УДК 62-83

АНАЛИЗ МЕТОДОВ ОЦЕНКИ ЧУВСТВИТЕЛЬНОСТИ СТАНДАРТНЫХ ПОЛИНОМОВ К ИЗМЕНЕНИЮ ИХ КОЭФФИЦИЕНТОВ

Толочко О.И.
Донецкий национальный технический университет
ejlat@skif.net

In this article, the comparative analysis of estimation methods of standard polynomials sensitivity for their coefficients alteration is performed. It were analyzed: the method of estimation of polynomial's sensitivity on conditionality number of it accomplish matrix, the method of trajectorial sensitivity and the method of transfer function's sensitivity estimation. It was shown, that the method of trajectorial sensitivity has some preferences.

При синтезе систем автоматического управления (САУ) полиномиальным методом требованиям, предъявляемым к статическим и динамическим свойствам синтезируемой системы, могут удовлетворить не один, а несколько стандартных полиномов.

В [1] предлагается для выбора одного из них выполнить оценку потенциальной параметрической чувствительности полиномов по числу обусловленности их сопровождающих матриц.

Понятие обусловленности матрицы возникло в линейной алгебре [2] при оценке точности решения системы линейных уравнений

$$\mathbf{Ax} = \mathbf{b} \tag{1}$$

при неточном задании матрицы коэффициентов $\mathbf{A}$ или вектора свободных членов $\mathbf{b}$, как мера близости этой матрицы к вырожденности:

$$\operatorname{cond}(\mathbf{A}) = \frac{M}{m} = \frac{\max\limits_x \dfrac{\|\mathbf{Ax}\|}{\|\mathbf{x}\|}}{\min\limits_x \dfrac{\|\mathbf{Ax}\|}{\|\mathbf{x}\|}} = \|\mathbf{A}\| \cdot \left\|\mathbf{A}^{-1}\right\|, \tag{2}$$

где $\|\mathbf{x}\| = \sum\limits_{i=1}^{n} |x_i|$ – норма вектора, являющаяся мерой общего уровня его элементов; $\|\mathbf{A}\| = \max\limits_x \dfrac{\|\mathbf{Ax}\|}{\|\mathbf{x}\|} = \max\limits_j \sum\limits_{i=1}^{n} a_{ij}$.

Если перейти от системы уравнений (1) к системе

$$\mathbf{A}(\mathbf{x} + \Delta\mathbf{x}) = \mathbf{b} + \Delta\mathbf{b},$$

то относительные изменения вектора корней и вектора правых частей связаны между собой выражением:

$$\frac{\|\Delta\mathbf{x}\|}{\|\mathbf{x}\|} \le \operatorname{cond}(\mathbf{A}) \frac{\|\Delta\mathbf{b}\|}{\|\mathbf{b}\|}, \tag{3}$$

откуда видно, что число обусловленности матрицы играет роль множителя в увеличении относительного изменения нормы вектора правых частей. Можно показать, что зависимость, аналогичная (3), справедлива и для случая изменения коэффициентов матрицы $\mathbf{A}$:

$$\frac{\|\Delta\mathbf{x}\|}{\|\mathbf{x} + \Delta\mathbf{x}\|} \le \operatorname{cond}(\mathbf{A}) \frac{\|\Delta\mathbf{A}\|}{\|\mathbf{A}\|}. \tag{4}$$

Поскольку в линейных динамических системах собственные (не вынужденные) движения при ненулевых начальных условиях описываются линейными преобразованиями, аналогичными (1):

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{A}^{-1}\left(\frac{d\mathbf{x}(t)}{dt} - \mathbf{x}(0)\right),$$

$$\mathbf{x}(k-1) = \mathbf{A}_d^{-1}\mathbf{x}(k),$$

то число обусловленности матриц состояния $\mathbf{A}$ и $\mathbf{A}_d$ можно использовать для интегральной оценки чувствительности собственных движений к изменению параметров системы. Естественно предположить, что таким же образом можно оценить и чувствительность переходной функции к изменению какого-либо параметра, если он не входит в числитель передаточной функции.

