

НЕДОПЕКИН Ф.В., БЕЛОУСОВ В.В. (ДонНУ)

## ОБОБЩЕННАЯ МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ГИДРОДИНАМИКИ И ТЕПЛОМАССОПЕРЕНОСА В МЕТАЛЛУРГИЧЕСКИХ ПРОЦЕССАХ

Разработана обобщенная математическая модель, базирующаяся на основных представлениях механики многофазных сред и позволяющая выполнять численные исследования различных металлургических процессов. Использование предложенной методики моделирования позволило выявить новые физические эффекты и сформулировать практические рекомендации для задач формирования стальных слитков и заготовок.

На этапах разливки металла в большие объемы (ковш, литейная форма, изложница, кристаллизатор) и дальнейшем его затвердевании на качество получаемых слитков и отливок определяющее влияние оказывают гидродинамические процессы. Значения чисел Рейнольдса (Re) [1] при этом соответствует турбулентным режимам течения расплава (так при разливке стали в изложницу со скоростью 1–4 м/с число  $Re=50000-200000$  [2]). Кроме того, в период разливки истекающая из ковша струя, захватывает определенное количество газа, что приводит к дополнительной турбулентности потоков. Поэтому в этой ситуации крайне необходим учет турбулентности. Для исследования процессов гидродинамики расплава, заливаемого в изложницу, выбраны две основные схемы движения металла: разливка сифоном и разливка сверху.

Математическая модель. Для описания процессов переноса импульса, тепла и массы в расплаве предложена математическая модель, состоящая из уравнений движения, неразрывности, переноса тепла и массы, газовой фазы, турбулентной кинетической энергии ( $k$ ), скорости ее диссипации ( $\epsilon$ ), а также уравнения для доли твердой фазы  $\xi$ :

$$\frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + (\mathbf{V}\nabla)\vec{V} = \nabla v_s \nabla \vec{V} + \bar{g}\beta_T(T - T_0) + \bar{g}\beta_D(C - C_0) + \bar{g}C_\Gamma - \frac{1}{\rho} \nabla p; \quad (1)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + (\vec{V}\nabla)T = \nabla \lambda_s \nabla T; \quad (2)$$

$$\frac{\partial C}{\partial t} + (\vec{V}\nabla)C = \nabla D_s \nabla C; \quad (3)$$

$$\nabla \vec{V} = 0; \quad (4)$$

$$\frac{\partial C_\Gamma}{\partial t} + (\mathbf{V}\nabla)C_\Gamma = 0; \quad (5)$$

$$\frac{\partial k}{\partial t} + (\vec{V}\nabla)k = \nabla v_s \nabla k + G - \bar{g}\beta_T(T - T_0) - \bar{g}\beta_D(C - C_0) - \bar{g}C_\Gamma - \epsilon; \quad (6)$$

$$\frac{\partial \epsilon}{\partial t} + (\vec{V}\nabla)\epsilon = \nabla v_s \nabla \epsilon + C_1 v G - \frac{\epsilon}{k} \frac{v_t}{\sigma_t} \bar{g}\beta_T(T - T_0) - \epsilon^2 / k; \quad (7)$$

$$\xi(y) = 1 - \left( 1 + \frac{c}{W}(T_l - T_s) \right) \left[ 1 - \left( \frac{T_l - T}{T_l - T_s} \right)^{2.3} \right] + \frac{c}{W}(T_l - T_s), \quad (8)$$

где  $\bar{V}$  — скорость расплава,  $v = v_l + v$  — эффективная,  $v$  — кинематическая,  $v_l = k^2/\varepsilon$  — турбулентная вязкости;  $\beta_T, \beta_D$  — тепловой и диффузионный коэффициенты объемного расширения;  $C$  — концентрация примеси (углерода),  $C_T$  — концентрация газовой фазы;  $\lambda_3 = \lambda + \lambda_t$  — эффективная,  $\lambda$  молекулярная и  $\lambda_t = v_l/0,9$  — турбулентная теплопроводности;  $G$  — диссипативный член;  $T_0, T_L$  — температуры начальная и ликвидус;  $k$  — турбулентная энергия,  $\varepsilon$  — скорость диссипации турбулентной энергии.

