УДК 621.313.333

О МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ НАДЕЖНОСТИ ЗАЩИТНОГО КОММУТАЦИОННОГО АППАРАТА

Ковалев А.П., Якимишина В.В., Чорноус Е.В.
Донецкий национальный технический университет
pm@cld.dgtu.donetsk.ua

In paper the mathematical model for estimation of reliability of protective commutation vehicle is proposed. This model takes into account refusals of type "precipice of circuit", refusal in work, time domain between prophylactic examinations of it's commutation system. The example of calculation is given.

Актуальность. Исполнительным органом релейной защиты (РЗ) является система отключения защитного коммутационного аппарата (ЗКА), состоящая из отключающего соленоида и привода выключателя. С точки зрения анализа надежности целесообразно рассматривать РЗ и систему отключения ЗКА как единую систему, которую мы продолжаем обозначать ЗКА и которая может в интервале времени $0 \dots t$ находится в одном из следующих трех состояний: нормальная работа; отказ типа “обрыв цепи”; отказ в срабатывании.

К отказам типа “обрыв цепи” отнесем все виды ложных срабатываний ЗКА [1]. Обе разновидности отказов являются событиями независимыми и несовместными и оказывают различное влияние на режим работы потребителей. Уточнение математической модели надежности ЗКА является на наш взгляд актуальной научной задачей.

Состояние вопроса. Параметр потока отказов в срабатывании ЗКА, например в [2] учитывается следующим образом:

$$\omega = p \cdot \lambda_j, \tag{1}$$

где p – вероятность отказа в срабатывании ЗКА при появлении короткого замыкания (КЗ) в зоне действия релейной защиты (РЗ) ЗКА;

λ_j – поток КЗ в зоне действия РЗ рассматриваемого ЗКА;

В [3] частота отказов в срабатывании ЗКА определяется по формуле, аналогичной приведенной в [2]:

$$\omega = a \cdot q_a, \tag{2}$$

где a – частота требований на срабатывание ЗКА;

q_a - вероятность несрабатывания ЗКА при появлении требований на срабатывание.

Для ЗКА напряжением U = 6-10 кВ принимается q_a = 0,02, а в сетях U = 35-110 кВ значение q_a = 0,015 [3]. В сетях U = 115-230 кВ значение p = 0,0015 [3]. В [4] под q_a =0.01 понимается вероятность перехода аварии за ЗКА.

ЗКА относятся к восстанавливаемым элементам, а их отказы в срабатывании относятся к “скрытым” отказам, которые могут быть выявлены только в результате профилактических осмотров системы отключения. Из литературных источников не ясно, как на практике определяются величины q_a или p, их зависимость от частоты проверки Θ системы отключения ЗКА.

Цель статьи – предложить математическую модель для оценки надежности ЗКА, учитывающую отказы типа “обрыв цепи”, отказы в срабатывании, интервал времени между профилактическими осмотрами его системы отключения.

Предположим, что интервалы времени между появлениями повреждений типа “обрыв цепи”, отказ в срабатывании, КЗ в защищаемой части цепи, длительность срабатывания защиты не противоречат экспоненциальным функциям распределения вероятностей. В связи с тем, что отказы типа "обрыв цепи" и отказы в срабатывании события независимые и несовместные, вероятность безопасной работы ЗКА можно определить с помощью формулы:

$$R(t) = P_0(t) \cdot R_1(t), \tag{3}$$

где $R(t)$ – вероятность безотказной работы ЗКА;

$P_0(t)$ – вероятность безотказной работы ЗКА при учете отказов типа “обрыв”;

$R_1(t)$ – вероятность безотказной работы ЗКА при учете отказов в срабатывании.

Вероятность безотказной работы ЗКА при учете отказов типа “обрыв” определяется соотношением:

$$P_0(t) = \exp(-\lambda_0 \cdot t), \tag{4}$$

где λ_0 – параметр потока отказов ЗКА типа “обрыв”.