Сопровождающая матрица (*companion matrix*) характеристического полинома

$$G(p) = p^n + \alpha_{n-1}p^{n-1} + \ldots + \alpha_1 p + \alpha_0 = \alpha_0(a_n p^n + a_{n-1}p^{n-1} + \ldots + a_1 p + 1) = \alpha_0 G_0(p), \tag{5}$$

где $a_i = \alpha_i / \alpha_0$, представляет собой матрицу состояния системы в канонической форме управляемости

$$\mathbf{A}_c = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \\ -\alpha_0 & -\alpha_1 & -\alpha_2 & \dots & -\alpha_{n-1} \end{bmatrix} = \left[\begin{array}{c|c} \underset{(n-1,1)}{0} & \mathbf{I}_{n-1} \\ \hline -\alpha_0 & -\alpha_1, \dots, -\alpha_{n-1} \end{array} \right]. \quad (6)$$

В [1] доказано, что отношение чисел обусловленности двух матриц

$\mathrm{cond}(\mathbf{A}_1) < \mathrm{cond}(\mathbf{A}_2)$

сохраняется и для их экспонент

$\mathrm{cond}(e^{\mathbf{A}_1}) < \mathrm{cond}(e^{\mathbf{A}_2})$,

что дает возможность оценки чувствительности дискретных полиномов по их непрерывным аналогам.

Попробуем применить изложенные выше теоретические положения для оценки чувствительности стандартных полиномов, наиболее часто используемых при синтезе систем управления электромеханическими объектами.

Для этого выберем два стандартных полинома третьего-шестого порядков, сопоставимых по величине перерегулирования переходной функции, но отличающихся ее быстродействием при одинаковом значении среднегеометрического корня (СГК): полином Грехема-Летропа [3] и полином Бесселя [4]. Для того чтобы сравнение было лояльным, уравняем и быстродействие полиномов. В качестве показателя быстродействия используем отношение коэффициентов при первой и нулевой степенях оператора Лапласа

$$T_{n-1} = \frac{\alpha_1}{\alpha_0} = a_1 = \frac{1}{\Omega_c} \quad (7)$$

Это отношение для систем подчиненного регулирования с безынерционными обратными связями представляет собой постоянную времени интегрирования разомкнутого внешнего контура, или величину, обратную частоте среза разомкнутой системы.

Если оставить коэффициенты полинома Грехема-Летропа постоянными и пронормировать их по среднегеометрическому корню

$$\Omega_{0Г} = \sqrt[n]{\alpha_{0Г}}, \qquad p_\omega = p / \Omega_{0Г}, \qquad \gamma_{iГ} = \alpha_{iГ} / \Omega_{0Г}^{n-i}, \quad (8)$$

то коэффициенты полинома Бесселя необходимо пересчитать по формуле

$$a_{iБ} = \frac{\gamma_{iБ}}{(\Omega_{0Б}/\Omega_{0Г})^i} = \frac{\gamma_{iБ}}{(\gamma_{1Б}/\gamma_{1Г})^i}, \qquad \alpha_{iБ} = \gamma_{iБ}(\Omega_{0Б}/\Omega_{0Г})^{n-i} = \gamma_{iБ}(\gamma_{1Б}/\gamma_{1Г})^{n-i}. \quad (9)$$

В таблице 1 приведены эти полиномы, а также числа обусловленности их сопровождающих матриц и отношение $\Omega_{0Б}/\Omega_{0Г}$.

