

АНАЛІЗ МЕТОДОМ ГАРМОНІЧНОГО БАЛАНСУ КОЛІВНИХ ПРОЦЕСІВ В ОДНОФАЗНОМУ КОНТУРІ З НЕЛІНІЙНОЮ ІНДУКТИВНІСТЮ

A. В. Журахівський, Ю. А. Кенс, П. В. Батенько, Р. В. Мединський
НУ "Львівська політехніка", кафедра ЕСМ

У статті здійснено аналіз коливних процесів методом гармонічного балансу - з урахуванням нелінійної вебер-амперної характеристики ТН. Проаналізовано вплив параметрів коливного контуру та початкових умов на можливість виникнення ферорезонансних процесів.

Суть наукової технічної проблеми. Одним зі складних режимів, які призводять до пошкодження електрообладнання, є ферорезонансні процеси (ФРП). Ферорезонансні процеси виникають в електричних мережах за проведення оперативних перемикань, спрацювання захистів на вимкнення обладнання, виникненні дугових замикань та за усіх інших подібних режимів, коли виникає взаємодія нелінійної індуктивності трансформаторів напруги (ТН) з ємностями оточуючого обладнання. Ферорезонансні явища провокують появу довготривалих перенапруг на шинах розподільчих злагод, до яких приєднані трансформатори напруги, та струмові перевантаження їх обмоток, що призводить до виникнення виткових замикань внаслідок перегріву та пошкодження внутрішньої ізоляції.

Актуальність і доцільність роботи. Ферорезонансні явища можливі в електромережах усіх класів напруг, та найбільш небезпечними вони є у мережах з великими струмами замикання на землю - 110÷750 кВ. Ці явища виникають після вимкнення секцій шин з присуднаннями до них електромагнітними трансформаторами напруги чи неповнофазному увімкненні (вимкненні) ненавантажених силових трансформаторів повітряними вимикачами, що мають ємнісні дільники напруги. За виникнення таких режимів пошкоджується виткова ізоляція трансформаторів напруги, що призводить до вибуху трансформатора, можливе виникнення пожежі на розподільчій злагоді підстанції. Це в свою чергу є джерелом довготривалих перерв електропостачання споживачів, що є недопустимим з точки зору надійності та якості забезпечення їх електроенергією.

В літературі достатньо широко висвітлені причини пошкодження ТН [1, 2] та розроблені пропозиції з запобігання цих пошкоджень [3]. Проведення натурних експериментів з метою вивчення ФРП є досить складним і дорогоцінним заходом, тому протікання ФРП досліджується шляхом аналізу різних математичних моделей та порівнянням з реально зафікованими випадками пошкодження ТН внаслідок ФРП.

Мета статті (постановка задачі). У даній статті проведено аналіз результатів розрахунку ферорезонансних процесів в однофазному послідовно-паралельному контурі з нелінійною індуктивністю методом гармонічного балансу.

Виклад основного матеріалу дослідження. Використання у повітряних вимикачах 110 кВ та вище ємнісних дільників напруги призводить до того, що електромережа з ефективно заземленою нейтраллю, вимикачі приєднань, система шин та приєднані до системи шин трансформатори напруги (ТН) типу НКФ створюють у кожній фазі, після вимкнення вимикача останнього приєднання від системи шин, нелінійний коливний контур, розрахункова схема якого наведена на рис.1. За відповідного співвідношення параметрів у такому контурі можливі виникнення ферорезонансних процесів (ФРП) [1, 2, 3]. Ефективне заземлення нейтралі, за першого наближення, дозволяє розглядати процеси у кожній фазі окремо, не враховуючи впливів сусідніх фаз. Враховуючи це припущення та для спрощення аналізу процесів у контурі (рис.1), розглядаємо коливні процеси у кожній фазі незалежно, не враховуючи впливу міжфазних ємностей та зв'язку фаз ТН по обмотках низької напруги.

У розрахунковій схемі однофазного ферорезонансного контуру враховується вплив напруги мережі u та еквівалентних параметрів контуру (ємнісні дільники вимкненого вими-

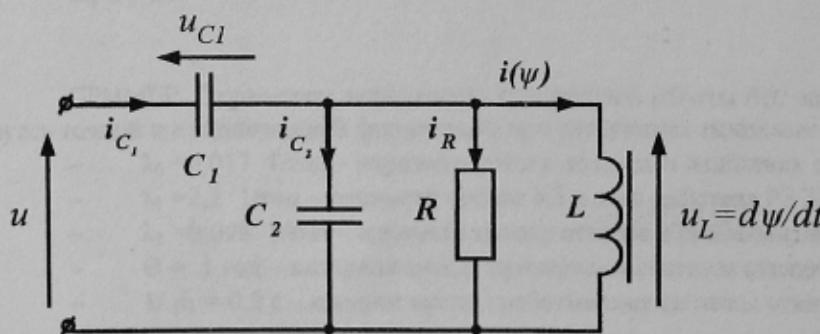


Рисунок 1 - Однофазний послідовно - паралельний контур з нелінійною індуктивністю

кача C_1 , сумарна ємність шин та приседданого обладнання по відношенню до землі C_2) на рівень напруги u_L , прикладеної до нелінійної індуктивності L . Опір R моделює втрати в сталі магнітопроводу ТН, гасильний опір пристрою захисту ТН від ФРП, вторинне навантаження тощо.

