УДК 621.9.013

ГЕОМЕТРИЯ СФЕРИЧЕСКИХ КОНЦЕВЫХ ФРЕЗ С КОНИЧЕСКИМИ ПЕРЕДНЕЙ И ЗАДНЕЙ ПОВЕРХНОСТЯМИ

Равская Н.С., Вовк В.В., Скрынник П.В., Корзун С.В.
(НТУУ «КПИ», г.Киев, Украина)

Введение

Геометрические параметры инструмента задают в инструментальной системе координат, которая применяется для изготовления и контроля инструмента. При этом статические, а тем более кинематические углы, которые в большей степени определяют процесс резания, могут не совпадать с инструментальными [1]. Неизвестным при этом также является изменение этих углов вдоль режущей кромки. Для любого режущего инструмента геометрические параметры в произвольной точке режущей кромки определяются формой режущей кромки, формой передней и задней поверхностей и заданными инструментальными геометрическими параметрами. Фасонные концевые фрезы чаще всего изготавливают с винтовыми режущими кромками на цилиндрической поверхности. Кроме того, этот инструмент также имеет режущие кромки, расположенные на фасонной торцовой части фрезы. При изготовлении такого инструмента, при полученной вышлифовкой винтовой канавке и сформированной винтовой кромке на цилиндрической части фрезы, необходимо образовать режущие кромки на торцовой части. Чаще всего, исходя из простоты изготовления, такие фрезы изготовляют с плоской или винтовой передней поверхностью. Развитие станков с ЧПУ позволяет расширить номенклатуру таких фрез и получить различные формы как передней та и задней поверхности фрез. В [2-4] рассмотрена геометрия режущей кромки с плоской и винтовой передней поверхностями. При этом на сферической концевой фрезе возможно также получение конических передней и задней поверхностей, если режущая кромка в виде дуги окружности, лежащая на сферической исходной инструментальной поверхности, будет основанием этих конических поверхностей. При этом возникает задача определения геометрических параметров торцовой части таких фрез.

Основная часть

Определим статический передний и задний углы фрезы с конической передней поверхностью.

Наиболее простым в случае конической передней поверхности является аналитическое определение, при котором оперируют векторами, определенными для произвольной точки режущей кромки, углы между которыми и определяют геометрические параметры инструмента [5, 6]. Этот способ проще, по сравнению с предложенным в [3], для данной формы поверхности, поскольку отпадает необходимость в определении переднего инструментального угла в продольном и поперечном сечении конической поверхности для произвольной точки режущей кромки и их аналитического описания.

При этом определяют вектор, касательный к режущей кромке, вектор скорости главного движения резания (для статической системы координат) и по одному вектору, которые принадлежат передней и задней поверхностям.

Векторным произведением касательного к режущей кромке вектора $\vec{P}$ и любого вектора, который принадлежит передней поверхности $\vec{P}_{пер}$, будет вектор, нормальный к передней поверхности $\vec{N}_{пер}$, который будет лежать в нормальной секущей плоскости.

Векторным произведением вектора $\vec{P}$ и вектора скорости главного движения резания $\vec{V}$ будет вектор нормали к плоскости, где находятся два эти вектора. Согласно [7] плоскость, которая перпендикулярна скорости главного движения резания и касательная к режущей кромке, называется статической плоскостью резания. Другими словами, это плоскость, которая проходит через касательную к режущей кромке и вектор скорости главного движения резания. Следовательно $\vec{P}\times\vec{V}$ дает нам вектор нормали к статической плоскости резания, причем этот вектор также лежит в нормальной секущей плоскости (рис. 1).

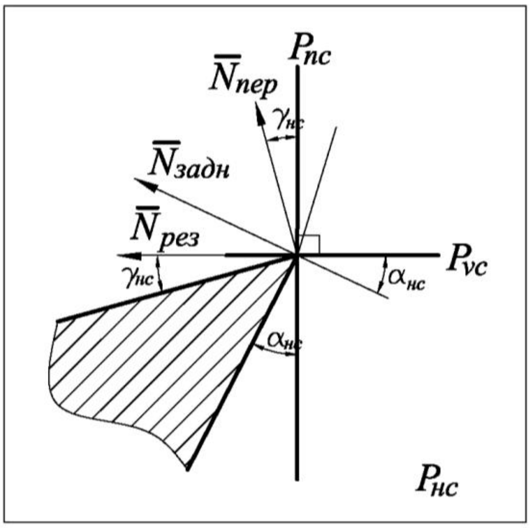

Рис. 1. Определение нормальных статических передних и задних углов

Следовательно, угол, дополняющий угол между векторами $\vec{N}_{пер}$ и $\vec{N}_{рез}$ до $\dfrac{\pi}{2}$ является нормальным статическим передним углом.