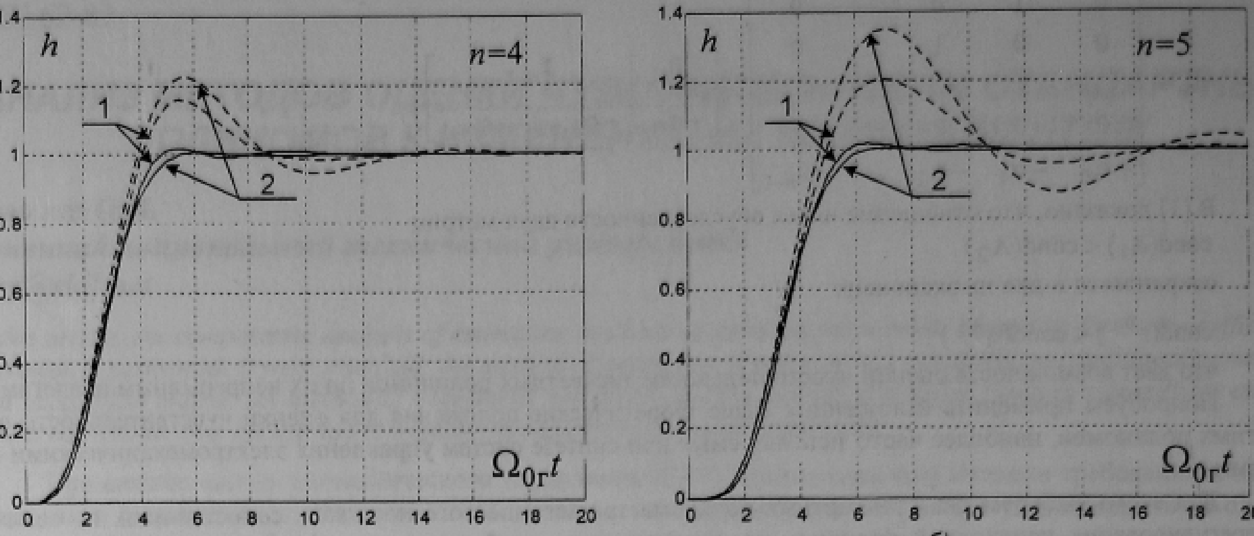
Таблица 1

n	Тип полинома	$G_0(p_\omega)$	$\mathrm{cond}(\mathbf{A}_c)$	$\lVert\mathbf{A}_c\rVert$	$\frac{\Omega_{0Б}}{\Omega_{0Г}}$
3	Гр.-Летр.	$p_\omega^3 + 1{,}75 p_\omega^2 + 2{,}15 p_\omega + 1$	9,92	3,15	1
	Бесселя	$0{,}66 p_\omega^3 + 1{,}85 p_\omega^2 + 2{,}15 p_\omega + 1$	13,37	4,24	1,15
4	Гр.-Летр.	$p_\omega^4 + 2{,}1 p_\omega^3 + 3{,}4 p_\omega^2 + 2{,}7 p_\omega + 1$	19,36	4,4	1
	Бесселя	$0{,}51 p_\omega^4 + 1{,}87 p_\omega^3 + 3{,}12 p_\omega^2 + 2{,}7 p_\omega + 1$	29,58	7,17	1,19
5	Гр.-Летр.	$p_\omega^5 + 2{,}8 p_\omega^4 + 5 p_\omega^3 + 5{,}5 p_\omega^2 + 3{,}4 p_\omega + 1$	42,25	6,5	1
	Бесселя	$0{,}48 p_\omega^5 + 2{,}12 p_\omega^4 + 4{,}37 p_\omega^3 + 5{,}14 p_\omega^2 + 3{,}4 p_\omega + 1$	71,73	11,7	1,15
6	Гр.-Летр.	$p_\omega^6 + 3{,}25 p_\omega^5 + 6{,}6 p_\omega^4 + 8{,}6 p_\omega^3 + + 7{,}45 p_\omega^2 + 3{,}95 p_\omega + 1$	92,16	9,6	1
	Бесселя	$0{,}37 p_\omega^6 + 1{,}94 p_\omega^5 + 4{,}92 p_\omega^4 + 7{,}47 p_\omega^3 + + 7{,}09 p_\omega^2 + 3{,}95 p_\omega + 1$	181,64	21,4	1,18

На рис. 1 приведены переходные функции $h(\Omega_0 t)$ систем 4-го (а) и 5-го (б) порядков (низкочастотных фильтров) с передаточными функциями

$$W(p_\omega) = \frac{\alpha_0}{G(p_\omega)} = \frac{1}{G_0(p_\omega)} \quad (10)$$

и выбранными характеристическими полиномами при их номинальных параметрах (сплошные линии) и при уменьшении коэффициента при первой степени оператора Лапласа на величину $0{,}1\lVert\mathbf{A}_c\rVert$ (пунктирные кривые).