Вероятность $R_1(t)$ определяется выражением:

$$R_1(t) = P_1(t) + P_2(t) + P_3(t),$$

где $P_1(t)$ – вероятность нахождения ЗКА в "ждущем" режиме и в защищаемой сети отсутствует КЗ;
$P_2(t)$ – вероятность отказа ЗКА и в защищаемой сети отсутствует КЗ;
$P_3(t)$ – вероятность нахождения ЗКА в "ждущем" режиме, вероятность возникновения КЗ
Вероятности $P_1(t)$ ... $P_3(t)$ определяются из системы уравнений:

$$\begin{aligned} P'_1(t) &= -(\lambda_1 + \lambda_2)\cdot P_1(t) + \mu_1\cdot P_2(t) + \mu_2\cdot P_3(t)\ ; \\ P'_2(t) &= \lambda_1\cdot P_1(t) - (\lambda_2 + \mu_1)\cdot P_2(t)\ ; \\ P'_3(t) &= \lambda_2\cdot P_1(t) - (\lambda_1 + \mu_2)\cdot P_3(t)\ . \end{aligned} \tag{5}$$

где λ_1 – параметр потока КЗ в зоне действия ЗКА;
μ_1 – параметр потока срабатываний ЗКА;
λ_2 – параметр потока отказов системы отключения ЗКА;
μ_2 – параметр потока восстановления системы отключения ЗКА.
Система (5) решается при начальных условиях:

$$P_1(0) = 1,\ P_2(0) = P_3(0) = 0.$$

Применяя к системе (5) прямое преобразование Лапласа и учитывая начальные условия, получим:

$$\begin{aligned} &P_1(s)\cdot(s + \lambda_1 + \lambda_2) - \mu_1\cdot P_2(s) - \mu_2\cdot P_3(s) = 1; \\ &-\lambda_1\cdot P_1(s) + (s + \lambda_2 + \mu_1)\cdot P_2(s) = 0; \\ &-\lambda_2\cdot P_1(s) + (s + \lambda_1 + \mu_2)\cdot P_3(s) = 0. \end{aligned} \tag{6}$$

Решая систему (6) относительно изображений искомых функций, после упрощений получим:

$$\begin{aligned} P_1(s) &= (s + \lambda_1 + \mu_2)\cdot(s + \lambda_2 + \mu_1) / (s^3 + a\cdot s^2 + b\cdot s + c); \\ P_2(s) &= \lambda_1\cdot(s + \lambda_1 + \mu_2) / (s^3 + a\cdot s^2 + b\cdot s + c); \\ P_3(s) &= \lambda_2\cdot(s + \lambda_2 + \mu_1) / (s^3 + a\cdot s^2 + b\cdot s + c), \end{aligned} \tag{7}$$

где
$$\begin{aligned} a &= 2\cdot\lambda_1 + 2\cdot\lambda_2 + \mu_1 + \mu_2; \\ b &= \lambda_1\cdot\lambda_2 + (\lambda_1 + \lambda_2 + \mu_2)\cdot(\lambda_1 + \lambda_2 + \mu_1); \\ c &= \lambda_1\cdot\lambda_2\cdot(\lambda_1 + \lambda_2 + \mu_1 + \mu_2). \end{aligned}$$

Вероятность безотказной работы ЗКА при учете только отказов в срабатывании определяется выражением [5]:

$$R_1(t) = L^{-1}\,[(1 - \psi(s)) / s], \tag{8}$$

где
$$\psi(s) = 1 - s\cdot(P_1(s) + P_2(s) + P_3(s)), \tag{9}$$

L^{-1} – символ обратного преобразования Лапласа.
Используя (7) и (9), получаем:

$$\psi(s) = (2\cdot s\cdot\lambda_1\cdot\lambda_2 + c) / (s^3 + a\cdot s^2 + b\cdot s + c) \tag{10}$$

