m-2} \frac{Q_m^{2-m}}{2g} \quad (25)$$

$$s = \sqrt[3]{c \cdot \left(2 \frac{f^3 \rho_{см}^3 V_{от}^6}{\xi \rho^{m+1} g^2 (n+1)^{2-m} v^m (2\pi R)^{m-2} Q_m^{2-m}} + \sqrt{81 + 3 \frac{f^3 \rho_{см}^3 V_{от}^6}{\xi \rho^{m+1} g^2 (n+1)^{2-m} v^m (2\pi R)^{m-2} Q_m^{2-m}} + 108} \right)}, \quad (26)$$

Таким образом, нами получены зависимости толщины плёнки жидкости, движущейся по стенкам подъемной трубы эрлифта, от величины относительной скорости $V_{от}$ и от массового расхода жидкости в пленке Q_m . Полученные зависимости имеют ряд неточностей, так как процесс стекания пленки в эрлифтах сложнее, чем мы предполагаем (не учтено вихревое движение транспортируемой вверх газожидкостной смеси, не учтено газосодержание в смеси по сечению и т.д.). Поэтому изучение рассмотренного явления приходится вести приближенным методом, и справедливость ряда сделанных допущений и упрощений трудно оценить только теоретически. В связи с этим в дальнейшем, нами будет проведена более детальная опытная проверка, так как в известных работах по экспериментальному исследованию эрлифтных установок отсутствуют опытные данные, с которыми можно сопоставить полученные теоретические результаты.

Список источников:

1. Ганчев Б.Г., Козлов В.М., Лозовецкий В.В. Экспериментальное исследование гидродинамики пленок жидкости, стекающих под действием силы тяжести по вертикальным поверхностям // Изв. вузов СССР. Машиностроение. - 1970 - №2. - с.75 – 80.
2. Кутателадзе С.С., Миронов Б.П. Экспериментальное исследование пристенных турбулентных течений. Изд-во “Наука”, Новосибирск, 1975.
3. Алексеенко С.В. и др. Волновое течение пленок жидкости., Новосибирск, 1992, - 256с.
4. Капица П.Л., Капица С.П. Волновое течение тонких слоев вязкой жидкости // ЖЭТФ. – т.19, вып.2 – с.105 –120.
5. Семенов П. Течение жидкости в тонких слоях.// ЖТФ, - 1944, - т.24, - вып. 7-8, с. 425 – 437.
6. Дейч М.Е., Филиппов Г.А. Газодинамика двухфазных сред М.: Энергоиздат, 1981. – 472с.
7. Кутателадзе С.С., Стырикович М.А. Гидродинамика газожидкостных систем. – М.:Энергия, 1976. – 296с.
8. Фабрикант Н.Я. Аэродинамика. – М.: Наука, - 1964. – 876с.

Рекомендовано к печати докт. техн. наук, проф. Логвиновым Н.Г.