Тогда:

$$\cos(\frac{\pi}{2}-\gamma_{нс})=\sin\gamma_{нс}=\frac{\vec{N}_{пер}\cdot\vec{N}_{рез}}{\left|\vec{N}_{пер}\right|\cdot\left|\vec{N}_{рез}\right|}.$$

По аналогии, векторным произведением касательного к режущей кромке вектора $\vec{P}$ и любого вектора, который принадлежит задней поверхности $\vec{З}$, будет вектор нормали к задней поверхности, который также будет лежать в нормальной секущей плоскости.

Угол между векторами $\vec{N}_{рез}$ и $\vec{N}_{задн}$ и будет определять величину нормального статического заднего угла

$$\cos\alpha_{нс}=\frac{\vec{N}_{задн}\cdot\vec{N}_{рез}}{\left|\vec{N}_{задн}\right|\cdot\left|\vec{N}_{рез}\right|}.$$

В случае конической передней поверхности для передней поверхности определяют вектора – касательный к режущей кромке и вектор, идущий вдоль образующей конической передней поверхности. Для задней поверхности – вектор, касательный к режущей кромке и вектор, идущий вдоль образующей конической задней поверхности.

В системе плоскостей проекций $П_1$ и $П_2$ изображаем сферическую исходную инструментальную поверхность (рис. 2). Введем систему координат XYZ, связанную с фрезой, причем ось Z направим вдоль оси фрезы.

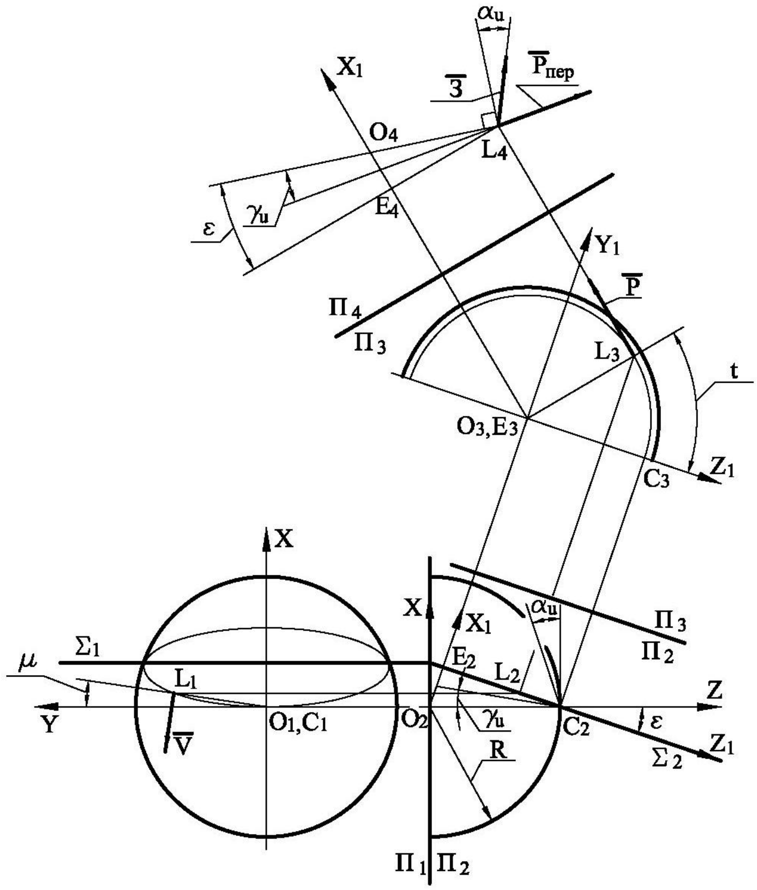

Рис. 2. Определение режущей кромки и векторов $\vec{V}$, $\vec{P}$, $\vec{P}_{пер}$ и $\vec{З}$.

