

## МЕТОДИКА СТРУКТУРНОГО СИНТЕЗА РЕДУЦИРОВАННЫХ НАБЛЮДАТЕЛЕЙ СОСТОЯНИЯ

Толочко О.И., Коцегуб П.Х., Орехов В.Н., Федоряк Р.В.  
Донецкий национальный технический университет  
ejlat@skif.net

*Methodic of synthesis of reduced state observers, that does not require the mathematical description of control object in state space, has proposed here. Structure of the observer that was obtained on using this synthesis methodic does not loose the similarity with the structure of main object.*

Одним из способов снижения инерционности наблюдателей состояния (НС) является их редуцирование, достигаемое за счет отбрасывания интегратора, выделяющего доступные для измерения переменные состояния. При этом утрачивается эквивалентность структур разомкнутого наблюдателя и идентифицируемой части объекта регулирования (ОР), что приводит к усложнению методики структурного синтеза редуцированных наблюдателей состояния (РНС) по сравнению с синтезом НС полного порядка.

В соответствии с существующей методикой синтеза РНС [1] приходится сначала искать их математическое описание в матричной форме, а затем переходить к скалярным уравнениям и составлять по ним скалярные структурные схемы.

Целью данного подраздела является разработка упрощенной методики синтеза редуцированных НС, не требующей составления математического описания в матричной форме.

Пусть объект регулирования  $n$ -го порядка имеет  $r$  измеряемых переменных состояния  $X_{o2}$  и  $n-r$  переменными состояния  $X_{o1}$ , не доступных для измерения, так что  $X_o = \begin{bmatrix} X_{o1} \\ \dots \\ X_{o2} \end{bmatrix}$ .

На рис. 1 представлены матричная структурная схема такого ОР и рекомендуемая в [1] структурная схема РНС, оценивающего вектор  $X_{o2}$ , в которой трудно рассмотреть структуру идентифицируемого объекта.

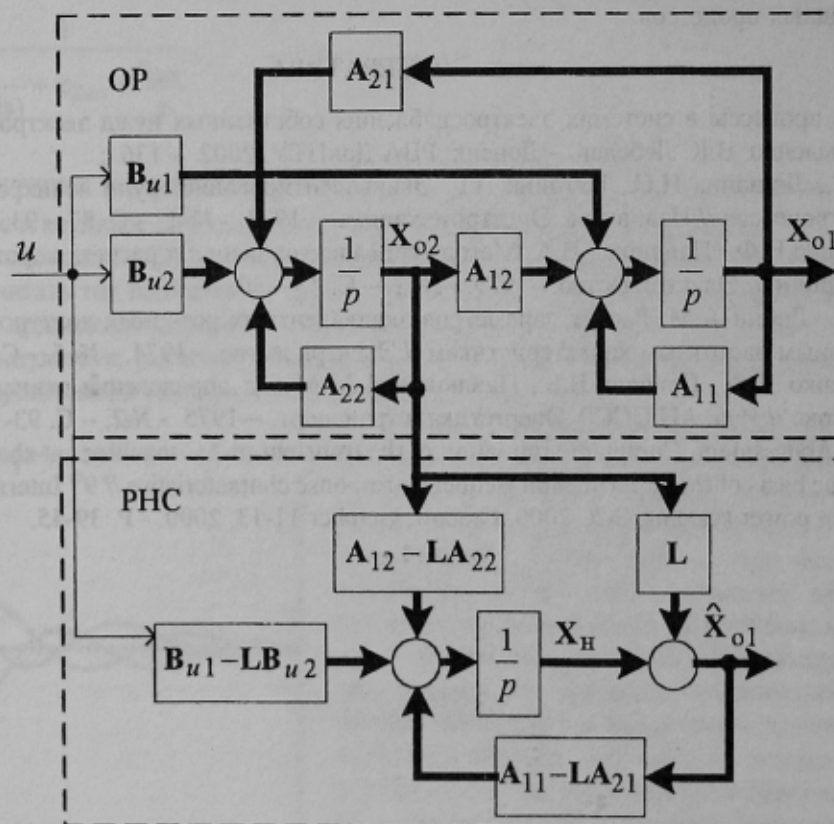


Рисунок 1 - Матричные структурные схемы идентифицируемого ОР и редуцированного НС

