

РЕШЕНИЕ УРАВНЕНИЙ ДИНАМИКИ КОМБИНИРОВАННОГО ИНСТРУМЕНТА МЕТЧИК-РАЗВЕРТКА

Тимохина В.Ю.

(ДонИЖТ, г. Донецк, Украина)

Введение

Для обработки ступенчатых отверстий, содержащих цилиндрическую часть с высоким полем допуска и резьбовую поверхность, целесообразно применить комбинированный инструмент типа развертка – метчик. Применение комбинированного инструмента позволяет:

- увеличить производительность механической обработки деталей на многоцелевых станках;
- уменьшить емкость инструментальных магазинов.

Комбинированные инструменты обеспечивают ведение обработки ступенчатых отверстий как последовательно, так и параллельно. При параллельной схеме обработки влияние 2-й ступени (метчика) на форму обработанного разверткой цилиндрического отверстия неизвестно. Для того, чтобы оценить влияние 2-й ступени необходимо знать закон движения комбинированного инструмента.

Движение комбинированного инструмента развертка - метчик в плоскости, перпендикулярной его продольной оси, описывается системой дифференциальных уравнений [1]

$$\begin{cases} m_n \ddot{\xi} + c \dot{\xi} + K \xi = \sum_{i=1}^z P_{yi} \sin(\omega t + \psi_i) + \sum_{i=1}^z -P_{zi} \cos(\omega t + \psi_i); \\ m_n \ddot{\zeta} + c \dot{\zeta} + K \zeta = \sum_{i=1}^z -P_{yi} \cos(\omega t + \psi_i) + \sum_{i=1}^z -P_{zi} \sin(\omega t + \psi_i), \end{cases} \quad (1)$$

где m_n – приведенная масса инструмента; K – жесткость инструмента; c – коэффициент диссипации; ξ ; ζ – координаты центра поперечного сечения инструмента; P_z ; P_y – тангенциальная и радиальная составляющие силы сопротивления резанию, действующие на режущую кромку инструмента; ψ_i – угол между передними поверхностями i -го и 1-го зубьев; i – индекс режущей кромки зуба ($i = 1, 2 \dots z$); z – общее число зубьев ступеней инструмента, работающих по параллельной схеме резания; ω – угловая скорость инструмента; t – время.

Инструмент вращается вокруг оси $O\eta$ против часовой стрелки. Положение инструмента в поперечной плоскости $O\xi\zeta$ определяется координатами ξ и ζ и углом φ между передней поверхностью режущей кромки первого зуба развертки и осью $O\xi$. Для определенности примем при $t = 0$ $\varphi = 0$.

Уравнения (1) описывают динамическое состояние комбинированного инструмента развертка – метчик с учетом неуравновешенных радиальных сил, жесткости инструмента и диссипации энергии. Составляющие P_{yi} и P_{zi} сил сопротивления резанию зависят от толщины и ширины среза и в общем случае являются нелинейными функциями переменных координат ξ и ζ , времени t и формы (размеров) предварительно обработанного отверстия. Формулы для P_{yi} и P_{zi} приведены (в зависимости от модели формирования силы резания) в [2, 3, 4, 5] и др.

Аналитическое решение системы уравнений динамического состояния осевого инструмента получено в частных случаях. Так, в [3] дано аналитическое решение уравнения динамического состояния осевого одномерного инструмента (сверла, зенкера или развертки). В [3] суммарная неуравновешенная радиальная сила, действующая на инструмент, представлена в виде двух постоянных составляющих: неподвижной и вращающейся вместе с инструментом. Такое представление силы вполне допустимо для одномерного инструмента при врезании.

Для комбинированного инструмента развертка – метчик наличие простых аналитических зависимостей, связывающих с достаточной точностью силы сопротивления резанию и радиальные перемещения инструмента, маловероятно. Это обусловлено высокой концентрацией воздействий на инструмент и существенным различием сил резания на режущих кромках ступеней метчика и развертки.

В таких случаях для решения уравнений движения применяют численные методы, например, [6].