Среднее время до первого отказа в срабатывании ЗКА τ_1 и дисперсию D_1 находим из выражений [6]:

$$\tau_1 = -\psi'(0)\ , \tag{11}$$

$$D_1 = \psi''(0) - [\psi'(0)]^2\ . \tag{12}$$

Используя (10), (11), (12), получаем:

$$\tau_1 = (b - 2\cdot\lambda_1\cdot\lambda_2) / c\ ; \tag{13}$$

$$D_1 = [b^2 - (2\cdot\lambda_1\cdot\lambda_2)^2 - 2\cdot a\cdot c] / c^2\ . \tag{14}$$

Используя выражения (7) и применяя к ним обратное преобразование Лапласа, получаем:

$$R_1(t) = L^{-1}\,[P_1(s)\cdot + P_2(s)\cdot + P_3(s)]. \tag{15}$$

Подставим в формулу (15) значения $P_1(s)$, $P_2(s)$ и $P_3(s)$ получим:

$$R_1(t) = L^{-1}\,\{(s^2+a\cdot s+b)/(s^3+a\cdot s^2+b\cdot s+c)\}. \tag{16}$$

Обозначим через $G(s) = s^2+a\cdot s+b$; $Z(s) = s^3+a\cdot s^2+b\cdot s+c$.

Для получения обратного преобразования Лапласа воспользуемся формулой [7]:

$$R_1(t) = \sum_{k=1}^{n} \frac{G(s_k)}{Z'(s_k)} \cdot e^{s_k \cdot t}, \tag{17}$$

где s_k – корни кубического уравнения.

Используя [7] находим корни кубического уравнения:

$$s^3+a\cdot s^2+b\cdot s+c = 0 \tag{18}$$

Подставляя полученные значения корней уравнения (18) s_1, s_2, s_3 в формулу (17), получим:

$$R_1(t) = \frac{G(s_1)}{Z'(s_1)} \cdot e^{s_1 \cdot t} + \frac{G(s_2)}{Z'(s_2)} \cdot e^{s_2 \cdot t} + \frac{G(s_3)}{Z'(s_3)} \cdot e^{s_3 \cdot t} \tag{19}$$

Используя формулу (3) вероятность безотказной работы защитного коммутационного аппарата можно определить из выражения:

$$R(t) = e^{-\lambda_0 \cdot t} \cdot \left[\frac{G(s_1)}{Z'(s_1)} \cdot e^{s_1 \cdot t} + \frac{G(s_2)}{Z'(s_2)} \cdot e^{s_2 \cdot t} + \frac{G(s_3)}{Z'(s_3)} \cdot e^{s_3 \cdot t} \right] \tag{20}$$

Если система отключения защитного коммутационного аппарата проверяется через определенный интервал времени Θ и проверки абсолютно надежные, тогда μ_2 можно определять из аналогичного выражения, полученного в [8]:

$$\mu_2 = \frac{1}{\Theta - \frac{1}{\lambda_2} \cdot (1 - e^{-\lambda_2 \cdot \Theta})} \tag{21}$$

В том случае, если $\tau_1 = \sqrt{D_1}$ и соблюдаются условия $\lambda_1 < 100\cdot\mu_1$; $\lambda_2 < 100\cdot\mu_2$ и $\lambda_2\cdot\Theta < 0.1$ тогда формула для определения вероятности безотказной работы защитного коммутационного аппарата принимает вид:

$$R_1^*(t) \cong e^{-0.5(2\lambda_0 + \lambda_1 \lambda_2^2 \Theta^2)t} \tag{22}$$

ПРИМЕР. Определить вероятность безотказной работы $R(t)$ защитного коммутационного аппарата, пользуясь точной и приближенной формулами, при следующих исходных данных:

- $\lambda_0 = 0{,}017$ 1/год – параметр потока ложных и излишних срабатываний РЗ;
- $\lambda_1 = 2{,}2$ 1/год – параметр потока КЗ в зоне действия РЗ ЗКА;
- $\lambda_2 = 0{,}098$ 1/год – параметр потока отказов в срабатывании системы отключения ЗКА;
- $\Theta =$ 1 год – интервал между проверками системы отключения ЗКА;
- $1/\mu_1 = 0{,}2$ с – среднее время срабатывания системы отключения ЗКА;
- $t = \{0{,}8;\ 1{,}5\}$ год.