Математическая модель базируется на принципах макроконтинуальной механики многофазных сред и теории квазиравновесной двухфазной зоны [3, 4]. Модель учитывает турбулентность, газозахват расплавом (в период наполнения изложницы и литейных форм), тепловую и смешанную конвекцию. Система уравнений (1–8) дополняется краевыми условиями.

**Вычислительный алгоритм.** Система уравнений (1–8) реализуется в переменных вихрь — функция тока ( $\omega - \psi$ ), что является наиболее эффективным приемом при моделировании процессов переноса в плоской постановке с точки зрения экономии машинных ресурсов.

Строится неявная монотонная конечно-разностная схема с привлечением методов интегро-интерполяционного, «возмущенного» оператора, разности против потока и прогонки [5]. Совокупность всех этих методов сводит нелинейные дифференциальные уравнения к цепочке алгебраических.

Работоспособность разработанной математической модели и вычислительного алгоритма доказана на примере ряда задач по разливке и затвердеванию слитков.

**Разливка сверху.** В результате вычислительного эксперимента (ВЭ) получено:

— учет турбулентности сказывается в уменьшении глубины проникновения струи вглубь расплава (на 60% при массовой скорости поступления расплава в изложницу 1000 кг/мин и перегреве 60°C);

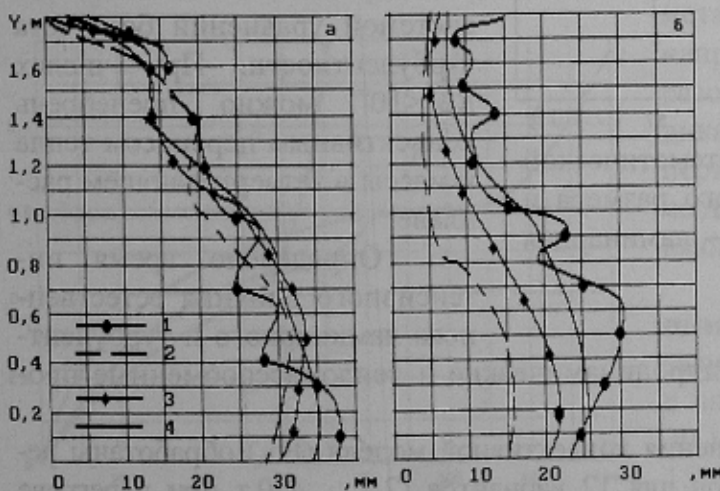
— зона активного влияния струи занимает 45% объема расплава и локализуется в верхней части расплава, зона влияния тепловой конвекции — составляет 55% объема полости изложницы;

— влияние турбулентности сказывается в ускорении (на 10%) роста «твердой корочки», особенно в нижней пристеночной области;

— учет газозахвата и турбулентности приводят к уменьшению глубины проникновения струи вглубь расплава на 68% при содержании газовой фазы 20% и росту «твердой корочки» в нижней части изложницы на 21% (рис.1).

**Разливка сифоном:**

— влияние турбулентности и газовой фазы практически не сказались на высоте ядра затопленной



**Рис.1.** Толщина твердой корочки по высоте 15,3 тонного слитка при разливке сифоном (а) и сверху (б) кривая: 1 результаты ксперимента; 2 — расчет без учета турбулентности; 3 — с учетом турбулентности; 4 — с учетом турбулентности и газовой фазы

струи и распределении вертикальной компоненты скорости на оси изложницы, при этом усиливается влияние естественной конвекции в нижней пристеночной области;

