Вісник Київського національного університету імені Тараса Шевченка Серія фізико-математичні науки **2011, 1** *Bulletin of Taras Shevchenko National University of Kyiv Series Physics & Mathematics*

УДК 519.7

Грунський І.С., к.ф.-м.н., с.н.с.., Козловський* В.А., к.ф.-м.н., с.н.с.

Дескрипція автоматів їхньою поведінкою

Розглянуто деякі питання дескрипції автоматів, у першу чергу, фрагментами поведінки. Наведено умови існування контрольних експериментів та ідентифікаторів станів автомата. Для систем визначальних співвідношень, якими може бути заданий автомат, вказано метричні характеристики, вказано зв'язок між визначальними співвідношеннями і контрольними експериментами. Для експериментів з груповими автоматами наведено точні оцінки складності таких експериментів

Ключові слова: скінченний автомат експеримент, визначальне співвідношення.

I.S. Grunsky, dr., V.A. Kozlovskii, dr.

Automata characterisation through behaviour

Certain problems of automata description are considered, first and foremost with behaviour fragments. Existence conditions for checking experiments and automaton's state identifiers are given. Metric characterisation of the systems of automaton's defining relations is given, a link between checking experiments and defining relations is established. The exact complexity estimations for experiments with group automata are given.

Key Words: finite automaton, experiment, defining relation

*E-mail: kozlovskii@iamm.ac.donetsk.ua, kozlovskiiva@list.ru

Статтю представив с.н.с., д.ф.-м.н. Буй Д.Б.

Вступ

Модель скінченного автомата є однією з базових для інформатики і, як і раніше, зберігає своє значення при розгляді багатьох задач, які виникають при проектуванні й експлуатації складних дискретних систем. У роботі обговорюються задачі аналізу й синтезу автоматів за їхньою поведінкою як прямі й зворотні задачі теорії автоматів. Класичними задачами теорії автоматів є задачі аналізу процесів перетворення інформації, здійснюваних автоматами, і властивостей автоматів (прямі задачі), і задачі синтезу автоматів із заданими властивостями і ідентифікації (відновлення, розпізнавання, верифікації, контролю й діагностики) автомата шляхом експерименту з ним (зворотні задачі). Як у багатьох інших теоріях, зворотні задачі звичайно складніше прямих, що було відзначено ще в роботі Э.Мура з теорії експериментів з автоматами. У ній вперше були розглянуті задачі відновлення автомата за вхід-вихідними послідовностями як результатами експериментів. Задачі, аналогічні задачам відновлення автоматів, виникають й у прикладних областях, таких як діагностика обчислювальної апаратури, а в останні роки в області формальних методів синтезу й верифікації програмно-апаратних систем [3].

Задача синтезу полягає в побудові автомата за заданою його специфікацією - завданню на необхідну, можливу і заборонену поведінку, а задача верифікації - у визначенні властивостей автомата, аж до його повної побудови, проводячи експерименти із заданим "чорним ящиком" - реалізацією цього автомата. Апріорі або в процесі експерименту задаються або виникають фрагменти дозволеної і/або (ко)фрагменти забороненої поведінки автомата. Фрагменти й кофрагменты утворюють єдину основу для рішення задач синтезу й ідентифікації. Зазначені задачі, у першу чергу, і розглядаються в роботі. При цьому фрагмент - кофрагмент задає автомат із заданим ступенем точності. Найчастіше як фрагмент розглядається спостережена поведінка – *множина вхід-вихідних слів, яка називається* контрольним експериментом й ... визначає автомат при накла... обмежень на клас розглянутих... Зауважимо, що в загальному ... множина слів може бути нескін... визначатися так називаними представленнями автоматів. У роботі наведено короткий огляд результатів, що відносяться до зазначеної поведінкової теорії s отримані з використанням

Вісник Київського національного університету імені Тараса Шевченка
Серія фізико-математичні науки
2011, 1
Bulletin of Taras Shevchenko National University of Kyiv
Series Physics & Mathematics

УДК 519.7

Грунський І.С., к.ф.-м.н., с.н.с.., Козловський* В.А., к.ф.-м.н., с.н.с.

Дескрипція автоматів їхньою поведінкою

Розглянуто деякі питання дескрипції автоматів, у першу чергу, фрагментами поведінки. Наведено умови існування контрольних експериментів та ідентифікаторів станів автомата. Для систем визначальних співвідношень, якими може бути заданий автомат, вказано метричні характеристики, вказано зв'язок між визначальними співвідношеннями і контрольними експериментами. Для експериментів з груповими автоматами наведено точні оцінки складності таких експериментів

Ключові слова: скінченний автомат експеримент, визначальне співвідношення.