Для аналізу коливного процесу у резонансному паралельно-послідовному контурі використаємо аналітичний метод теорії нелінійних коливань - метод гармонічного балансу [4-7]. Суть методу полягає в тому, що очікувані періодичні залежності змінних в часі величин апроксимують скороченими рядами Фур'є. Розв'язки таких рівнянь дозволяють визначити амплітуди гармонік вихідних змінних. Врахування вищих гармонік суттєво ускладнює аналітичні вирази амплітуд гармонік. Тому у розрахунках не враховують вищі гармоніки, що безперечно погіршує точність розрахунків [8, 9]. Згідно [10, 11] проведемо розрахунок коливного процесу у нелінійному паралельно-послідовному контурі методом гармонічного балансу з нехтуванням вищими гармоніками у розв'язку. Мета розрахунку – виявлення можливостей появи та меж існування ФРП у контурі, який відповідає схемі: система шин з ТН типу НКФ, за умови вимкнення всіх вимикачів з ємністю дільниками напруги від системи шин 110-500 кВ.

Рівняння стану нелінійного коливного контуру, зображеного на рис.1, матиме вигляд:

$$u = u_{C_1} + u_L = \frac{1}{C_1} \int i_{C_1} dt + \frac{d\psi}{dt} = \frac{1}{C_1} \int \left(C_2 \frac{d^2\psi}{dt^2} + i(\psi) + \frac{1}{R} \frac{d\psi}{dt} \right) dt + \frac{d\psi}{dt}, \quad (1)$$

де $i_{C_1} = i_{C_2} + i(\psi) + i_R$; $u = -U_m \cos \omega t$, тоді

$$\left(\frac{C_2}{C_1} + 1 \right) \frac{d^2\psi}{dt^2} + \frac{1}{R \cdot C_1} \cdot \frac{d\psi}{dt} + \frac{i(\psi)}{C_1} = \omega \cdot U_m \cdot \sin \omega t. \quad (2)$$

Заміною змінних зводимо (2) до безрозмірної форми

$$\ddot{\psi}_* + K_1 \cdot \dot{\psi}_* + i(\psi_*) = Y \sin \omega_* t*. \quad (3)$$

Для забезпечення адекватної апроксимації кривої намагнічування електротехнічної сталі магнітопроводу ТН необхідно приймати високу степінь полінома апроксимації веберамперної характеристики нелінійної індуктивності L [12, 13]

$$i(\psi) = a_k \cdot \psi + b_k \cdot \psi^{2k+1}, \quad (4)$$

де a_k, b_k – коефіцієнти полінома, величини яких залежать від степені поліному; $k = 1, 2, 3, \dots, n$ – ціле додатнє безрозмірне число.

Як показують результати розрахунків (рис.2), малі степені полінома $i(\psi)$ (менше 7) призводять до хибного моделювання кривої намагнічування, виводячи її робочу ділянку у 2 квадрант. Поліном високого степеня не забезпечує необхідного нахилу у зоні насищення. Найбільш наближеними до реальної кривої є поліноми 9, 11, 13 степеня.

Після зведення полінома до безрозмірної форми та за врахування початкової фази напруги збудження α рівняння (3) набуває вигляду

$$\ddot{\psi}_* + K_1 \cdot \dot{\psi}_* + K_2 \cdot \psi_* + K_3 \cdot \psi_*^{2k+1} = Y \sin(\omega_* t_* + \alpha) \quad (5)$$

$$\text{де } \psi_* = \frac{\psi}{\psi_0}; \quad \omega_* = \frac{\omega}{\omega_0}; \quad t_* = t \cdot \omega_0; \quad U_0 = \omega_0 \cdot \psi_0; \quad Y = \frac{\omega_* \cdot C_1}{(C_1 + C_2)} \frac{U_m}{U_0}$$

$$K_1 = \frac{1}{R \cdot \omega_0 \cdot (C_1 + C_2)}; \quad K_2 = \frac{a_k}{\omega_0^2 \cdot (C_1 + C_2)}; \quad K_3 = \frac{b_k \cdot \psi_0^{2k}}{\omega_0^2 \cdot (C_1 + C_2)}$$

ψ_0, ω_0, U_0 – базові величини, що відповідають номінальній напрузі.