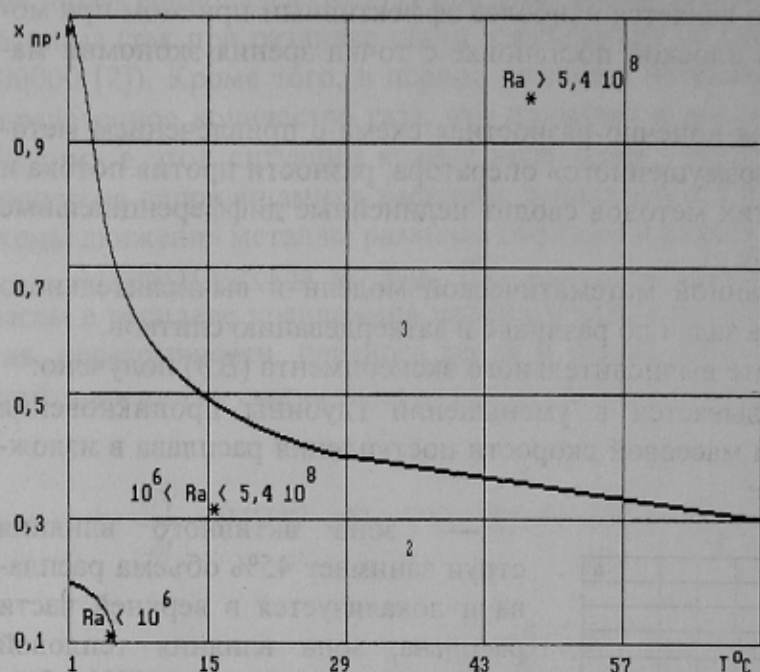
— влияние турбулентной вязкости увеличивает толщину «твердой корочки» в нижней части изложницы на 25%, а совокупное влияние турбулентной вязкости и газовой фазы — на 40%.

Установлено, что учет турбулентности необходим при следующих значениях чисел Рейля  $Ra^* = ReGr^*$ : для разливки сверху —  $8,9 \cdot 10^{12}$ , а для сифонной —  $3,8 \cdot 10^{13}$ , где  $Gr^* = g\Delta T x_{пр}^3 \beta_T / \nu^2$ ,  $x_{пр}$  — приведенный размер слитка (отношение объема слитка к площади его поверхности). Выбор  $x_{пр}$  позволяет учесть различные соотношения геометрических размеров слитка.

**Тепломассоперенос при затвердевании стального слитка в условиях турбулентной термоконцентрационной конвекции.** Выявлено, что:

— турбулентные характеристики движения расплава наиболее значительны в первые 4–5 мин, в дальнейшем их величина резко падает;

— учет конвекции необходим при числах Рейля  $Ra^* > 1,5 \cdot 10^6$ , а турбулентной при числах  $Ra^* > 5 \cdot 10^8$ .



**Рис.2.** Диаграмма выбора математической модели в зависимости от приведенного размера и перегрева: 1 — бесконвективные, 2 — ламинарная конвекция, 3 — турбулентная

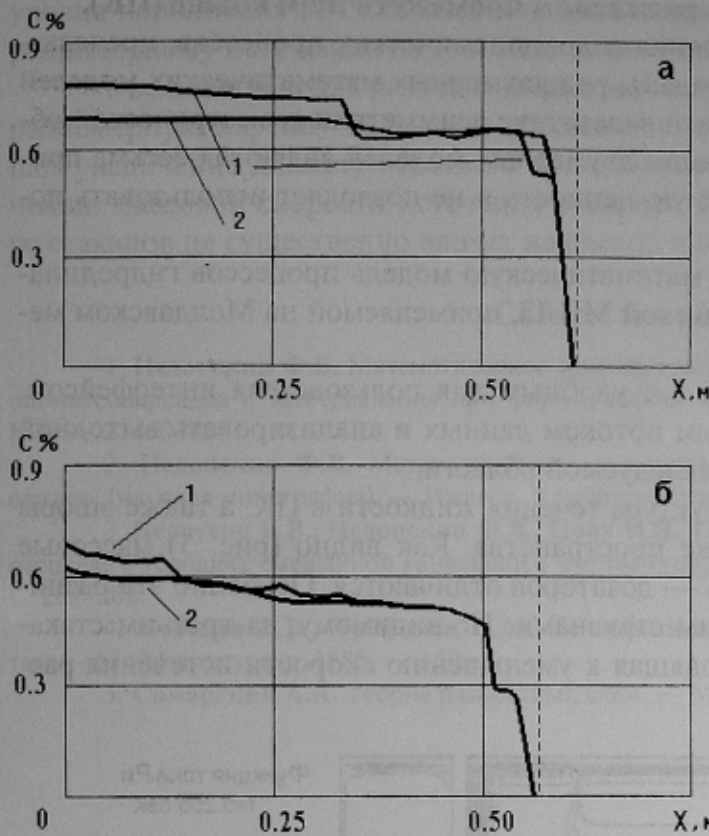
Построена диаграмма выбора турбулентной, ламинарной и бесконвективной модели формирования слитка (рис.2). Диаграмма позволяет установить границы применимости системы уравнений (1–8) от числа  $Ra^*$  ( $x_{пр}$ ,  $\Delta T$ ). При  $Ra^* > 5,4 \cdot 10^8$  реализуется турбулентный теплообмен, описываемый системой уравнений (1–8). При  $10^6 < Ra^* < 5,4 \cdot 10^8$  режим течения становится ламинарным и описывается системой уравнений без учета турбулентности. При числе  $Ra^* < 10^6$  можно пренебречь конвективным переносом тепла и массы в затвердевающем расплаве.