I.S. Grunsky, dr., V.A. Kozlovskii, dr.

Automata characterisation through behaviour

Certain problems of automata description are considered, first and foremost with behaviour fragments. Existence conditions for checking experiments and automaton's state identifiers are given. Metric characterisation of the systems of automaton's defining relations is given, a link between checking experiments and defining relations is established. The exact complexity estimations for experiments with group automata are given.

Key Words: finite automaton, experiment, defining relation

*E-mail: kozlovskii@iamm.ac.donetsk.ua, kozlovskiiva@list.ru
Статтю представив с.н.с., д.ф.-м.н. Буй Д.Б.

Вступ

Модель скінченного автомата є однією з базових для інформатики і, як і раніше, зберігає своє значення при розгляді багатьох задач, які виникають при проектуванні й експлуатації складних дискретних систем. У роботі обговорюються задачі аналізу й синтезу автоматів за їхньою поведінкою як прямі й зворотні задачі теорії автоматів. Класичними задачами теорії автоматів є задачі аналізу процесів перетворення інформації, здійснюваних автоматами, і властивостей автоматів (прямі задачі), і задачі синтезу автоматів із заданими властивостями і ідентифікації (відновлення, розпізнавання, верифікації, контролю й діагностики) автомата шляхом експерименту з ним (зворотні задачі). Як у багатьох інших теоріях, зворотні задачі звичайно складніше прямих, що було відзначено ще в роботі Э.Мура з теорії експериментів з автоматами. У ній вперше були розглянуті задачі відновлення автомата за вхід-вихідними послідовностями як результатами експериментів. Задачі, аналогічні задачам відновлення автоматів, виникають й у прикладних областях, таких як діагностика обчислювальної апаратури, а в останні роки в області формальних методів синтезу й верифікації програмно-апаратних систем [3].

Задача синтезу полягає в побудові автомата за заданою його специфікацією - завданню на необхідну, можливу і заборонену поведінку, а задача верифікації - у визначенні властивостей автомата, аж до його повної побудови, проводячи експерименти із заданим "чорним ящиком" - реалізацією цього автомата. Апріорі або в процесі експерименту задаються або виникають фрагменти дозволеної і/або (ко)фрагменти забороненої поведінки автомата. Фрагменти й кофрагменты утворюють єдину основу для рішення задач синтезу й ідентифікації. Зазначені задачі, у першу чергу, і розглядаються в роботі. При цьому фрагмент - кофрагмент задає автомат із заданим ступенем точності. Найчастіше як фрагмент розглядається спостережена поведінка – множина вхід-вихідних слів, яка називається контрольним експериментом й однозначно визначає автомат при накладенні певних обмежень на клас розглянутих автоматів. Зауважимо, що в загальному випадку така множина слів може бути нескінченною і визначатися так називаними представленнями автоматів. У роботі наведено короткий огляд результатів, що відносяться до зазначеної поведінкової теорії s отримані з використанням топологічних, теоретико-графових і алгебраїчних методів. Вони пов'язані з можливістю опису автомата фрагментами його поведінки і пов'язаними з цим питаннями відповідних об'єктів – експериментів і представлень, їхньою побудовою, характеризацією і складністю (частина результатів наведена в [1, 2, 4, 5, 6, 10]).

Контрольні експерименти і їхнє існування

Розглядаються автомати Мілі $A = (S,X,Y,\delta,\lambda)$, де S, X, Y – множини станів, входів і виходів відповідно, а δ, λ – функції переходів і виходів [1].

Під експериментом з автоматом розуміємо процес подачі на автомат послідовності вхідних сигналів, спостереження відповідної поведінки автомата й вивід висновків про функціонування й властивості автомата, заснованих на цих спостереженнях й апріорній інформації про автомат. Основна задача теорії експериментів полягає в розробці ефективних експериментів, що дозволяють одержати певну інформацію про будову автомата, його функції. При цьому виникає велике коло задач, пов'язаних із класифікацією експериментів, з питаннями можливості розв'язання задач розпізнавання тих або інших властивостей автомата певними видами експериментами, з оцінками складності мінімальних експериментів, достатніх для рішення тих або інших задач розпізнавання, а також з оцінками складності побудови цих експериментів.