Очевидно, що умовою відсутності ФРП у контурі рис.1 є існування тільки одного усталеного періодичного режиму (розв'язку рівняння (5)) на частоті ω . Приймемо, що очікуваним розв'язком рівняння (5) буде функція $\psi_* = A \sin \omega_* t_*$. Знайдемо амплітуду першої гармоніки функції ψ_*^{2k+1} в (5) шляхом її розкладання у ряд Фур'є:

$$A_l = \frac{2\pi}{\pi} \int_0^{2\pi} A^{2k+1} \sin^{2k+1}(\omega_* t_*) \cdot \sin(\omega_* t_*) \cdot d(\omega_* t_*) = A^{2k+1} \cdot \frac{2}{\pi} \int_0^\pi \sin^{2k+2}(\omega_* t_*) \cdot d(\omega_* t_*) \quad (6)$$

або $A_l = A^{2k+1} a_n$.

Підставивши очікуваний розв'язок $\psi_* = A \sin(\omega_* t_*)$ у (5) з урахуванням (6) отримаємо рівняння, яке описує усталений періодичний процес з частотою ω у нелінійному коливному контурі (рис.1)

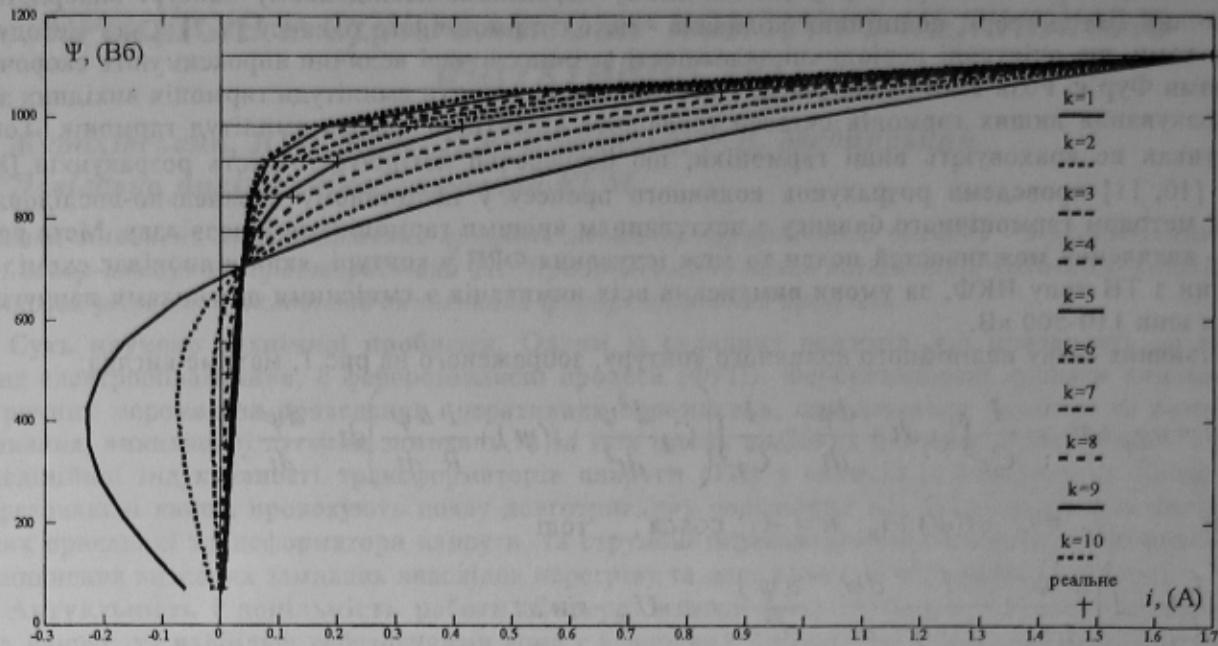


Рисунок 2 - Апроксимація веберамперної характеристики $i(\psi)$ нелінійної індуктивності L в залежності від степені поліному (для TH типу НКФ)

$$-\omega_*^2 A \sin \omega_* t_* + K_1 \omega_* A \cos \omega_* t_* + K_2 A \sin \omega_* t_* + K_3 A^{2k+1} a_n \sin \omega_* t_* = Y \sin(\omega_* t_* + \alpha). \quad (7)$$