У фрез с конической передней поверхностью основанием конической поверхности будет дуга окружности, расположенная на сферической исходной инструментальной поверхности. Пускай эта дуга находится в плоскости, заданной следами Σ_1 и Σ_2 , при этом ее положение будет определяться углом ε. Введем плоскость проекций $П_3$, которую проведем параллельно плоскости торцовой кромки. Режущая кромка в виде дуги окружности в натуральную величину проецируется в плоскости проекций $П_3$. С режущей кромкой свяжем систему координат $X_1Y_1Z_1$.

Формулы перехода от системы $X_1Y_1Z_1$ к системе XYZ будут:

$$X = X_1 \cos\varepsilon - Z_1 \sin\varepsilon,$$

$$Y = Y_1,$$

$$Z = Z_1 \cos\varepsilon + X_1 \sin\varepsilon.$$

На режущей кромке выбираем произвольную точку *L*, положение которой будет определяться углом *t*. Тогда координаты точки *L* в системе координат $X_1Y_1Z_1$:

$$X_1 = R_k tg\varepsilon\ ,$$

$$Y_1 = R_k \sin t,$$

$$Z_1 = R_k \cos t,$$

где R_k – радиус режущей кромки, равный $R_k = R\cos\varepsilon$.

В системе XYZ, в соответствии с формулами преобразования координат, координаты произвольной точки L режущей кромки будут:

$$X_L = R_k\left[tg\varepsilon \cdot \cos\varepsilon - \cos t \sin\varepsilon\right],$$

$$Y_L = R_k \cdot \sin t,$$

$$Z_L = R_k \cdot \left[\cos t \cos\varepsilon + tg\varepsilon \sin\varepsilon\right].$$

По приведенным формулам определяются координаты точек режущей кромки в системе координат XYZ.

Направление вектора скорости главного движения в точке L определяется углом μ. Значение этого угла можно рассчитать через координаты X_L и Y_L точки L:

$$tg\mu = \frac{X_L}{Y_L} = \frac{R_k\left[tg\varepsilon \cdot \cos\varepsilon - \cos t \sin\varepsilon\right]}{R_k \cdot \sin t} = \frac{\sin\varepsilon \cdot (1-\cos t)}{\sin t}.$$

Тогда вектор скорости главного движения резания в системе координат XYZ запишется:

$$\vec{V} = -\vec{i} + \vec{j} \cdot tg\mu = -\vec{i} \cdot \sin t + \vec{j} \cdot \sin\varepsilon \cdot (1-\cos t).$$

Формулы перехода от системы координат XYZ к системе $X_1Y_1Z_1$ будут:

$$X_1 = X\cos\varepsilon + Z\sin\varepsilon,$$

$$Y_1 = Y,$$

$$Z_1 = Z\cos\varepsilon - X\sin\varepsilon.$$

По формулам перехода вектор скорости в системе $X_1Y_1Z_1$ тогда будет:

$$\vec{V} = -\vec{i} \cdot \sin t \cdot \cos\varepsilon + \vec{j} \cdot \sin\varepsilon \cdot (1-\cos t) + \vec{k} \cdot \sin t \cdot \sin\varepsilon.$$

Вектор, касательный к режущей кромке в системе $X_1Y_1Z_1$, будет:

$$\vec{P} = \vec{j} \cdot \cos t - \vec{k} \cdot \sin t$$

Вектор, принадлежащий конической передней поверхности $\vec{P}_{пер}$ в произвольной точке L режущей кромки фрезы в системе $X_1Y_1Z_1$ запишется:

$$\vec{P}_{пер} = \vec{i} \cdot \sin(\varepsilon - \gamma_u) + \vec{j} \cdot \cos(\varepsilon - \gamma_u) \cdot \sin t + \vec{k} \cdot \cos(\varepsilon - \gamma_u) \cdot \cos t.$$