Для дифференциальных уравнений динамического состояния развертки – метчика также рационально применить численное решение, что позволит отказаться от приближенной постановки задачи и применить точные зависимости, связывающие силы сопротивления резанию и перемещения инструмента, определить колебательное движение инструмента вдоль координатных осей, траекторию центра и форму обрабатываемого отверстия.

Целью статьи является разработка численного решения системы дифференциальных уравнений, описывающих динамического состояния комбинированного инструмента развертка – метчик.

Основная часть

Основная часть. Для численного решения уравнения (1) применим метод Рунге-Кутты 4-го порядка, который является наиболее употребительным из-за его сравнительной простоты и удовлетворительной точности расчетов, отличается устойчивостью решения и не требует в отличие от многоступенчатых методов, кроме задания начальных значений, еще предварительных вычислений нескольких значений искомых функций [7].

Предварительно приведем систему (1) к виду, пригодному для численного решения. Введем переменные $v = \dot{\xi}$ и $u = \dot{\zeta}$, которые представляют собой скорости центра инструмента вдоль координатных осей ξ и ζ . С их учетом система (1) примет вид

$$\begin{cases} \dot{\xi} = v; \\ \dot{\zeta} = u; \\ \dot{v} = F_1(t, \xi, \zeta) = \frac{1}{m_n} \left(\sum_{i=1}^z P_{yi} \sin(\omega t + \psi_i) + \sum_{i=1}^z -P_{yi} \cos(\omega t + \psi_i) - cv - K\xi \right); \\ \dot{u} = F_2(t, \xi, \zeta) = \frac{1}{m_n} \left(\sum_{i=1}^z -P_{hi} \cos(\omega t + \psi_i) + \sum_{i=1}^z -P_{zi} \sin(\omega t + \psi_i) - cu - K\zeta \right). \end{cases} \quad (2)$$

Решение системы (2) методом Рунге-Кутты 4-го порядка состоит в пошаговом (для $k = 0, 1, 2, 3 \dots$) вычислении координат ξ_{k+1} и ζ_{k+1} и скоростей v_{k+1} и u_{k+1} центра инструмента через интервал времени Δt (шаг интегрирования). Эти величины определя-

ются по их предыдущим значениям ξ_k, ζ_k, v_k, u_k , производным $\dot{\xi}_k, \dot{\zeta}_k, \dot{v}_k, \dot{u}_k$ и шагу интегрирования Δt . Формулы для $\xi_{k+1}, \zeta_{k+1}, v_{k+1}, u_{k+1}$ приведены в [3].

Окружная и радиальная составляющие силы сопротивления резанию, действующие на режущие кромки инструмента, зависят от толщины среза a . Ее можно определить как разность радиусов поверхности участка обрабатываемого отверстия до и после прохода режущей кромки инструмента

$$a_i = R_i - R_0, \quad (3)$$

где R_0 – радиус участка отверстия до снятия стружки i -тым зубом инструмента; R_i – радиус участка отверстия после снятия стружки i -тым зубом;

$$R_i = \sqrt{(r_i \cos \varphi_i + \xi)^2 + (r_i \sin \varphi_i + \zeta)^2}, \quad (4)$$

где φ_i – угол между i -той режущей кромкой инструмента и осью $O\xi$; r_i – радиус i -той режущей кромки инструмента.

При обработке режущие кромки последовательно совершают проходы по одному и тому же участку обрабатываемой поверхности, изменяя ее радиус.

В связи с этим информацию о форме обрабатываемого отверстия и ее изменениях в процессе обработки удобно поместить в двумерном массиве (таблице) $R(n_o, m_o)$ в виде m_o значений радиусов (равномерно по окружности через $1/m_o$ часть дуги) в n_o поперечных сечениях отверстия, расположенных друг от друга на расстоянии b . Здесь обозначено: $R(n, m)$ – радиус отверстия в n -том сечении в m -той точке; n_o – число поперечных сечений; m_o – число значений радиусов в поперечном сечении; n, m – индексы; $n = 1, 2 \dots n_o$; $m = 1, 2 \dots m_o$.