Прирівняємо коефіцієнти відповідних членів у лівій і правій частинах рівняння (7), в результаті чого отримуємо систему рівнянь, яка є базовою для оцінки періодичних режимів основної частоти у коливному паралельно-послідовному контурі з нелінійною індуктивністю

$$\begin{cases} A \cdot (K_2 - \omega_*^2) + K_3 \cdot A^{2k+1} \cdot a_n = Y \cdot \cos \alpha \\ K_1 \cdot \omega_* \cdot A = Y \cdot \sin \alpha \end{cases} \quad (8)$$

Для визначення умов появі ФРП піднесемо кожне з рівнянь системи (8) до квадрату і додамо. Отримане рівняння

$$A^2 (K_2 - \omega_*^2 + K_3 \cdot A^{2k} \cdot a_n)^2 + K_1^2 \cdot A^2 \cdot \omega_*^2 = Y^2 \quad (9)$$

представимо у вигляді

$$A^2 \left((K_2 - \omega_*^2)^2 + K_3^2 \omega_*^2 \right) + 2(K_2 - \omega_*^2) K_3 a_n A^{2k+2} + K_3^2 a_n^2 \cdot A^{4k+2} = Y^2, \quad (10)$$

$$\text{де } F(A) = A^2 \left((K_2 - \omega_*^2)^2 + K_3^2 \omega_*^2 \right) + 2(K_2 - \omega_*^2) K_3 a_n A^{2k+2} + K_3^2 a_n^2 \cdot A^{4k+2}. \quad (11)$$

Достатньою умовою відсутності ФРП, як і у попередньому випадку, є монотонність зростання $F(A)$. За умови монотонності функції, в ній повинні бути відсутні екстремуми, тобто повинна виконуватись умова відсутності дійсних розв'язків першої похідної по A від функції (11)

$$F'(A) = (2k+1) K_3^2 a_n^2 (A^{2k})^2 + 2(k+1)(K_2 - \omega_*^2) K_3 a_n A^{2k} + (K_2 - \omega_*^2)^2 + K_1^2 \omega_*^2 = 0. \quad (12)$$

Рівняння (12), це квадратне рівняння відносно A^{2k} . Отже дійсні розв'язки такого рівняння відсутні за умови від'ємності дискримінанту рівняння. Для цього повинна задовольнятись нерівність:

$$(2(k+1) \cdot (K_2 - \omega_*^2) \cdot K_3 a_n)^2 < 4 \cdot \left((K_2 - \omega_*^2)^2 + K_1^2 \omega_*^2 \right) (2k+1) \cdot K_3^2 a_n^2. \quad (13)$$

З (13) отримуємо:

$$K_1 > \frac{(K_2 - \omega^2) \cdot k}{\omega_* \cdot \sqrt{2k+1}}. \quad (14)$$

Для того, щоб отримати співвідношення параметрів елементів коливного контуру, які б задовільняли умові монотонності функції, підставимо коефіцієнти K_1 , K_2 та ω^* у нерівність (14) і отримаємо

$$\frac{1}{R \cdot \omega_0 \cdot (C_1 + C_2)} > \frac{k \cdot \left(\frac{a_k}{\omega_0^2 \cdot (C_1 + C_2)} - \frac{\omega^2}{\omega_0^2} \right)}{\frac{\omega}{\omega_0} \cdot \sqrt{2k+1}}. \quad (15)$$

Отже умовою монотонності функції чи умовою відсутності ФРП у коливному послідовно-паралельному контурі є нерівність:

$$R < \frac{\omega \cdot \sqrt{2k+1}}{k \cdot (a_k - \omega^2 \cdot (C_1 + C_2))}. \quad (16)$$

З виразу (11) видно, що у загальному випадку функція $F(A)$, відповідно до умови (16), не завжди є монотонною і може мати екстремуми. На рис.3 зображене зміну форми функції $F(A)$ в залежності від величини R. Приймемо, що $F_1(A)$ - функція (11), для якої умова (16) не виконується, а для $F_2(A)$ - виконується.

Отримана залежність (16) не враховує початкової фази напруги збудження, що робить її некоректною. Разом з тим графік функції $F(A)$ (рис.3) дає можливість оцінити кількість періодичних режимів основної частоти в залежності від значення амплітуди зовнішнього збудження. Для цього будуємо залежність Y^2 на графіку функції $F(A)$. Величина Y^2 не залежить від величини A, отже Y^2 - пряма, паралельна осі абсцис. У точках перетину прямої Y^2 , що визначає рівень напруги збудження, з графіком функції $F(A)$ знаходяться характерні точки, які відповідають періодичному режиму основної частоти. Тобто, за певних співвідношень параметрів елементів контуру та відповідного рівня зовнішнього збурення (рівня напруги живлення) можливе виникнення декількох періодичних режимів основної частоти у паралельно-послідовному коливному контурі (рис.1). Так, наприклад, у випадку $Y=0,3$ функції $F_1(A)$ відповідають три періодичні режими основної частоти (точки A_2 , A_3 , A_4) а функції $F_2(A)$ - тільки один (точка A_1).