а) б)

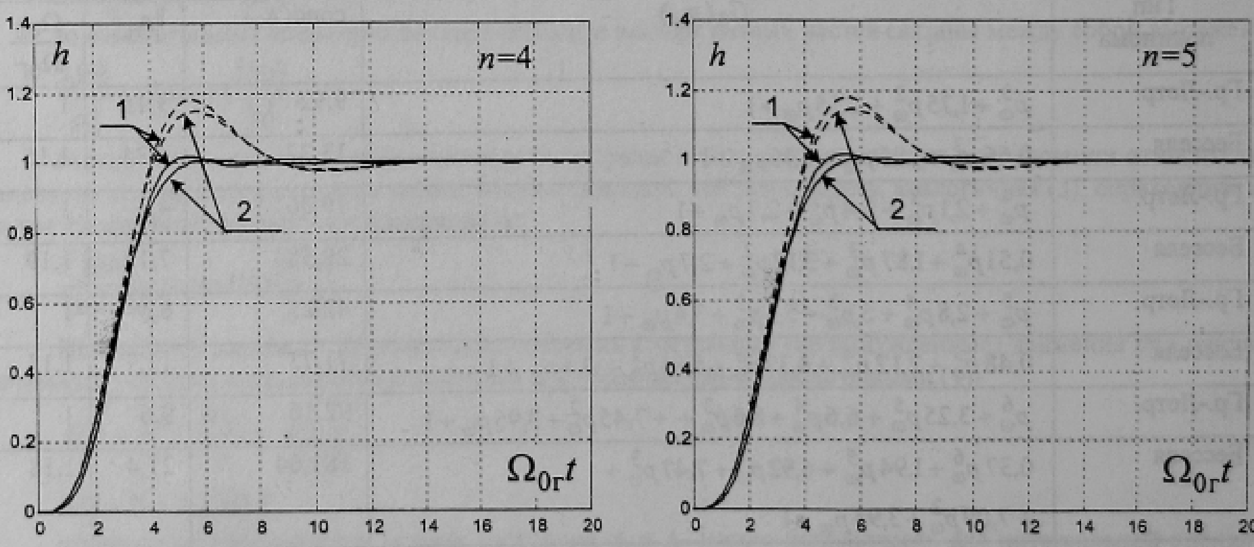
Рисунок 1 – Переходные функции фильтра Грехема-Летропа (1) и Бесселя (2) 4-го (а) и 5-го (б) порядков при номинальных параметрах и при уменьшении коэффициента a_1 на величину $0,1\,\|\mathbf{A}_\mathrm{C}\|$

Из графиков видно, что переходные функции фильтров Грехема-Летропа и Бесселя при номинальных параметрах практически совпадают, а при указанном изменении параметра α_1 имеют существенные различия. Причем чувствительность фильтра Бесселя к этому изменению значительно выше, чем у фильтра Грехема-Летропа, и при увеличении порядка полиномов эта разница также возрастает. Эти показатели хорошо согласуются с данными таблицы 1, из которой видно, что числа обусловленности сопровождающих матриц полиномов Бесселя выше, чем у соответствующих полиномов Грехема-Летропа, и что они увеличиваются с повышением порядка. Однако обратим внимание на то, что в соответствии с формулой (4) приращение коэффициента a_1 задавалось в долях нормы сопровождающей матрицы, а не в долях номинального значения этого коэффициента. В результате этого абсолютные приращения переменного параметра для полиномов 5-го порядка составили:

$$\Delta a_{1\Gamma} = 0{,}65\,; \quad \Delta a_{1\text{Б}} = 1{,}17\,.$$

Таким образом, приращение коэффициента α_1 для полинома Бесселя оказалось в 1,8 раз больше, чем для полинома Грехема-Летропа, чем и объясняется столь существенная разница в чувствительности.

Более реальную сравнительную оценку чувствительности рассматриваемых стандартных полиномов можно получить при одинаковых приращениях переменного параметра. При этом переходные функции примут вид, показанный на рис.2.