Нехай задані автомат-еталон A і клас автоматів F. Контрольний експеримент (КЕ) автомата A відносно класу F – така множина W вхід-вихідних слів, породжуваних автоматом A у деякому його стані, яка не породжується ніяким іншим (не еквівалентним еталону) автоматом із класу F (можливо, нескінченного). В [4] отримані умови існування контрольних експериментів. На множині ініціальних автоматів вводиться бэровска метрика β: $\beta(A,B)=0$, якщо $A=B$, і $\beta(A,B)=\frac{1}{k}$, якщо $L_A^k \neq L_B^k$ й $L_A^{k-1} = L_B^{k-1}$. Тут L_A^k – множина вхід-вихідних слів довжини k, породжуваних початковим станом автомата A. Для бэровскої метрики β й довільних класів F приведених ініціальних автоматів справедливий наступний критерій існування контрольного експерименту.

Теорема 1[4]. Рівносильні твердження:

1. Існує контрольний експеримент автомата A відносно F;
2. Множина L_A^k є контрольним експериментом відносно A й F для деякого k;
3. $O_{\frac{1}{k}}(A) \cap F \subseteq \{A\}$ для деякого k;
4. $O_{\frac{1}{k}}(A) \cap F$ – - скінченна множина для деякого k;
5. $A \notin \lim F$.

Тут $\lim F$ – множина граничних для класу F автоматів у заданій метриці. Цей критерій показує, що у бэровскій метриці β процес виведення висновків у процесі експериментування зводиться до перевірки умови 3. Якщо клас F скінченний, то існує верхня оцінка t числа станів автоматів з $F \cup \{A\}$ і тому L_A^{2t} є контрольним експериментом. Для довільного нескінченного класу F критерій не конструктивний, однак існують нескінченні класи, для яких цей критерій конструктивний.

Фрагменти поведінки і представлення автоматів

Розширення поняття експерименту приводить до поняття фрагмента й представлення автомата, як більш загальних видів дескрипторів автоматів. Дескриптор автомата [4] у загальному випадку визначаємо як деякий об'єкт (елемент множини об'єктів, які і називаємо дескрипторами), пов'язаний з автоматом та визначаючий його властивості. Прикладом таких дескрипторів є експерименти автоматів. В залежності від класу автоматів такі дескриптори можуть задавати автомати з різним ступенем точності. Якщо такий дескриптор однозначно визначає автомат у заданому класі, то такий дескриптор названо представленням автомата відносно заданого класу. При дослідженні точності опису автомата фрагментами важливу роль відіграють так звані ідентифікатори властивостей автомата (станів, входів, виходів) [4, 5] – фрагменти, які дозволяють однозначно ідентифікувати ці властивості. Ідентифікатори дають ще один приклад дескриптора. Загальне визначення фрагмента враховує невизначеність, що може виникати при спостереженні в експерименті або завданні на синтез автомата. Розглянемо більше вузьке поняття фрагмента - безпосередні правильні фрагменти, і деякі ключові результати, що розширюються й на загальне поняття.

Частковий автомат R називається (безпосереднім) фрагментом автомата A, якщо існує гомоморфізм R в. A Гомоморфізм називається повним, якщо для кожної дуги автомата A існує її прообраз по цьому гомоморфізмові в автоматі R. Фрагмент R визначає деякий клас автоматів $K(R)$ як множину всіх тих автоматів, фрагментом яких є R. Ядром скінченного фрагмента R назвемо такий його підавтомат Q, для якого існує повний гомоморфізм φ із R в Q, причому $\varphi(R)=Q$, а всякий эндоморфізм фрагмента Q в себе є повним автоморфізмом.

Теорема 2[2]. Для кожного скінченного фрагмента існує єдине з точністю до ізоморфізму ядро.

Ця теорема показує наявність у кожному фрагменті R деякого ненадлишкового підфрагмента Q, що несе ту ж інформацію, що й весь фрагмент, тобто фрагмент і його ядро описують один і той же клас автоматів $K(R)$.

Нехай R – деякий фрагмент еталона A, і t – деякий довільний зафіксований стан фрагмента. Фрагмент із зафіксованим станом позначимо R_t. Фрагмент R_t назвемо ідентифікатором стану s еталона, якщо для будь-якого гомоморфізму φ фрагмента R в еталон A виконується рівність $\varphi(t)=s$.