Схема дискретного представления формы обрабатываемого отверстия приведена на рис. 1, а структура таблицы числовых значений $R(n, m)$ – в табл. 1.

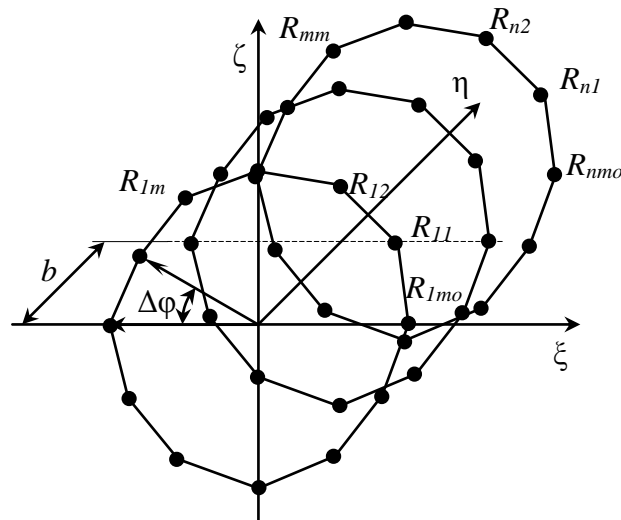


Рис. 1. Схема дискретного представления формы отверстия

Таблица 1. Структура числовых данных дискретного представления формы отверстия

| | | | | | | |
|----------------------|------------------------|------------------------|-----|------------------------|-----|-------------------------|
| | <i>1</i> | <i>2</i> | ... | <i>m</i> | ... | <i>m₀</i> |
| <i>1</i> | <i>R₁₁</i> | <i>R₁₂</i> | ... | <i>R_{1m}</i> | ... | <i>R_{1m0}</i> |
| <i>2</i> | <i>R₂₁</i> | <i>R₂₂</i> | ... | <i>R_{2m}</i> | ... | <i>R_{2m0}</i> |
| ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... |
| <i>n</i> | <i>R_{n1}</i> | <i>R_{n2}</i> | ... | <i>R_{nm}</i> | ... | <i>R_{nm0}</i> |
| ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... |
| <i>n₀</i> | <i>R_{n01}</i> | <i>R_{n02}</i> | ... | <i>R_{n0m}</i> | ... | <i>R_{n0m0}</i> |

Первоначально в массив $R(n_o, m_o)$ заносится информация о форме предварительно обработанного отверстия. Это отверстие может иметь эксцентриситет, овальность, волнистость и другие технологические погрешности предшествующей обработки. При вычислениях $R(n, m)$ заменяется новым значением по формуле (4), если при проходе по данному участку толщина a среза режущей кромкой инструмента больше нуля.

Дискретное задание формы отверстия предопределяет необходимость согласования шага Δt интегрирования уравнений по времени с углом $\Delta\varphi$, так как вычисления должны выполняться для положений инструмента, при которых значения радиусов $R(n, m)$ участков обрабатываемого отверстия известны. (Здесь $\Delta\varphi = 2\pi/m_o$ – центральный угол в радианах между радиусами $R(n, m)$ и $R((n, m + 1)$ – см. рис. 1).

При заданном m_o (и, соответственно, $\Delta\varphi$) шаг интегрирования по времени будет

$$\Delta t = \frac{2\pi}{m_o \omega}. \quad (5)$$

При таком Δt значениям времени $t = 0; \Delta t; 2\Delta t; 3\Delta t \dots$ соответствуют углы поворота инструмента $\varphi = 0; 1 \cdot 2\pi/m_o; 2 \cdot 2\pi/m_o; 3 \cdot 2\pi/m_o \dots$

Если принять $m_o = 360$ (значения радиусов задаются равномерно по окружности через 1°), то для угловой скорости инструмента $\omega = 50 \dots 150$ рад/с шаг интегрирования по времени составит $(1 \dots 3,5) \cdot 10^{-4}$ с. Окончательное значение шага интегрирования следует принимать, исходя из условия, что двухкратное увеличение m не приводит к существенным изменениям результатов решения системы.