а) б)

Рисунок 2 – Переходные функции фильтра Грехема-Летропа (1) и Бесселя (2) 4-го (а) и 5-го (б) порядков при номинальных параметрах и при уменьшении коэффициента α_1 на 0,5

По этим графикам визуально можно оценить чувствительность сравниваемых полиномов как одинаковую. Более точную оценку можно дать по величине интегрального отклонения модуля переходной характеристики от эталонной кривой:

$$\Phi_{|y|} = \int_0^{\Omega_{0\Gamma}t} |y(\Omega_{0\Gamma}t)| d(\Omega_{0\Gamma}t). \qquad (11)$$

Для рис. 2 интегральные оценки (11) оказались чуть-чуть больше у фильтра Грехема-Летропа (0,66 для обоих порядков), нежели у фильтров Бесселя (0,63 для 4-го порядка и 0,62 для 5-го порядка), что соответствует эмпирическим представлениям о том, что более быстрая система имеет и большую чувствительность к изменению параметров. Однако такая оценка никак не согласуется с соотношениями чисел обусловленности сопровождающих матриц.

Таким образом, оценка чувствительности стандартных полиномов по числу обусловленности их сопровождающей матрицы может привести к ошибке.

Рассмотрим возможность применения для решения поставленной задачи метода траекторной чувствительности [5, 6].

Суть его состоит в следующем.

Пусть некоторая линейная динамическая система описывается в пространстве состояний уравнениями:

$$\begin{cases} p\mathbf{x}(\nu) = \mathbf{A}(\nu)\mathbf{x}(\nu) + \mathbf{B}(\nu)u, \\ \mathbf{y}(\nu) = \mathbf{C}(\nu)\mathbf{x}(\nu), \end{cases} \qquad (12)$$

где ν – переменный параметр с номинальным значением $\nu_н$ и приращением $\Delta\nu$.

При $\Delta\nu \to 0$ справедливы следующие выражения:

$$\begin{cases} \mathbf{x}(\nu) = \mathbf{x}(\nu_н + \Delta\nu) = \mathbf{x}(\nu_н) + \left.\dfrac{\partial \mathbf{x}(\nu)}{\partial \nu}\right|_{\nu=\nu_н} \Delta\nu, \\ \mathbf{y}(\nu) = \mathbf{y}(\nu_н + \Delta\nu) = \mathbf{y}(\nu_н) + \left.\dfrac{\partial \mathbf{y}(\nu)}{\partial \nu}\right|_{\nu=\nu_н} \Delta\nu. \end{cases} \qquad (13)$$

Величины

$$\boldsymbol{\sigma} = \left.\frac{\partial \mathbf{x}(\nu)}{\partial \nu}\right|_{\nu=\nu_н}, \qquad \boldsymbol{\eta} = \left.\frac{\partial \mathbf{y}(\nu)}{\partial \nu}\right|_{\nu=\nu_н} \qquad (14)$$

характеризуют дополнительные движения системы, обусловленные изменением переменного параметра ν, и называются функциями траекторной чувствительности состояния и выхода.

Учитывая, что, с одной стороны,

$$\left.\frac{\partial (p\mathbf{x}(\nu))}{\partial \nu}\right|_{\nu=\nu_н} = p\boldsymbol{\sigma},$$

а, с другой стороны,

$$\left.\frac{\partial (p\mathbf{x}(\nu))}{\partial \nu}\right|_{\nu=\nu_н} = \frac{\partial}{\partial \nu}(\mathbf{A}(\nu)\mathbf{x}(\nu) + \mathbf{B}(\nu)u)\Big|_{\nu=\nu_н} = \left.\frac{\partial \mathbf{A}(\nu)}{\partial \nu}\right|_{\nu=\nu_н} \mathbf{x} + \mathbf{A}\boldsymbol{\sigma} + \left.\frac{\partial \mathbf{B}(\nu)}{\partial \nu}\right|_{\nu=\nu_н} u,$$

получаем дифференциальное уравнение функции траекторной чувствительности по состоянию в операторной форме:

$$p\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{A}_\nu \mathbf{x} + \mathbf{A}\boldsymbol{\sigma} + \mathbf{B}_\nu u, \qquad (15)$$