Вектор образующей конической задней поверхности $\vec{З}$ в точке L режущей кромки фрезы для заданного инструментального заднего угла α_u в системе $X_2Y_2Z_2$ имеет вид:

$$\vec{З} = -\vec{i} \cdot \cos(\varepsilon + \alpha_u) + \vec{j} \cdot \sin(\varepsilon + \alpha_u) \cdot \sin t + \vec{k} \cdot \sin(\varepsilon + \alpha_u) \cdot \cos t.$$

Вектор нормали к передней поверхности в рассматриваемой точке режущей кромки определяем как векторное произведение векторов $\vec{P}$ и $\vec{P}_{пер}$:

$$\vec{N}_{пер} = \vec{P} \times \vec{P}_{пер} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 0 & \cos t & -\sin t \\ \sin(\varepsilon - \gamma_u) & \cos(\varepsilon - \gamma_u) \cdot \sin t & \cos(\varepsilon - \gamma_u) \cdot \cos t \end{vmatrix} =$$

$$= \vec{i} \cdot \cos(\varepsilon - \gamma_u) - \vec{j} \cdot \sin(\varepsilon - \gamma_u) \cdot \sin t - \vec{k} \cdot \sin(\varepsilon - \gamma_u) \cdot \cos t.$$

Вектор нормали к задней поверхности в рассматриваемой точке режущей кромки определяем как векторное произведение векторов $\vec{P}$ и $\vec{З}$:

$$\vec{N}_{задн} = \vec{P} \times \vec{3} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 0 & \cos t & -\sin t \\ -\cos(\varepsilon + \alpha_u) & \sin(\varepsilon + \alpha_u) \cdot \sin t & \sin(\varepsilon + \alpha_u) \cdot \cos t \end{vmatrix} =$$

$$= \vec{i} \cdot \sin(\varepsilon + \alpha_u) + \vec{j} \cdot \cos(\varepsilon + \alpha_u) \cdot \sin t + \vec{k} \cdot \cos(\varepsilon + \alpha_u) \cdot \cos t.$$

Вектор нормали к поверхности резания в рассматриваемой точке режущей кромки определяем как векторное произведение векторов $\vec{P}$ и $\vec{V}$:

$$\vec{N}_{рез} = \vec{P} \times \vec{V} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 0 & \cos t & -\sin t \\ -\sin t \cdot \cos \varepsilon & \sin \varepsilon \cdot (1 - \cos t) & \sin t \cdot \sin \varepsilon \end{vmatrix} =$$

$$= \vec{i} \cdot \sin t \cdot \sin \varepsilon + \vec{j} \cdot \cos \varepsilon \cdot \sin^2 t + \vec{k} \cdot \sin t \cdot \cos t \cdot \cos \varepsilon.$$

Тогда нормальный статический передний угол может быть определен по зависимости:

$$\sin \gamma_{нс} = \frac{\vec{N}_{пер} \cdot \vec{N}_{рез}}{\left|\vec{N}_{пер}\right| \cdot \left|\vec{N}_{рез}\right|},$$

$$\vec{N}_{пер} \cdot \vec{N}_{рез} = \sin t \cdot \sin \varepsilon \cdot \cos(\varepsilon - \gamma_u) - \sin^2 t \cdot \sin(\varepsilon - \gamma_u) \cdot \cos \varepsilon \cdot \sin t -$$
$$\cos^2 t \cdot \sin t \cdot \cos \varepsilon \cdot \sin(\varepsilon - \gamma_u) =$$
$$= \sin t(\sin \varepsilon \cdot \cos(\varepsilon - \gamma_u) - \cos \varepsilon \cdot \sin(\varepsilon - \gamma_u)) = \sin t \cdot (\sin(\varepsilon - (\varepsilon - \gamma_u))) = \sin t \cdot \sin \gamma_u,$$

$$\left|\vec{N}_{пер}\right| = \sqrt{\cos^2(\varepsilon - \gamma_u) + \sin^2(\varepsilon - \gamma_u) \cdot \sin^2 t + \sin^2(\varepsilon - \gamma_u) \cdot \cos^2 t} = \sqrt{\cos^2(\varepsilon - \gamma_u) + \sin^2(\varepsilon - \gamma_u)} = 1,$$

$$\left|\vec{N}_{рез}\right| = \sqrt{\sin^2 t \cdot \sin^2 \varepsilon + \cos^2 \varepsilon \cdot \sin^4 t + \sin^2 t \cdot \cos^2 t \cdot \cos^2 \varepsilon} = \sqrt{\sin^2 t \cdot \sin^2 \varepsilon + \sin^2 t \cdot \cos^2 \varepsilon} = \sin t.$$

После подстановки получим:

$$\sin \gamma_{нс} = \frac{\sin t \cdot \sin \gamma_и}{\sin t} = \sin \gamma_и.$$

Откуда:

$$\gamma_{нс} = \gamma_и.$$

Следовательно, нормальный статический передний угол не меняется вдоль режущей кромки и равен инструментальному переднему углу.