При нарезании однозаходной резьбы резцы метчика последовательно снимают на одной винтовой канавке стружку с поперечным сечением в виде трапеции с толщиной среза a и шириной b . Толщина среза определяется по формулам (3) и (4), ширина среза равна ширине резца метчика. Число Z_{mk} резцов метчика, снимающих стружку на k -том шаге интегрирования

$$Z_{mk} = \text{entier}(k \Delta\varphi / \Delta\psi_m) + 1, \quad (6)$$

где entier – целая часть; $\Delta\psi_m$ – центральный угол в радианах между перьями метчика.

Суммарная действующая на метчик сила равна сумме сил, приложенных к Z_{mk} его резцам.

Суммарная сила на ступени развертки складывается из составляющих P_{yi} и P_{zi} , действующих на режущие и калибрующие части всех кромок. Толщина среза кромкой зуба определяется по формулам (3) и (4). При повороте инструмента на угол $\Delta\psi_p$ режущими частями зубьев развертки по всей окружности обрабатываемого отверстия снимается стружка шириной, равной осевой подаче на один зуб на оборот S_z ($\Delta\psi_p$ – цен-

тральный угол в радианах между зубьями развертки). Число Z_{pk} слоев стружки, снятых разверткой на k -том шаге интегрирования

$$Z_{pk} = \text{entier} (k \Delta\varphi / \Delta\psi_p) + 1. \quad (7)$$

Суммарные составляющие P_{yi} и P_{zi} на развертке равны сумме составляющих сил, действующих в Z_{pk} слоях на каждом зубе развертки.

Для однозначного решения системы дифференциальных уравнений (2) необходимо задать начальные значения ξ_0 , ζ_0 , v_0 и u_0 . Величины ξ_0 и ζ_0 представляют собой смещение предварительно просверленного отверстия относительно оси вращения инструмента. Принимаются, исходя из экспериментальных данных.

Величины v_0 и u_0 – скорости центра инструмента вдоль координатных осей ξ и ζ при $t = 0$. Ненулевые значения v_0 и u_0 возможны при наличии биения инструмента

$$v_0 = \omega e \cos \varphi; \quad u_0 = \omega e \sin \varphi, \quad (8)$$

где e – смещение инструмента относительно оси вращения патрона; φ – начальная фаза биения; $\varphi = 0 \dots 2\pi$.

Значения величин e и φ принимаются, исходя из экспериментальных данных.

Блок-схема алгоритма численного решения не приводится из-за ее громозкости.

Результатом решения являются числовые зависимости $\zeta(t)$ и $\xi(t)$ колебательного движения инструмента вдоль координатных осей и форма обработанного отверстия $R(n_o, m_o)$.

Для анализа движения колебательного процесса на плоскости широко используется траектория центра инструмента. Она содержит информацию о характере движения, особенностях колебательного процесса и внешних воздействиях на систему. Получение траектории $\zeta(\xi)$ из $\xi(t)$ и $\zeta(t)$ представляет собой элементарную перегруппировку данных.

Результаты решения представляют собой большие по размерам массивы числовой информации, анализ которой затруднителен. Для его упрощения результаты рационально представить в виде графиков $\zeta(t)$ и $\xi(t)$ колебательного процесса, траектории $\zeta(\xi)$ центра инструмента, графического изображения поперечного сечения обработанного отверстия $R(n, m)$, а также ввести интегральные параметры, которые получаются на основе обработки массива данных, например, средний радиус R_{cp} обработанного отверстия, среднее арифметическое отклонение профиля, среднее квадратичное отклонение профиля и др.