Розглянемо окремий вид ідентифікаторів станів еталона, пов'язаний з експериментами. З кожним станом s еталона асоціюються дві множини вхід-вихідних слів: λ_s – множина всіх вхід-вихідних слів, що починаються в s, тобто породжених станом s, і двоїста множина ψ_s усіх вхід-вихідних слів, що закінчуються в s, тобто таких $(p,q)\in(X\times Y)^*$, для яких знайдеться таке $s'\in S$, що $\delta_A(s',p)=s$ й $\lambda_A(s',p)=q$. Пару (V_1,V_2) назвемо околом стану s еталона, якщо $V_1\subseteq\psi_{As}$, $V_2\subseteq\lambda_{As}$. З кожним околом (V_1,V_2) природно пов'язується фрагмент $R_s(V_1,V_2)$. Тому, використовуючи вільність мови, окіл (V_1,V_2) стану s будемо називати ідентифікатором стану s еталона, якщо $R_s(V_1,V_2)$ є таким ідентифікатором. Ідентифікатор (V_1,V_2) будемо називати початковим (кінцевим), якщо $V_1=\varnothing\,(V_2=\varnothing)$. Початковий (кінцевий) ідентифікатор еталона називається простим, якщо кратність $V_2\,(V_1)$ дорівнює 1. Прикладами таких початкових ідентифікаторів є діагностичні експерименти, а кінцевих - установчі експерименти.

Наступна теорема дає критерій існування ідентифікаторів станів, що є їхніми околами.

Теорема 3[2]. Рівносильні твердження:

1. Існує окіл стану s, що є його ідентифікатором.
2. (ψ_s,λ_s) є ідентифікатором стану s.
3. Існує ідентифікатор (V_1,V_2) стану s, для якого $|V_1|+|V_2|\le n-1$ і висота $h(V_2)\le 2^{2n}$.

Характеризація представлень автоматів

Далі вважаємо, що клас $F\subseteq F_n$ – так званий n-щільний відносно A. Дещо спрощуючи, можна вважати клас F n-щільним, якщо йому належить всякий автомат, отриманий з A зміною хоча б одного значення його функції виходів або переходів. Нехай $A\in F$ і R – фрагмент A [2]. Фрагмент R називається представленням для (A,F), якщо з існування гомоморфізму φ з R у $B\in F$ витікає еквівалентність A і B.

Відношення σ на множині станів фрагмента R називається верифікованим відношенням сумісності, якщо для будь-якої пари $(a,b)\in\sigma$ і гомоморфізму φ фрагмента R в $B\in F$ справедливою є рівність $\varphi(a)=\varphi(b)$. Це відношення породжує деяку мінімальну за включенням конгруенцію σ^* на множині станів і визначає, таким чином, фактор-автомат $[R]_\sigma$, який назвемо згорткою.

Відношення ρ на множині станів фрагмента R називаємо верифікованим відношенням несумісності, якщо для будь-якої пари $(a,b)\in\rho$ й гомоморфізму φ фрагмента R в $B\in F$ справедливою є нерівність $\varphi(a)\ne\varphi(b)$.

Пари $P=(\sigma,\rho)$ верифікованих відношень сумісності σ й несумісності ρ будемо називати верифікованою парою для автомата R (відносно класу F). З R і P зв'яжемо звичайний неорієнтований граф $G(R,P)=(V_R,U_R)$, визначений у такий спосіб: множина його вершин V_R є множина S/ε класів верифікованої конгруенції $\varepsilon=\sigma^*$; якщо $v=[s]$ й $w=[t]$ – класи цієї конгруенції, представниками якої є стани s й t відповідно, і $(s,t)\in\rho_\varepsilon^*$, те $(v,w)\in U_R$.

На станах згортки $[R]_\sigma$ відношення ρ індукує верифіковане відношення несумісності ρ': якщо

$[s]$ й $[t]$ є стани автомата $[R]_\sigma$, то $([s],[t]) \in \rho'$ тоді й тільки тоді, коли $(s,t) \in \rho_\varepsilon^*$. Граф $G(R,P)$ будемо називати асоційованим з автоматом R за допомогою пари P, або більш коротко, асоційованим з парою (R,P). Показується, що довільний звичайний неорграф є асоційованим при відповідному виборі R та F [2]. Наведемо приклад твердження, що показує можливість зводити вивчення представлень для доволі широких класів автоматів до вивчення задачі розфарбування асоційованих графів.