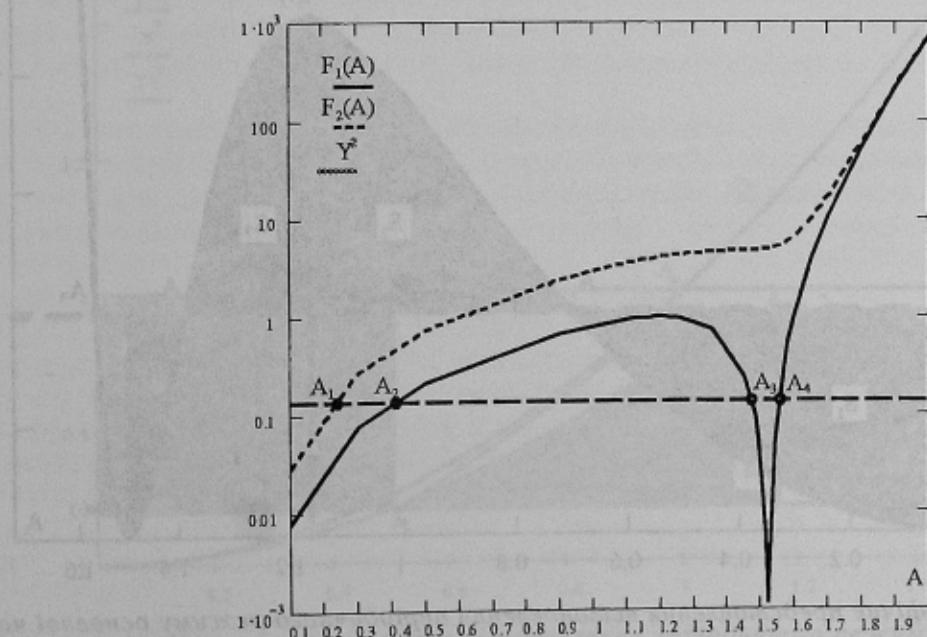


Рисунок 3 - Графік функції $F(A)$

Проекція точок (A_1 - A_4) на вісь абсцис (рис.3) дозволяє визначити амплітуду потокозчеплення ψ_t нелінійної індуктивності L , яке встановиться за режиму основної частоти. Очевидно, що поява ФРП залежить від насичення магнітопроводу й чим більша амплітуда ψ , тим більше насичення магнітопроводу, а отже і вірогідніша поява ФРП. З практики відомо, що перевищення амплітуди потокозчеплення рівня $1,2\psi_{t\text{ nom}}$ свідчить про насичення магнітопроводу ТН та розвиток ФРП. Аналізуючи графічні залежності $F(A)$ та Y^2 (рис.3) можна прийти до висновку, що за певного рівня збурення у розглядуваному коливному контурі (рис.1) виникатиме ФРП, навіть за існування однієї характерної точки.

Аналізуючи результати вищезгаданих розрахунків методом гармонічного балансу, щодо можливості виникнення та розвитку ФРП приходимо до висновку, що у певних межах збурень можливе існування ФРП, проте метод гармонічного балансу не дає відповіді, яка з характерних точок періодичного режиму основної частоти буде визначати режим, який встановиться у коливному контурі і призведе до виникнення ФРП. А це є принциповим з огляду на те, що згідно з проведеними розрахунками координати точки A_2 характерні для нормального режиму роботи схеми (рис.1) без ФРП, а координати точок A_3 , A_4 є достатніми для насичення магнітопроводу ТН типу НКФ, а отже і виникнення ФРП на основній частоті.

З енергетичної точки зору, у момент подання напруги точка режиму, що у початковому стані знаходилась в околі 0, починає рухатись до точки перетину графіку функції $F(A)$ з прямою Y^2 , яка визначається рівнем прикладеної напруги (рис.4). Ця точка A_1 є характерною і визначає періодичний режим основної частоти, що може встановитись у коливному контурі. Вона є точкою стійкої рівноваги $\frac{\partial F(A)}{\partial A} > 0$. Для переміщення точки вправо, в сторону зростання потокозчеплення необхідне збільшення прикладеної напруги, а вона є постійною, отже переміщення неможливе. Зміщення вліво також неможливе через те, що рівень напруги збурення визначає амплітуду потокозчеплення, яке відповідає точці рівноваги A_1 . Проте, якщо величина енергії, що накопичилася в елементах контуру під час руху точки режиму від 0 до A_1 , більша за енергію, необхідну для досягнення екстремуму $A_{e(+)}$ функції $F(A)$, тобто $S_1 > S_2$, то коливний процес намагає встановитись в околі нової характерної точки. Величини енергій відповідають площі, обмеженій графіком функції $F(A)$ та прямою напруги збурення Y^2 . Повернення до точки стійкої рівноваги A_1 після переходу точки екстремуму $A_{e(+)}$ функції $F(A)$, неможливе, бо для цього необхідне збільшення напруги, а її рівень незмінний.