Графическое изображение сечения обработанного отверстия из-за малости отклонения радиуса $R(n, m)$ от среднего значения R_{cp} представляет собой окружность. Поэтому для наглядности представления огранки отверстия в плоскости $0\xi\zeta$ целесообразно строить не сами сечения, а их круглограммы по формуле

$$R_k(n, m) = R_{cp} - (100 \dots 1000) (R_{cp} - R(n, m)). \quad (9)$$

Для объемного представления формы обработанных отверстий их круглограммы изображаются в прямоугольной диметрии в координатах $0\xi\zeta\eta$ (аналогично схеме, представленной на рис. 1).

Выводы

Применение численного решения дифференциальных уравнений динамики комбинированного инструмента развертка – метчик позволит:

- исследовать динамику процесса обработки отверстий разверткой – метчиком при различных моделях формирования силы резания и установить наиболее адекватную модель;
- определить характеристики колебательного движения инструмента и оценить влияние внешних факторов на колебательный процесс;
- получить траекторию центра инструмента при механической обработке и круглограммы поперечных сечений обработанного отверстия;
- выполнить имитационное моделирование динамических процессов режимов резания и разработать на основе их анализа конструктивные и технологические решения по повышению точности и производительности механической обработки отверстий разверткой – метчиком.

Список литературы: 1. Малышко И.А., Тимохина В.Ю. Математическая модель динамики комбинированного инструмента развертка-метчик // *Машиностроение и технология XXI века / Сборник трудов XIV международной научно-технической конференции в г. Севастополе 17-22 сентября 2007 г.* – Донецк: ДонНТУ, 2007. Т. 3. – С. 3-7. 2. Зорев Н.Н. Расчет проекций силы резания. – М.: Машгиз, 1956. – 368 с. 3. Холмогорцев Ю.П. Оптимизация процессов обработки отверстий. – М.: Машиностроение, 1984. – 184 с. 4. Лукьянов А.Д. Динамическая модель формирования силы резания с переменным запаздыванием // *СТИН.* – 2007. – №8. – С.8-12. 5. Малышко И.А., Тимохина В.Ю. Определение сил, действующих на заднюю поверхность концевой инструмента, с учетом поперечных колебаний // *Наукові праці Донецького національного технічного університету. Серія: Машинобудування і машинознавство. Вип. 4(124).* – Донецьк: ДонНТУ. – С. 62-68. 6. Соломин О.В., Морозов А.А. Численные методы решения уравнений движения в задачах динамики роторных систем с опорами жидкостного трения // *Известия вузов. Машиностроение.* – 2006. – №11. – С. 16-26. 7. Учи Г. Персональные компьютеры для научных работников. – М.: Мир, 1990. – 268 с.

РІШЕННЯ РІВНЯНЬ ДИНАМІКИ КОМБІНОВАНОГО ІНСТРУМЕНТУ
МІТЧИК-РОЗВЕРТКА

Тимохіна В.Ю.

Запропоновано чисельне рішення диференціальних рівнянь динаміки комбінованого інструменту мітчик-розвертка. Це дозволило застосувати точні залежності, що зв'язують сили опору різанню і переміщення інструменту і визначити коливальний рух інструменту уздовж координатних осей, траєкторію центру і форму оброблюваного отвору.

РЕШЕНИЕ УРАВНЕНИЙ ДИНАМИКИ КОМБИНИРОВАННОГО
ИНСТРУМЕНТА МЕТЧИК-РАЗВЕРТКА

Тимохина В.Ю.

Предложено численное решение дифференциальных уравнений динамики комбинированного инструмента развертки – метчика. Это позволило применить точные зависимости, связывающие силы сопротивления резанию и перемещения инструмента и определить колебательное движение инструмента вдоль координатных осей, траекторию центра и форму обрабатываемого отверстия.

SOLUTION OF DYNAMICS EQUATIONS
OF THE COMBINED TOOLS TAP-REAMER TYPE

Tymokhina V.Y.

Numeral solution of differential equations of the dynamics of combined tools tap-reamer type is offered. This made it possible to apply precise dependences, that connecting cutting resistance forces and tap-reamer displacement and to determinate oscillating movement of tap-reamer along coordinate axes, trajectory of center and shape of the machined holes.

Рецензент: д.т.н., проф. Гусєв В.В.