Математическое описание изображенных ОР и РНС в пространстве состояний имеет вид:

$$\left. \begin{aligned} pX_{o1} &= A_{11}X_{o1} + A_{12}X_{o2} + B_{u1}u, \\ pX_{o2} &= A_{21}X_{o1} + A_{22}X_{o2} + B_{u2}u, \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

$$pX_n = (A_{11} - LA_{21})\hat{X}_{o1} + (A_{12} - LA_{22})X_{o2} + (B_{u1} - LB_{u2})u, \quad (2)$$

$$\hat{X}_{o1} = X_n + LX_{o2}. \quad (3)$$

Сделать структурную схему РНС рис. 1 более простой и понятной можно, воспользовавшись матричным уравнением, полученным из уравнения (2) после перегруппировки составляющих его правой части

$$pX_n = (A_{11}\hat{X}_{o1} + A_{12}X_{o2} + B_{u1}u) - L(A_{21}\hat{X}_{o1} + A_{22}X_{o2} + B_{u2}u). \quad (4)$$

Из второго уравнения системы (1) видно, что выражение во вторых скобках уравнения (4) можно использовать для оценки вектора производных от измеряемых переменных состояния:

$$p\hat{X}_{o2} = A_{21}\hat{X}_{o1} + A_{22}X_{o2} + B_{u2}u. \quad (5)$$

Подставляя (5) в (4), имеем:

$$pX_n = (A_{11}\hat{X}_{o1} + A_{12}X_{o2} + B_{u1}u) - Lp\hat{X}_{o2}. \quad (6)$$

Матричная структурная схема редуцированного наблюдателя, сконструированная на основании уравнений (5), (6) и (3) представлена на рис. 2.

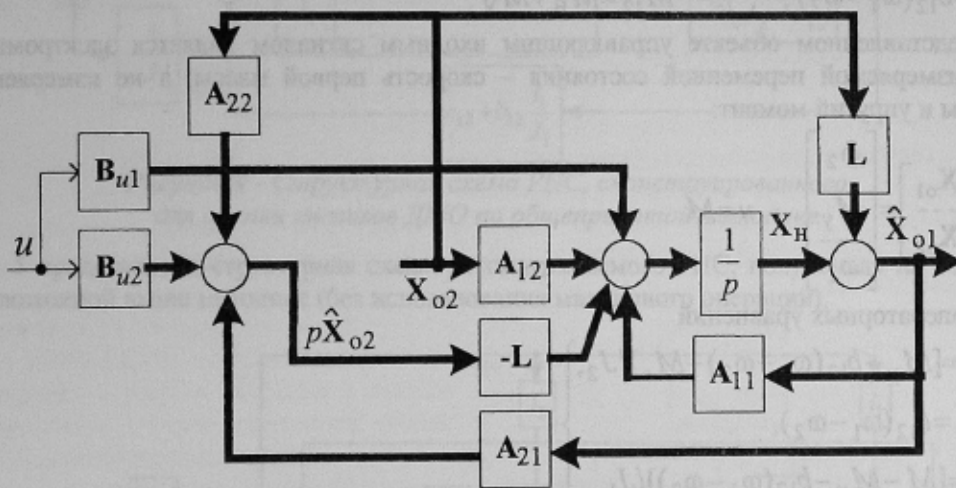


Рисунок 2 - Преобразованная структурная схема редуцированного НС

РНС рис. 2 тождественен наблюдателю рис. 1, но отличается от него тем, что его структура имеет гораздо больше сходства со структурой идентифицируемого ОР. Из сравнения данной схемы РНС с соответствующей схемой НС полного порядка, видно, что коррекция в РНС осуществляется не по ошибкам оценивания линейной комбинации измеряемых переменных  $X_{o2}$ , а по ошибке оценивания их производных

$p\hat{X}_{o2}$ , причем оценки производных от измеряемых переменных состояния  $p\hat{X}_{o2}$  формируются по соответствующему дифференциальному уравнению (5) без его интегрирования, а корректирующие связи по производным от измеренных переменных состояния  $pX_{o2}$ , заведенные на входы интеграторов РНС, заменяются корректирующими связями по самим переменным  $X_{o2}$ , заведенным на выходы соответствующих интеграторов, что позволяет избавиться от операций реального дифференцирования.

На основании изучения структурной схемы рис. 2 можно предложить следующую методику конструирования РНС:

- 1) построить детализированную структурную модель исходного объекта регулирования;
- 2) определить переменные состояния  $X_{o1}$ , которые необходимо восстановить;
- 3) обозначить входные сигналы интеграторов, формирующих измеряемые переменные  $X_{o2}$ , как оценки производных от этих переменных  $p\hat{X}_{o2}$ , а сами интеграторы удалить;
- 4) разорвавшиеся связи структурной схемы, связанные с отбрасыванием интеграторов, заменить связями по измеренным координатам;
- 5) добавить на входы оставшихся интеграторов отрицательные сигналы коррекции по оценке производных измеряемых переменных ( $-L \cdot p\hat{X}_{o1}$ ) а на выходы интеграторов – положительные сигналы по измеренным переменным с теми же коэффициентами ( $LX_{o1}$ ); выходные сигналы сумматоров,

установленных после оставшихся интеграторов при этом окажутся оценками идентифицируемых переменных состояния  $\hat{X}_{o2}$ .