где

$$\mathbf{A}_\nu = \left.\frac{\partial \mathbf{A}(\nu)}{\partial \nu}\right|_{\nu=\nu_н}, \qquad \mathbf{B}_\nu = \left.\frac{\partial \mathbf{B}(\nu)}{\partial \nu}\right|_{\nu=\nu_н}. \qquad (16)$$

Аналогичным образом можно найти и уравнение функции траекторной чувствительности по выходу:

$$\boldsymbol{\eta} = \mathbf{C}\boldsymbol{\sigma} + \mathbf{C}_\nu \mathbf{x}, \qquad (17)$$

где

$$\mathbf{C}_\nu = \left.\frac{\partial \mathbf{C}(\nu)}{\partial \nu}\right|_{\nu=\nu_н}. \qquad (18)$$

Объединяя уравнения (12), (15) и (17) при $\nu = \nu_н$ в одну систему, имеем математическое описание САУ, состоящей из исследуемого объекта управления и модели его траекторной чувствительности к изменению параметра ν:

$$\begin{cases} p\begin{bmatrix} \mathbf{x} \\ \boldsymbol{\sigma} \end{bmatrix} = \left[\begin{array}{c:c} \mathbf{A} & \mathbf{0} \\ \hdashline \mathbf{A}_\nu & \mathbf{A} \end{array}\right] \begin{bmatrix} \mathbf{x} \\ \boldsymbol{\sigma} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{B} \\ \mathbf{B}_\nu \end{bmatrix} u, \\ \begin{bmatrix} \mathbf{y} \\ \boldsymbol{\eta} \end{bmatrix} = \left[\begin{array}{c:c} \mathbf{C} & \mathbf{0} \\ \hdashline \mathbf{C}_\nu & \mathbf{C} \end{array}\right] \begin{bmatrix} \mathbf{x} \\ \boldsymbol{\sigma} \end{bmatrix}. \end{cases} \qquad (19)$$

Воспользуемся уравнениями (19) для оценки траекторной чувствительности по выходу стандартного полинома к изменению его параметра α_1. В этом случае

$$\mathbf{A} = \mathbf{A}_c, \qquad \mathbf{B} = [0, \ \ldots, \ \alpha_0]^{\mathrm{T}}, \qquad \mathbf{C} = [1, \ \ldots \ 0];$$

$$\mathbf{A}_v = \frac{\partial \mathbf{A}_c}{\partial \alpha_1} = \left[\begin{array}{c|c} \mathbf{0} & \mathbf{0}_{n-1} \\ \hline 0 & -1, \ldots, 0 \end{array}\right], \qquad \mathbf{B}_v = [0, \ \ldots, \ 0]^{\mathrm{T}}, \qquad \mathbf{C}_v = [0, \ \ldots \ 0].$$

При оценке чувствительности стандартных полиномов к изменению какого-либо другого коэффициента поменяется только положение константы «-1» в матрице $\mathbf{A}_v$.

При оценке чувствительности стандартных полиномов к относительным изменениям коэффициентов $\alpha_i / \alpha_{iн}$ в матрице $\mathbf{A}_v$ в позиции, занимаемой константой «-1», следует поставить номинальное значение варьируемого коэффициента.

Например, при оценке чувствительности полинома к изменению коэффициента α_2 матрица $\mathbf{A}_v$ примет вид:

$$\underset{(n,n)}{\mathbf{A}_v} = \frac{\partial \mathbf{A}_c}{\partial \alpha_1} = \left[\begin{array}{c|c} \underset{(n-1,1)}{\mathbf{0}} & \underset{(n-1,n-1)}{\mathbf{0}} \\ \hline 0 & 0, -1, \ldots, 0 \end{array}\right].$$

При оценке чувствительности стандартных полиномов к абсолютным изменениям коэффициентов $a_i = \alpha_i / \alpha_0$ константу «-1» в матрице $\mathbf{A}_v$ и в структурной схеме рис. 3.36 следует заменить значением коэффициента $-\alpha_0$.