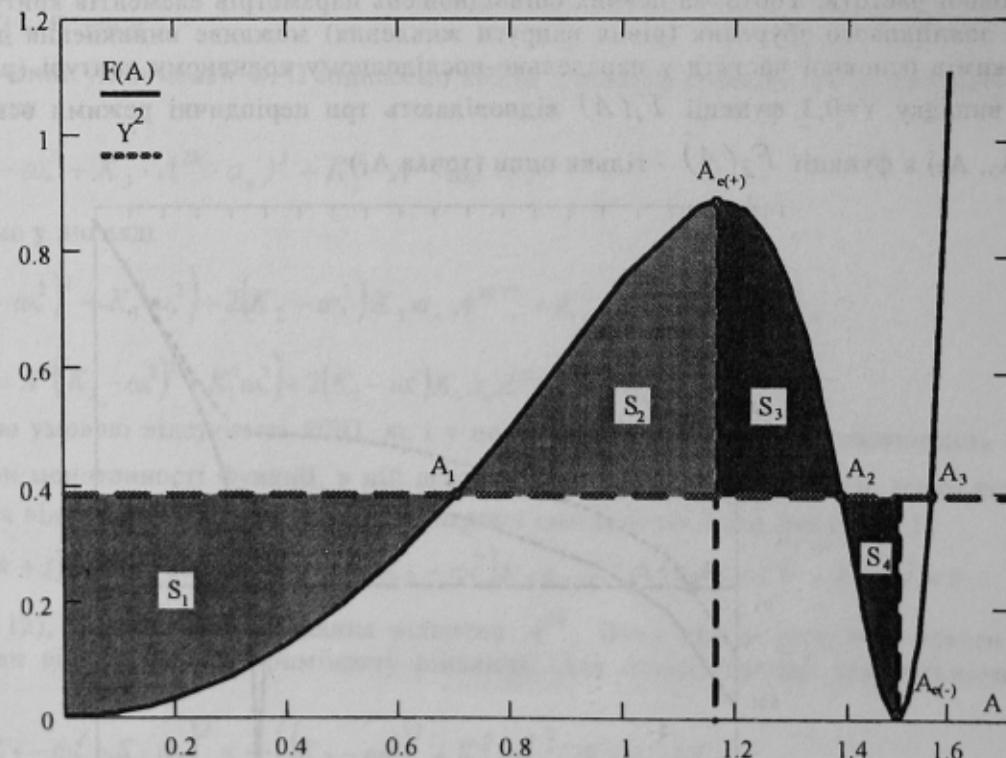


Рисунок 4 - Графічне представлення встановлення періодичного режиму основної частоти у коливному контурі з нелінійною індуктивністю

Після перетину екстремуму $A_{e(+)}$, рівень прикладеної напруги збудження Y менший за ту, яка відповідає потокозчепленню у нелінійній індуктивності контуру (рис.1), тому рівень ψ , який визначається координатою A переміщається до точки A_2 (рис.4). Ця точка не є точкою стійкої рівноваги $\frac{\partial F(A)}{\partial A} < 0$ через те, що енергія, яка накопичилась в елементах контуру під час переміщення точки режиму від $A_{e(+)}$ до A_2 , продовжує зміщувати точку режиму вправо по графіку $F(A)$. Відбувається збільшення амплітуди потокозчеплення за зменшення рівня напруги. Напруга живлення є постійною, отже точка, яка визначає режим, продовжує зміщуватись вправо до точки другого екстремуму $A_{e(-)}$. Якщо енергія, що накопичилась у контурі під час переміщення від $A_{e(+)}$ до A_2 більша за енергію, яка спожилася елементами контуру під час переміщення точки режиму від A_2 до $A_{e(-)}$, тобто $S_3 > S_4$, то робоча точка переміщується, внаслідок вирівнювання рівня напруги живлення та амплітуди потокозчеплення до характерної точки A_3 . Якщо $S_3 < S_4$, то процес локалізується в околі точки A_2 .

Точка A_3 (рис.4) є точкою стійкої рівноваги $\frac{\partial F(A)}{\partial A} > 0$, що визначає стійкий періодичний процес основної частоти у даному коливному контурі. Зважаючи на високий рівень потокозчеплення, який визначається координатами точки A_3 , періодичним процесом основної частоти за такої характерної точки є ФРП на частоті 50 Гц.