РЕШЕНИЕ. Используя данные примера и формулу (20) вычисляем точное значение для $R_1(t)$, а с помощью формулы (22) приближенное значение $R_1^*(t)$. На рис. 1 приведены графические зависимости полученных функций, из которых видно, что разница между точными и приближенными значениями $R_1(t)$ и $R_1{}^*(t)$ в интервале времени t = {0,8; 1,5} год не превышает 1%.

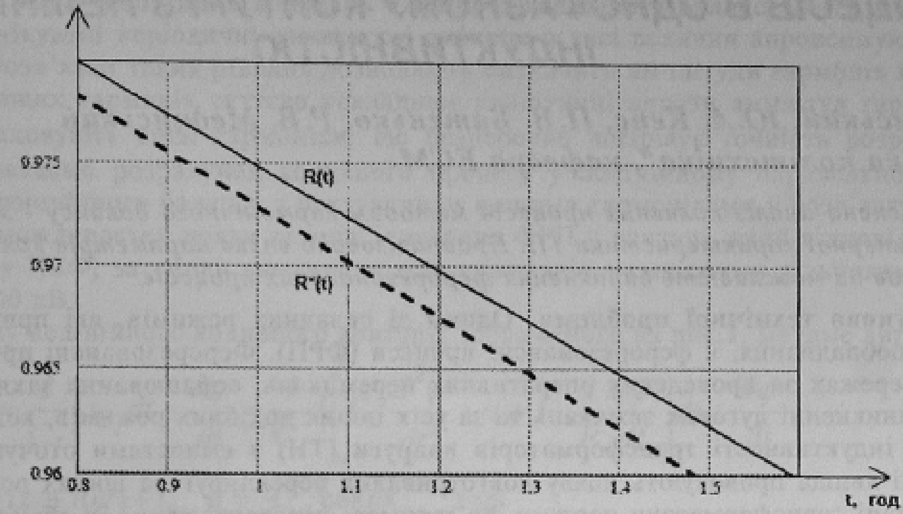

Рисунок 1 – Графики функции вероятности безотказной работы, построенные по точной $R_1(t)$ и приближенной $R_1^*(t)$ формулам

Выводы: 1. Предложена новая математическая модель надежности защитного коммутационного аппарата, отличающаяся от известных тем, что позволяет учитывать влияние профилактических проверок системы отключения, а также частоту и длительность появления КЗ в зоне действия рассматриваемых защит. 2. Предложены инженерные формулы для определения вероятности безотказной работы коммутационного аппарата, среднего времени до первого отказа и дисперсии времени до первого отказа.

ЛИТЕРАТУРА

1.Надежность систем энергетики. Терминология. Сборник рекомендованных терминов. 95. – М.: Наука, 1980. - 44 с.

2.Эндрени Дж. Моделирование при расчетах надежности в электроэнергетических системах: – Пер. с англ. / Под. ред. Ю.Н. Руденко. – М.; Энергоатомиздат, 1983. – 336 с.

3.Зорин В.В., Тисленко В.В. и др. Надежность систем электроснабжения – К.; Выщ шк. Головне изд-во, 1984. – 256 с.

4.Фокин Ю.А., Харченко А.М. Расчет надежности систем электроснабжения. - Электричество, 1982, №8. С. 25-28.

5.Гнеденко Ю.К., Беляев Ю.К., Соловьев А.Д. Математические методы в теории надежности. – М.:Наука, 1965. – 354 с.

6.Креденцер Б.П. Прогнозирование надежности систем с временной избыточностью. – К., Наук.думка, 1978, 240 с.

7.Г. Корн, Т. Корн. Справочник по математике для научных работников и инженеров, определения, теоремы, формулы. Перевод с английского. Под общ. ред. И.Г. Аромановича. М.: Наука, 1968. – 247 с.

8.Ковалев А.П., Шевченко А.В., Белоусенко И.В. Оценка пожарной безопасности передвижных трансформаторных подстанций 110/35/6 кВ. – Промышленная энергетика, 1991, №6. С. 15-19.