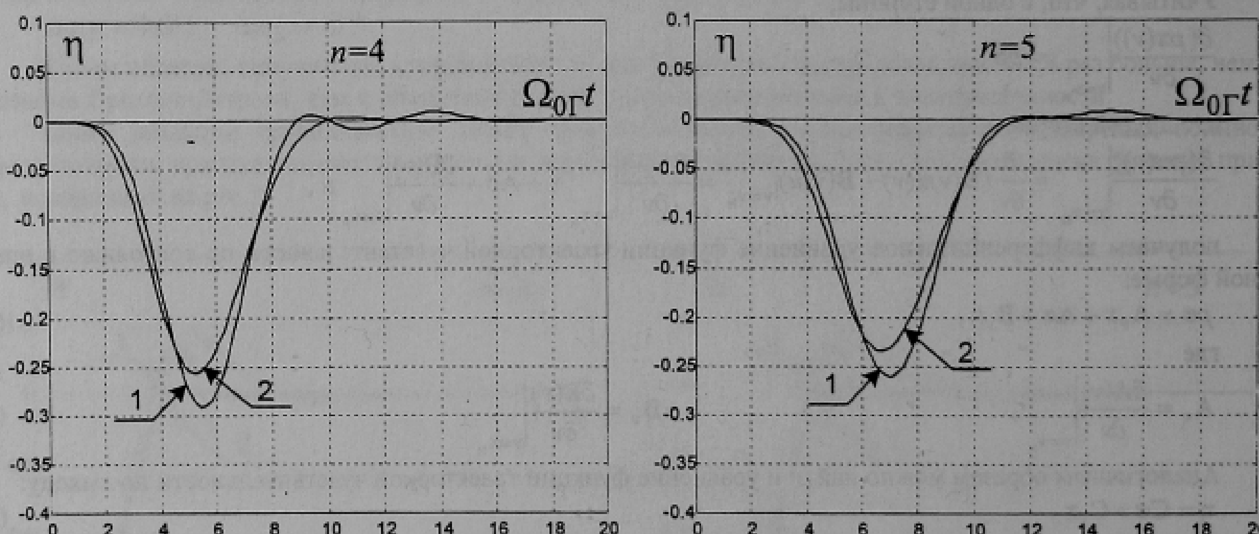
При оценке чувствительности к относительным изменениям коэффициентов $\alpha_i / \alpha_{iн}$ или $a_i / a_{iн}$ константа «-1» заменяется номинальным значением коэффициента $-\alpha_{iн}$.

Графики функций траекторных чувствительностей полиномов Грехема-Летропа и Бесселя 4-го и 5-го порядков к изменению коэффициента a_1 показаны на рис.3. Из их рассмотрения можно сделать следующие качественные выводы:

1) увеличение коэффициента a_1 приведет к затягиванию переходных процессов, а уменьшение – к увеличению перерегулирования;

2) амплитуда дополнительного движения фильтра Грехема-Летропа, вызванная изменением рассматриваемого коэффициента, будет несколько больше, чем у фильтра Бесселя;

3) фильтры 4-го порядка более чувствительны к абсолютному приращению коэффициента a_1, чем фильтры 5-го порядка.



а) б)

Рисунок 3 – Функции параметрической фильтров Грехема-Летропа (1) и Бесселя (2) 4-го (а) и 5-го (б) порядков к изменению коэффициента a_1

Эти выводы полностью соответствуют поведению переходных функций, представленных на рис.2.

В заключение рассмотрим, как соотносится функция траекторной чувствительности по выходу с чувствительностью передаточной функции (ПФ) к изменению коэффициентов характеристического полинома (5).