Актуальним є дослідження розвитку ферорезонансних процесів за різкого увімкнення ємностей у контур, що є наближенням до змін у контурі, які виникають на практиці. Результати комп'ютерної симуляції свідчать, що ввімкнення напруги та ввімкнення ємності C_1 викликають якісно різні процеси у коливному контурі рис.1. Це пов'язано з іншою схемою переходного процесу та перерозподілу енергії між елементами коливного контуру. За нормального режиму роботи контуру (вимикачі ввімкнені), що описується графіком функції $F_n(A)$ (рис.5), ємність C_1 відсутня і рівень напруги відповідає номінальній Y_n .

Точка A_n перетину графіку функції $F_n(A)$ та Y_n визначає нормальній періодичний режим роботи ввімкненої на напругу системи. За вимкнення останнього вимикача, що еквівалентно різкому введенню у коливний контур сумарної ємності дільників напруги вимкнених вимикачів C_1 , точка A_n , яка визначає режим роботи контуру, переміщується в точку A_1 на графік функції $F_1(A)$, форма якого зумовлена новим співвідношенням параметрів розрахункової схеми. Площа S_1 визначає енергію, яка накопичилась при цьому в елементах контуру, а площа S_2 величину, яка може поглинутись контуром. Точка A_1 є точкою, що визначає стійкий усталений режим і ФРП не повинно було бути. Однак за увімкнення ємності C_1 відбувається зростання потокозчеплення (наприклад, за рахунок аперіодичної складової потокозчеплення), і точка A_1 починає переміщатись в сторону $A_{e(+)}$. За умови, що $S_1 > S_2$ виникає стійкий ФРП, якому відповідає точка A_3 .

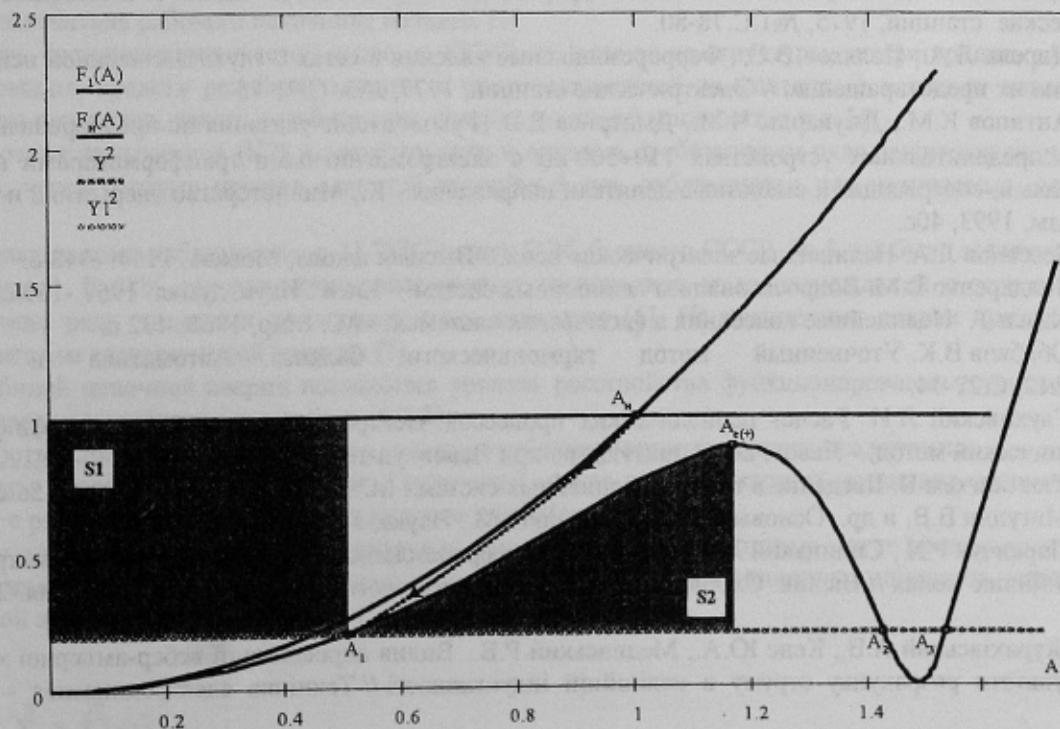


Рисунок 5 -Графічне представлення встановлення періодичного режиму основної частоти у коливному контурі за різкого увімкнення C_1

Зменшення кількості вимикачів призводить до зменшення залишкової напруги на шинах. Зі зменшенням ємності C_1 характерна точка A_n також зміщується вліво та вниз до точки A_1 , тобто зменшується амплітуда потокозчеплення під час нормальногоколивного процесу за вимкнення вимикачів, що призводить до зменшення площини S_1 та збільшення площини S_2 . Отже потрібний більший запас енергії у контурі для створення збурення, за якого контрольна точка перетне екстремум та перейде у положення A_2 , A_3 , що супроводжується виникненням ФРП. За умови, що $S_1 < S_2$, ферорезонансний процес не виникає.