Нормальный статический задний угол может быть определен по зависимости:

$$\cos \alpha_{нс} = \frac{\vec{N}_{задн} \cdot \vec{N}_{рез}}{\left|\vec{N}_{задн}\right| \cdot \left|\vec{N}_{рез}\right|},$$

$$\vec{N}_{задн} \cdot \vec{N}_{рез} = \sin t \cdot \sin \varepsilon \cdot \sin(\varepsilon + \alpha_u) + \sin^2 t \cdot \cos(\varepsilon + \alpha_u) \cdot \cos \varepsilon \cdot \sin t +$$
$$+ \cos^2 t \cdot \sin t \cdot \cos \varepsilon \cdot \cos(\varepsilon + \alpha_u) =$$
$$= \sin t(\sin \varepsilon \cdot \sin(\varepsilon + \alpha_и) + \cos \varepsilon \cdot \cos(\varepsilon + \alpha_и)) = \sin t \cdot (\cos((\varepsilon + \alpha_и) - \varepsilon)) = \sin t \cdot \cos \alpha_и,$$

$$\left|\vec{N}_{задн}\right| = \sqrt{\sin^2(\varepsilon+\alpha_u)+\cos^2(\varepsilon+\alpha_u)\cdot\sin^2 t+\cos^2(\varepsilon+\alpha_u)\cdot\cos^2 t} =$$

$$\sqrt{\sin^2(\varepsilon+\alpha_u)+\cos^2(\varepsilon+\alpha_u)} = 1,$$

$$\left|\vec{N}_{рез}\right| = \sin t .$$

После подстановки имеем:

$$\cos\alpha_{нс} = \frac{\sin t\cdot\cos\alpha_u}{\sin t} = \cos\alpha_u .$$

Откуда

$$\alpha_{нс} = \alpha_u .$$

Соответственно, нормальный статический задний угол также не меняется вдоль режущей кромки и равен инструментальному заднему углу.

Статические же передний и задний углы могут быть определены по следующим зависимостям:

$$tg\gamma_c = \frac{tg\gamma_{нс}}{\cos\lambda_c},$$

$$tg\alpha_c = tg\alpha_{нс}\cdot\cos\lambda_c .$$

где λ_c – статический угол наклона режущей кромки.

Определим статический угол наклона в произвольной точке режущей кромки.

Согласно [7] этот угол определяется в статической плоскости резания между режущей кромкой и основной статической плоскостью. Плоскость резания проходит через касательный вектор к режущей кромке $\vec{P}$ и вектор скорости главного движения резания $\vec{V}$. Поскольку эти векторы лежат в плоскости резания, угол, дополняющий угол между этими векторами до $\frac{\pi}{2}$, является искомым статическим углом наклона режущей кромки λ_c.

Следовательно:

$$\cos\left(\frac{\pi}{2}-\lambda_c\right) = \sin\lambda_c = \frac{\left(\vec{V}\cdot\vec{P}\right)}{\left|\vec{V}\right|\cdot\left|\vec{P}\right|}.$$

Определим значение λ_c по найденным векторам $\vec{P}$ и $\vec{V}$:

$$\sin\lambda_c = \frac{\left(\vec{V}\cdot\vec{P}\right)}{\left|\vec{V}\right|\cdot\left|\vec{P}\right|},$$

$$\vec{V}\cdot\vec{P} = 0\cdot(-\sin t)\cdot\cos\varepsilon+\sin\varepsilon\cdot(1-\cos t)\cdot\cos t-\sin t\cdot\sin\varepsilon\cdot\sin t =$$

$$= \sin\varepsilon\cdot(\cos t-\cos^2 t-\sin^2 t) = \sin\varepsilon\cdot(\cos t-1),$$

$$\left|\vec{P}\right| = \sqrt{0^2+\cos^2 t+\sin^2 t} = 1,$$

$$\left|\vec{V}\right| = \sqrt{\sin^2 t\cdot\cos^2\varepsilon+\sin^2\varepsilon\cdot(1-\cos t)^2+\sin^2 t\cdot\sin^2\varepsilon} = \sqrt{\sin^2 t+\sin^2\varepsilon\cdot(1-\cos t)^2}.$$