Определено время интенсивного влияния естественного ламинарного и турбулентного конвективного теплообмена на гидродинамические и тепломассообменные процессы в затвердевающем слитке.

Для определения времени применения конвективной модели ( $Fo_k$ ) обработаны результаты расчетов затвердевания слитков для 12 вариантов (2,7,..., 420 т при перегреве  $\Delta T = 60^{\circ}C$ ) и получена следующая формула:  $Fo_k = 5,39 Ra^* 10^{-0,12}$ ; где  $Fo_k = at/x_0^2$  — безразмерное время применимости конвективной модели затвердевания слитка.

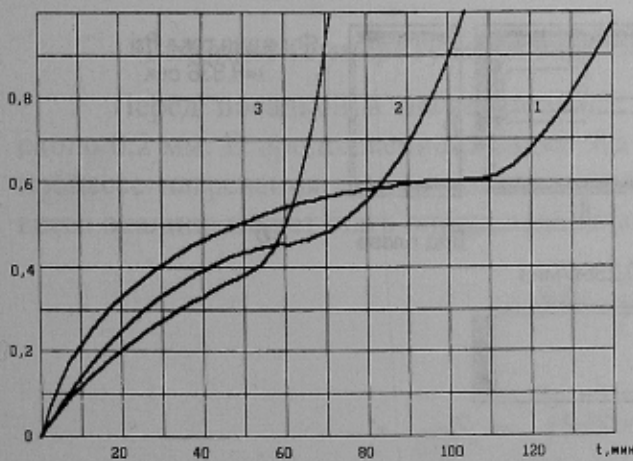
Для определения временного интервала существования конвекции в турбулентном режиме ( $Fo_t$ ) проведены исследования для 20,...,420-тонных слитков при  $\Delta T = 60^{\circ}C$  и построена зависимость:  $Fo_t = 0,208 Ra^* 10^{-0,068}$ .

**Затвердевание композитных многослойных слитков (МС).** Разработана математическая модель, вычислительный алгоритм и пакет прикладных программ (ППП)



**Рис.3.** Распределение углерода в биметаллическом (1) и обычном (2) слитках, (время 17 мин) на горизонте 1,6 м (а) и 2,3 м (б) (пунктир — граница слитка)

полнения изложницы расплавом, а при окончании заливки монотонно убывает. Концентрация углерода (рис.3) при затвердевании МС увеличивается в месте контакта двух



**Рис.4.** Кинетика затвердевания слитка без холодильника (кривая 1), с 30 (2) и 100 (3) миллиметровым холодильником

для исследования гидродинамических и теплообменных процессов при затвердевании МС\*. Модель и ППП позволяют исследовать гидродинамические и теплообменные процессы в системе расплав-изложница в период наполнения изложницы и в системе МС — расплав — стенка изложницы — окружающая среда в период формирования стального слитка.

В результате ВЭ получены поля скорости, температуры, концентрации, доли твердой фазы, функции тока и вихря скорости.

Исследования показали, что: при затвердевании МС температура повышается на границе двух металлов. Тепловая энергия возрастает при заливке вследствие увеличения количества расплава, поступающего в изложницу, а в период выдержки имеет тенденцию медленного уменьшения. Кинетическая энергия имеет максимумы в период наполнения изложницы расплавом, а при окончании заливки монотонно убывает.