На основі розрахунку методом гармонічного балансу було встановлено, що зменшення кількості вимкнених вимикачів, а відповідно й сумарної ємності ємнісних дільників вимикачів C_1 призводить до погіршення умов виникнення ФРП, за умови, що всі інші параметри схеми незмінні.

Для того, щоб переконатися в достовірності результатів, отриманих методом гармонічного балансу, необхідно довести, що цей метод забезпечує необхідну точність визначення границь виникнення ФРП. Треба також довести, що поза цими границями він дійсно відсутній.

Висновки:

1. Метод гармонічного балансу за нехтування вищими гармоніками в розв'язку дає наближену оцінку процесів у послідовно-паралельному контурі з нелінійною індуктивністю. Тобто, дає можливість визначити кількість можливих усталених процесів на основній частоті, але водночас не дозволяє безпосередньо виявити режими з ФРП.

2. Виявлення ФРП методом гармонічного балансу можливе, як правило, посередньо – за рівнем потокозчеплення у нелінійній індуктивності в стійкому усталеному режимі.

3. Метод гармонічного балансу дозволяє оцінювати лише стійкі періодичні режими основної частоти та не враховує вплив особливостей збурення (початкові умови, тощо) на виникнення та протікання коливного процесу.

4. Границі параметри елементів схеми, за яких відсутній ФРП, отримані методом гармонічного балансу, у ряді випадків є некоректними, оскільки не залежать від рівня напруги збудження (живлення) контуру, (наприклад - критична величина резистора, увімкнутого паралельно до нелінійній індуктивності).

5. Метод гармонічного балансу дозволяє визначити режими, в яких принципово можливе виникнення ФРП. Кінцева оцінка можливості існування та методів придушення ФРП вимагає розрахунків на комп'ютерних симуляційних моделях з врахуванням впливу вищих гармонік, кута увімкнення та інших факторів.

ЛІТЕРАТУРА

- 1 Павлов В.И., Максимов В.М. Феррорезонанс на шинах в сетях с заземленной нейтралью // Электрические станции, 1975, №1. С.78-80.
- 2 Цирель Я.А., Поляков В.С. Феррорезонансные явления в сетях с глухозаземлённой нейтралью и мероприятия по их предотвращению // Электрические станции, 1977, №3. С.71-75
- 3 Антипов К.М., Джуварлы Ч.М., Дмитриев Е.В. Руководящие указания по предотвращению феррорезонанса в распределительных устройствах 110÷500 кВ с электромагнитными трансформаторами напряжения и выключателями, содержащими емкостные делители напряжения.- К., Министерство энергетики и электрификации Украины, 1993, 40с.
- 4 Бессонов Л.А. Нелинейные электрические цепи. - Высшая школа, Москва, 1964. -348 с.
- 5 Бондаренко В.М. Вопросы анализа нелинейных систем. - Киев : Наук. думка, 1967.-159 с.
- 6 Хаяси Т. Нелинейные колебания в физических системах. - М.: Мир, 1968.-432 с.
- 7 Обабков В.К. Уточненный метод гармонического баланса. – Автоматика и телемеханика, 1979, №12, С.29-34.
- 8 Глухивский Л.И. Расчет периодических процессов электротехнических устройств (дифференциальный гармонический метод).- Львов: Вища шк. Изд-во при Львов. ун-те, 1984.- 164 с
- 9 Каннингхем В. Введение в теорию нелинейных систем.. М.: Госэнергоиздат, 1962. - 456 с.
- 10 Мигулин В.В. и др. Основы теории колебаний. М.: Наука, 1988, 391 с. с ил.
- 11 Паранчук Р.Я., Синицький Л. А. Дослідження феррорезонансу субгармонічних і несиметричних режимів у нелінійних колах // Вісник Східноукраїнського національного університету ім. В. Даля.-2003.-№6(64). С.146-152.
- 12 Журахівський А.В., Кенс Ю.А., Мединський Р.В. Вплив апроксимації вебер-амперної характеристики на результати розрахунку струму в нелінійній індуктивності // Технічна електродинаміка. – 2000. - №6. - С.64-69
- 13 Кузнецов В.Г., Тугай Ю.И., Боровик Ю.М. Моделирование нелинейной индуктивности при анализе феррорезонансных процессов в электрических сетях // Электротехника и электроэнергетика, Киев. – 2001. - №1. - С.69-72.