Сравним предлагаемую методику синтеза РНС с общепринятой методикой на примере редуцированного НС, оценивающего упругий момент и скорость второй массы двухмассового механического объекта (ДМО) [2], структурная схема которого изображена на рис. 3, где приняты следующие обозначения:

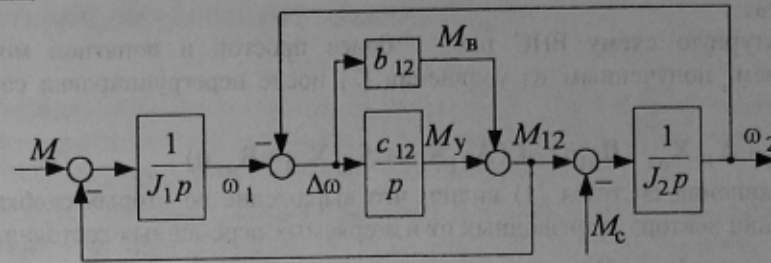


Рисунок 3 - Структурная схема двухмассового механического объекта

$\omega_1, \omega_2, J_1, J_2$  – угловые скорости и первой и моменты инерции второй масс;

$c_{12}, b_{12}$  – коэффициенты жесткости и вязкости связи между массами;

$M_y, M_B$  – упругий момент и момент вязкого трения, воздействующие на кинематическую передачу;

$$M_B = b_{12}(\omega_1 - \omega_2), \quad M_{12} = M_B + M_y. \quad (7)$$

В представленном объекте управляющим входным сигналом является электромагнитный момент двигателя, измеряемой переменной состояния – скорость первой массы, а не измеряемыми – скорость второй массы и упругий момент:

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} \mathbf{X}_{o1} \\ \mathbf{X}_{o2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \omega_2 \\ M_y \\ \omega_1 \end{bmatrix}, \quad u = M. \quad (8)$$

Из операторных уравнений

$$\left. \begin{aligned} p\omega_2 &= [M_y + b_{12}(\omega_1 - \omega_2) - M_c] / J_2, \\ pM_y &= c_{12}(\omega_1 - \omega_2), \\ p\omega_1 &= [M - M_y - b_{12}(\omega_1 - \omega_2)] / J_1 \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

в соответствии с обозначениями (8) следует:

$$\mathbf{B}_u = \begin{bmatrix} \mathbf{B}_{u1} \\ \mathbf{B}_{u2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1/J_1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{L} = \begin{bmatrix} l_1 \\ l_2 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B}_{u1} - \mathbf{L}\mathbf{B}_{u2} = \begin{bmatrix} -l_1/J_1 \\ -l_2/J_1 \end{bmatrix}, \quad (10)$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{11} & \mathbf{A}_{12} \\ \mathbf{A}_{21} & \mathbf{A}_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -b_{12}/J_2 & 1/J_2 & b_{12}/J_2 \\ -c_{12} & 0 & c_{12} \\ b_{12}/J_1 & -1/J_1 & -b_{12}/J_1 \end{bmatrix}, \quad (11)$$

$$\mathbf{A}_{11} - \mathbf{L}\mathbf{A}_{21} = \begin{bmatrix} -b_{12} \left( \frac{l_1}{J_1} + \frac{1}{J_2} \right) & \frac{l_1}{J_1} + \frac{1}{J_2} \\ -c_{12} - \frac{b_{12}l_2}{J_1} & \frac{l_2}{J_1} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{A}_{12} - \mathbf{L}\mathbf{A}_{22} = \begin{bmatrix} b_{12} \left( \frac{l_1}{J_1} + \frac{1}{J_2} \right) \\ c_{12} + \frac{b_{12}l_2}{J_1} \end{bmatrix} \quad (12)$$

Структурная схема РНС, восстанавливающего скорость второй массы и упругий момент ДМО, построенного по шаблону рис. 1 на основании уравнений (2)-(3) с учетом (10)-(12), представлена на рис. 4. Его математическое описание имеет вид:



$$\left. \begin{aligned} px_{n1} &= b_{12} \left( \frac{1}{J_2} + \frac{l_1}{J_1} \right) \omega_1 + \left( \frac{1}{J_2} + \frac{l_1}{J_1} \right) \hat{M}_y - b_{12} \left( \frac{1}{J_2} + \frac{l_1}{J_1} \right) \hat{\omega}_2 - \frac{l_1}{J_1} M, \\ px_{n2} &= \left( c_{12} + \frac{l_2}{J_1} \right) \omega_1 + \frac{l_2}{J_1} \hat{M}_y - \left( c_{12} + \frac{l_2}{J_1} \right) \hat{\omega}_2 - \frac{l_2}{J_1} M; \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

$$\left. \begin{aligned} \hat{\omega}_2 &= x_{n1} + l_1 \omega_1, \\ \hat{M}_y &= x_{n2} + l_2 \omega_1. \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