Концентрация углерода (рис.3) при затвердевании МС увеличивается в месте контакта двух металлов; в МС повышаются термические напряжения, однако они не вызывают образования трещин. Предложенная методика расчета размера дендритных ветвей первого и второго порядка позволила качественно оценить структуру затвердевающего слитка.

**Затвердевание слитка с внутренним холодильником.** Исследования показали, что затвердевание 11-тонного слитка с внутренним холодильником (диаметром 30 мм), сопровождается уменьшением (на 15%) времени затвердевания, увеличением (на 24%) температуры поверхности слитка в конце процесса. Последнее имеет практическое значение с позиции энергосбережения.

\* В работе принимали участие сотрудники ИЧМ НАН Украины: д.т.н. Поляков В.Ф., к.т.н., Кондратенко В.М., Потопов А.В. и ДонНУ Мелихов В.И., Бондаренко В.И.

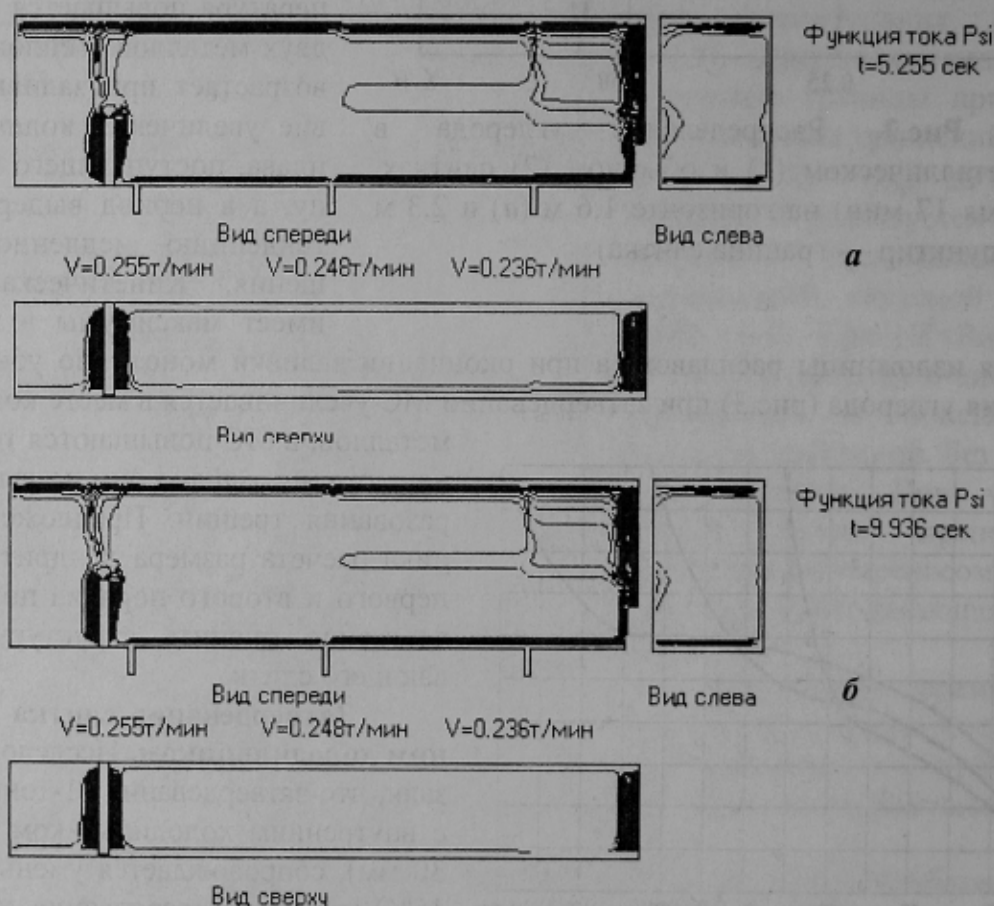
### Гидродинамические процессы в расплаве в промежуточном ковше (ПК).

Практический интерес, с точки зрения гидродинамических процессов, представляет «работа» ПК. В настоящее время созданы ряд двумерных математических моделей гидродинамики жидкой ванны ПК. Однако вследствие асимметрии геометрической области результаты, полученные на основании двумерных моделей являются весьма приближенными, что снижает их практическую ценность и не позволяет использовать полученные результаты.