Следовательно:

$$\sin\lambda_c = \frac{\sin\varepsilon\cdot(\cos t-1)}{\sqrt{\sin^2 t+\sin^2\varepsilon\cdot(1-\cos t)^2}}.$$

По приведенной зависимости определяется статический угол наклона режущей кромки для произвольной точки режущей кромки.

Выводы

В статье решена задача определения режущей кромки фрезы с коническими передней и задней поверхностями. Также получены зависимости для определения статических геометрических параметров этих фрез в произвольной точке режущей кромке.

Список литературы: 1. Равская Н.С., Николаенко Т.П., Мельничук Л.С. Общая теория определения геометрических параметров инструмента // Надійність інструменту та оптимізація технологічних систем. Збірник наукових праць – Краматорськ: ДДМА, вип. № 14, 2003. – С. 3-11. **2.** Равская Н.С., Николаенко Т.П., Вовк В.В. Геометрия передней поверхности фасонных концевых фрез // Вестник НТУУ "КПИ". Серия "Машиностроение". – Вып. 45. – 2004. С. 83-86. **3.** Вовк В.В., Красновид Д.О. Определение геометрических параметров передней поверхности концевого инструмента // Вестник ДГМА. - 2007, вып. № 3(9). – С. 32-38. **4.** Вовк В.В., Липский Е.Р., Корзун С.В. Геометрические основы разработки информационных технологий проектирования и изготовления сферических концевых фрез // Вестник НТУУ "КПИ" Машиностроение. – К.: НТУУ «КПИ». – № 52. – 2008. – С. 397-403. **5.** Родин П.Р. Металлорежущие инструменты. – 2-е изд., перераб. и доп. – Киев: Вища школа. Головное изд-во, 1979. – 432 с. **6.** Родин П.Р. Геометрия режущей части спирального сверла. – К: Техника, 1971. – 136 с. **7.** ДСТУ 2249-93 «Оброблення різанням. Терміни, визначення та позначення».

ГЕОМЕТРІЯ СФЕРИЧНИХ КІНЦЕВИХ ФРЕЗ З КОНІЧНИМИИ ПЕРЕДНЬОЮ ТА ЗАДНЬОЮ ПОВЕРХНЯМИ

Равська Н.С., Вовк В.В., Скриннік П.В., Корзун С.В.

В статті вирішена задача визначення різальної кромки фрези з конічними передньою і задньою поверхнями. Отримані залежності для визначення статичних геометричних параметрів цих фрез показують, що нормальні передній та задній статичні кути постійні вздовж різальної кромки і рівні з інструментальними.

ГЕОМЕТРИЯ СФЕРИЧЕСКИХ КОНЦЕВЫХ ФРЕЗ С КОНИЧЕСКИМИ ПЕРЕДНЕЙ И ЗАДНЕЙ ПОВЕРХНОСТЯМИ

Равская Н.С., Вовк В.В., Скрынник П.В., Корзун С.В.

В статье решена задача определения режущей кромки фрезы с коническими передней и задней поверхностями. Полученные зависимости для определения статических геометрических параметров этих фрез показывают, что нормальные передний и задний статические углы постоянны вдоль режущей кромки и равны инструментальным.

GEOMETRY OF SPHERICAL END MILLS WITH CONIC LEADING AND FLANK SURFACES

Ravskaja N.S., Vovk V.V., Skrynnik P.V., Korzun S.V.

In article the problem of determination of a cutting edge of the mill with conic leading and flank surfaces is solved. The received dependences for determination of static geometrical parameters of these mills show, that normal static face and clearance angles are constant along the cutting edge and equal to the tool parameters.

Рецензент: д.т.н., проф. Калафатова Л.П.