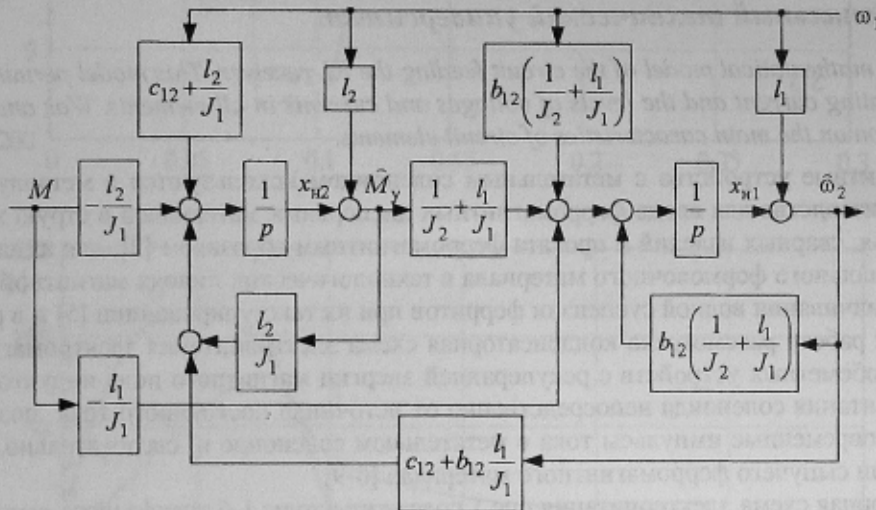


Рисунок 4 - Структурная схема РНС, сконструированного для оценки сигналов ДМО по общепринятой методике

На рис. 5 представлена структурная схема рассматриваемого РНС, полученная на основании схемы рис. 3 по предложенной выше методике (без использования матричных операций).

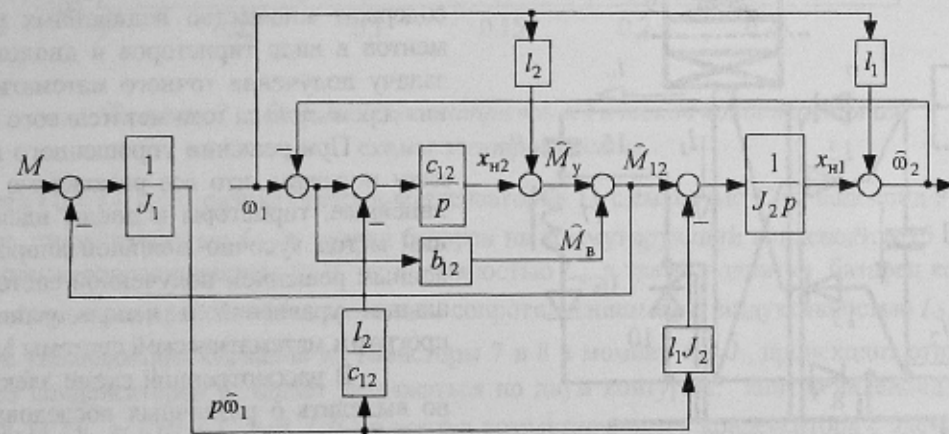


Рисунок 5 - Структурная схема РНС, сконструированного для оценки сигналов ДМО по предлагаемой методике

Уравнения состояния такого наблюдателя выглядят гораздо проще, чем уравнения (13):

$$\left\{ \begin{aligned} px_{n1} &= \hat{M}_{12}/J_2 - l_1 \cdot p\hat{\omega}_1, \\ px_{n2} &= c_{12}(\omega_1 - \hat{\omega}_2) - l_2 \cdot p\hat{\omega}_1, \end{aligned} \right. \quad (15)$$

а уравнения выхода остаются без изменений и имеют вид (14).

Как видим, данная методика позволяет легко строить детализированные структурные схемы НС пониженного порядка без запутанных преобразований матричных уравнений состояния, описывающих исходный объект, в систему скалярных уравнений для каждой переменной.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Кузовков Н.Т. Модальное управление и наблюдающие устройства. – М.: Машиностроение, 1976. – 184с.
2. Борцов Ю.А., Соколовский Г.Г. Автоматизированный электропривод с упругими связями. – СПб.: Энергоатомиздат, 1992. – 288 с.