Поэтому разработана трехмерная математическую модель процессов гидродинамики ванны ПК мелкосортной шестиручьевого МНЛЗ, применяемой на Молдавском металлургическом заводе.

Разработан ППП на языке Delphi 5 с удобным для пользователя интерфейсом, позволяющий легко варьировать входным потоком данных и анализировать выходной поток данных во всех трех плоскостях исследуемой области.

В ходе ВЭ получена вихревая структура течения жидкости в ПК, а также эпюры трех компонент скорости в любой точке пространства. Как видно (рис. 5) массовые скорости истечения металла из стаканов — дозаторов отличаются. Особенно эта разница существенна между вторым и третьим стаканами. По-видимому, за третьим стаканом локализуется застойная зона, приводящая к уменьшению скорости истечения расплава.



**Рис.5.** Архитектура вихревой структуры в ПК при уровне его заполнения 0,85 м, с массовой скоростью истечения из основного ковша 1,5т/мин в различные моменты времени (нумерация стаканов слева на право)

Определено, что влияние уровня наполнения ПК существенно влияет на распределение массовой скорости истечения расплава из стаканов-дозаторов. Уменьшение

уровня наполнения ПК или скорости истечения из основного ковша, приводит к более равномерному истечению из стаканов-дозаторов.

Увеличение в два раза диаметра третьего стакана-дозатора создает, практически, равномерную картину истечения расплава из всех трех стаканов-дозаторов. Дальнейшее увеличение диаметра третьего или второго стакана-дозатора не приводит к увеличению массовой скорости истечения расплава. Изменение диаметров второго и третьего стаканов не существенно влияет на расход в первом стакане.

### Список литературы

1. Недопекин Ф.В. Математическое моделирование сопряженных процессов гидродинамики, тепломассопереноса и затвердевания при формировании слитков и отливок // ИФЖ, 1989. — Т. 57. — N 3. — С. 450–458.
2. Недопекин Ф.В. Математическое моделирование гидродинамики и тепломассопереноса в слитках (научная монография). — Ижевск, Удмуртский университет, 1995. — 236 с.
3. Белоусов В.В., Недопекин Ф.В., Повх И.Л. Тепломассоперенос в затвердевающем бинарном расплаве в условиях смешанной конвекции с учетом турбулентности // ИФЖ, 1994. — Т. 67. — № 3–4. — С. 202–208.
4. Соболев В.В., Трефилов П.М. Теплофизика затвердевания металла при непрерывном литье. — М.: Металлургия, 1988. — 160 с.
5. Самарский А.А. Теория разностных схем. — М.: Наука, 1989. — 616 с.

© Недопекин Ф.В., Белоусов В.В., 2002

КАЗАНЦЕВ Е.И. (ДонНТУ)

## ТОЛЩИНА ОКАЛИНЫ НА СЛИТКАХ (ВЛИЯНИЕ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ФАКТОРОВ)

*Выполнена математическая обработка экспериментальных данных по толщине окалины на слитках при их подготовке под прокатку в нагревательных колодцах.*

### Влияние температуры посадки слитков в нагревательные колодцы

Перед посадкой в нагревательные колодцы слитки имеют окалину толщиной около 0,2 мм. В продолжение посадки эта окалина увеличивается еще на  $S_n=0,02$  мм. В процессе нагревания слиток дополнительно окисляется. Образовавшаяся за время нагрева окалина может быть определена из выражения:

$$SdS = \frac{1}{2} (k_n)^2 dt; \quad (1)$$

$$S_n = \int_{S_p+S_n}^{S_n} SdS = \int_0^{\tau_n} \frac{1}{2} k_n^2 d\tau + C, \quad (2)$$

где  $\tau_n$  — время нагрева, мин;  $C$  — постоянная, которая определяется из условия, что при  $t_n=0$  толщина окалины  $S_n=S_p+S_n$ , окалина, образовавшаяся за время раздевания  $S_p$  плюс окалина, образовавшаяся при посадке  $S_n$ ;  $k_n$  — константа окисления ( $\text{мм}/\text{мин}^{1/2}$ ), определяемая из выражения:

$$k = e^{-\frac{a}{T}+b}; \ln k = -\frac{a}{T} + b, \quad (3)$$