Нехай A визначено-діагностований автомат порядку 1 (ОД-1 автомат) з n станами, тобто такий, у якого кожне слово є діагностичним, F – n-щільний відносно A клас, а $\Phi^k(A)$ позначає множину всіх вхід-вихідних слів довжини k, породжуваних автоматом A.

Теорема 4[2]. R – представлення для (A,F) тоді й тільки тоді, коли існує така верифікована пара $P=(\sigma,\rho)$ для (R,F), що виконуються умови:

1. Існує гомоморфізм φ автомата R в еталон A.
2. $\Phi^1(R)=\Phi^1(A)$.
3. Граф $G(R,P)$ однозначно n - розфарбований.

Зауважимо, що теорема 4 може бути узагальнена на випадок, коли замість єдиного еталона A розглядається множина автоматів $\tilde{A}$, тобто, коли фрагмент є представленням автомата, що визначається з точністю до деякої множини автоматів $\tilde{A}$. В цьому випадку розширюються поняття: представлення R множини автоматів $\tilde{A}$ відносно класу F (вимога мати гомоморфізм R у кожний автомат множини $\tilde{A}$); щільності множини $\tilde{A}$ (F – n-щільний відносно $\tilde{A}$, якщо він такий відносно кожного автомата з множини $\tilde{A}$). Тоді справедливою є узагальнена теорема

Теорема 4'. R – представлення для $(\tilde{A}, F)$ тоді й тільки тоді, коли існує така верифікована пара $P=(\sigma,\rho)$ для (R,F), що виконуються умови:

1. Існує гомоморфізм φ автомата R в кожний автомат $A \in \tilde{A}$.
2. $\Phi^1(R)=\Phi^1(A)$ для кожного $A \in \tilde{A}$.
3. Граф $G(R,P)$ має рівно $|\tilde{A}|$ неізоморфних розфарбувань.

Наведені достатні й необхідні умови для розпізнавання представлень постулюють тільки існування верифікованої пари. Для ОД-1 автоматів і його підкласів: групових, автоматів без втрати інформації (БВІ- автоматів), локально породжених автоматів, так званого базису локальної породжуваності, дається конструктивний спосіб побудови таких верифікованих пар, і, відповідно, асоційованих графів. Одним з основних засобів побудови верифікованих пар є ідентифікатори станів. Їх легко верифікувати для ОД-1 автомата й класу F_n всіх автоматів з n станами і побудувати відповідний асоційований граф. У цьому випадку по фрагменту будується згортка послідовністю двох кроків, що чергуються: 1) ототожненням станів, з яких виходять дуги, позначені однаковими вхід-вихідними мітками (початкові ідентифікатори станів), і 2) детермінізацією отриманого на першому кроці недетермінованого у загальному випадку автомата. Кожному стану отриманої згортки відповідає множина вхідних символів, за якими визначений перехід з даного стану. Показується, що граф перетинань сукупності таких множин і є асоційований граф. Побудова таких графів, у свою чергу, дозволяє оцінити складність розпізнавання представлень (визначення того, чи буде заданий фрагмент представленням для обраних еталона й класу) у термінах теорії NP-повноти.

Розмічені експерименти й системи визначальних співвідношень для автоматів

У даному розділі розглянуто алгебраїчний підхід до задач характеризации представлень й оцінкам їхніх параметрів. Системи визначальних співвідношень (СВС) можна вважати ще одним типом дескрипторів, які вперше для автоматів були розглянуті Ю. И. Соркіным. В [5] його ідеї узагальнено і розвинуто, а в [6] показаний й вивчений зв'язок СВС із контрольними експериментами й представленнями автоматів. Так, в [5] знайдена мінімальна канонічна система визначальних співвідношень κ_A, і розглянута її структура; запропонована процедура зведення (редукції) будь-якої скінченної системи визначальних співвідношень до канонічні; знайдений критерій, при якому скінченне бінарне відношення є системою визначальних співвідношень для заданого автомата A без побудови автомата; запропоновано рішення проблеми ізоморфізму для ініціальних кінцевих автоматів без явної побудови баз цих автоматів; показаний зв'язок класу систем визначальних співвідношень для даного автомата з іншими його властивостями (обходами) і запропоновані процедури переходу від обходу до системи визначальних співвідношень і навпаки; поняття й апарат систем визначальних співвідношень поширюються на часткові автомати.

Дослідження часткових автоматів відбувається за допомогою визначальної системи.