Функция абсолютной чувствительности ПФ к изменению какого-либо параметра определяется по формуле:

$$D_v^W = \lim_{\Delta v \to 0} \left. \frac{\Delta W(p, v)}{\Delta v} \right|_{v = v_н} = \left. \frac{\partial W(p, v)}{\partial v} \right|_{v = v_н} \tag{26}$$

Для передаточной функции

$$W(p, \alpha_i) = \frac{\alpha_0}{p^n + \alpha_{n-1} p^{n-1} + \ldots + \alpha_i p^i + \ldots + \alpha_1 p + \alpha_0}, \quad i = 1, 2, \ldots, n-1 \tag{27}$$

выражение (26) примет вид:

$$D_{\alpha_i}^W = \left.\frac{\partial W(p,\alpha_i)}{\partial \alpha_i}\right|_{\alpha_i=\alpha_{i\text{н}}} = -\frac{\alpha_0 p^i}{(p^n+\alpha_{n-1}p^{n-1}+\ldots+\alpha_{i\text{н}}p^i+\ldots+\alpha_1 p+\alpha_0)^2}. \quad (28)$$

Можно показать, что передаточная функция составной системы объект регулирования – модель траекторной чувствительности от входного сигнала системы до переменной траекторной чувствительности выходного сигнала к изменению одного из коэффициентов характеристического полинома совпадает с выражением (28) для чувствительности передаточной функции.

Следует отметить, что в теории и практике оценки чувствительности чаще применяют понятие относительной чувствительности

$$S_\nu^W = \lim_{\Delta\nu\to 0}\left.\frac{\Delta W(p,\nu)/W(p,\nu_\text{н})}{\Delta\nu/\nu_\text{н}}\right|_{\nu=\nu_\text{н}} = D_\nu^W \frac{\nu_\text{н}}{W(p,\nu_\text{н})},$$

которая для передаточной функции (27) имеет вид

$$S_{\alpha_i}^W = \frac{\alpha_{i\text{н}}p^i}{p^n+\alpha_{n-1}p^{n-1}+\ldots+\alpha_{i\text{н}}p^i+\ldots+\alpha_1 p+\alpha_0}.$$

Для полученного выражения строят амплитудно-частотную характеристику, и по ней судят о чувствительности на определенной частоте полосы пропускания. Такой метод является менее наглядным, чем метод траекторной чувствительности, так как использует для графической интерпретации частотные характеристики, а не переходные процессы.

Следует отметить, что предварительное исследование чувствительности характеристического полинома к изменению его коэффициентов не заменяет исследования чувствительности систем к изменению их конкретных параметров, так как один и тот же параметр может влиять сразу на несколько коэффициентов как характеристического полинома, так и полинома воздействия самым различным образом.

ВЫВОДЫ

1. Число обусловленности сопровождающей матрицы характеристического полинома можно использовать для сравнительной оценки интегральной чувствительности полиномов к изменению их параметров только в том случае, когда нормы сопровождающих матрицы сравниваемых полиномов приблизительно равны друг другу.
2. Функция траекторной чувствительности позволяет оценить как степень, так и качество влияния вариации параметра на переходные процессы исследуемой системы.
3. Простота математического описания и построения моделей траекторной чувствительности и наглядность этого метода позволяют рекомендовать его в качестве основного метода исследования чувствительности систем.
4. Исследование чувствительности характеристического полинома к изменению его параметров не заменяет исследования чувствительности систем к изменению их параметров.

ЛИТЕРАТУРА

1. Форсайт Дж., Малькольм М., Моулер К. Машинные методы математических вычислений. – М.: Мир, 1980. – 279 с.
2. Синтез дискретных регуляторов при помощи ЭВМ / В.В. Григорьев, В.Н. Дроздов, В.В. Лаврентьева, А.В. Ушаков. – Л.: Машиностроение, 1983. – 245 с.
3. Яворский В.П., Макшанов В.И.., Ермолин В.П. Проектирование нелинейных следящих систем с тиристорным управлением исполнительным двигателем. – Л.: Энергия, 1978. – 208 с.
4. Айзинов М. М. Анализ и синтез линейных радиотехнических цепей в переходном режиме. «Энергия», Л., 1968. – 376с.
5. Томович Р., Вукобратович М. Общая теория чувствительности. – М.: Сов. радио, 1972. – 280 с.
6. Уонем М. Линейные многомерные системы управления / Пер. с англ. – М.: Наука, 1980. – 279 с.

Надано до редакції: 28.10.2003

Рекомендовано до друку: д.т.н., проф. Коцегуб П.Х.