Наведемо один з основних результатів, що вказує оцінки параметрів мінімальних СВС. Нехай ρ - деяке бінарне відношення на X^*. Це відношення назвемо системою визначальних співвідношень (СВС) для A, якщо $[\rho]=\rho_A$, де $[\rho]$ – правоконгруентне замикання ρ, тобто найменша права конгруенція, що містить ρ.

Введено так звану канонічну систему визначальних співвідношень. Ця канонічна система складається з пар слів, що входять у найкоротший за певним лексикографічним порядком базис досяжності автомата, і доповнених символами вхідного алфавіту. Запропоновано процедуру редукції скінченного бінарного відношення ρ, що приводить до найбільш економного у певному змісті відношення. За допомогою процедури редукції знайдено рішення задачі характеризации бінарного відношення, а саме задачі визначення, чи є це скінченне бінарне відношення системою визначальних співвідношень для фіксованого автомата A. Рішенням задачі характеризации для скінченного ρ служить наступна

Теорема 5[5]. Бінарне відношення ρ є системою визначальних співвідношень для фіксованого автомата A тоді й тільки тоді, коли його редукція збігається з канонічною системою визначальних співвідношень для A.

На часткові автомати поширені поняття й апарат систем визначальних співвідношень. Частковий автомат характеризується парою об'єктів - бінарним відношенням ρ на вхідних словах і підмножиною множини вхідних слів M: ρ є аналогом системи визначальних співвідношень для всюди визначеного автомата, а M однозначно визначає область визначення функції переходів часткового автомата. Показано, що така визначальна система у вигляді пари (ρ , M) задає автомат A з точністю до ізоморфізму.

Нехай κ_A - довільна канонічна СВС для автомата $A=(A,X,\delta_A,a_0)$, у якого $|X|=m$ й $|A|=n$, $N(\kappa_A)$ – число канонічних систем. Справедливі наступні оцінки:

Теорема 6[5].

1) $1\le N(\kappa_A)\le m!$, причому ці оцінки досяжні для всіх m;

2) $|\kappa_A|=(m-1)n+1$;

3) $S(\kappa_A)\ge\left(\frac{m^{l+1}-1}{m-1}-n\right)l+\left(m^l+n-\frac{m^{l+1}-1}{m-1}\right)m(l+1)$, де $l=\lfloor\log_m n(m-1)+1\rfloor-1$;

$S(\kappa_A)\le n(m-1)(n-1)+m(2n-1)$, причому ці оцінки досяжні для всіх $n,m>1$.

Якщо вивчення СВС для автоматів мало загальноалгебраїчну мотивацію, і основні акценти дослідження також мали алгебраїчні витоки, зв'язок СВС з експериментами з автоматами має природне автоматне підґрунтя, повязане, значною мірою, з цілою низкою алгоритмів побудови контрольних експериментів, які базуються на визначенні і застосуванні в таких експериментах спеціальних підслів – ідентифікаторів станів автомата у вишевказаному визначенні. Цей підхід, спочатку запропонований Ф.Хенні[7] для простих контрольних експериментів, потім був узагальнений і розвинений М.П. Василевським[8] і на випадок кратних експериментів (звернемо також увагу на огляд [9]) і був застосований також і для більш широких автоматних моделей у алгоритмах їх тестування. В [6] вивчено зв'язок контрольних експериментів із СВС. При цьому розглядалися контрольні експерименти з груповими автоматами відносно нескінченних класів автоматів, на відміну від випадку скінченних класів, який звичайно розглядається. Контрольні експерименти з автоматами щодо нескінченних класів існують тільки при додаткових припущеннях про можливості спостереження в експерименті деякої інформації про внутрішні стани досліджуваного автомата. Такі припущення формалізовано у понятті розміченого експерименту, яке розширює поняття звичайного експерименту введенням додаткових засобів спостереження. Такі засоби задаються спеціальними мітками, які можна спостерігати в експерименті, і які сигналізують про перебування автомата у деяких його станах. Зокрема, такими засобами можуть виступати ідентифікатори станів автомата. Такі експерименти були детально вивчені для випадку групових автоматів. Запропоновано дескриптор-представлення ініціального автомата без виходу у вигляді так званої визначальної пари $P=(R,L)$ двох множин вхідних слів, перша з яких складається із слів, циклічних у кожному стані, а друга – із слів, циклічних відносно начального стану автомата. Доведено, що такий дескриптор пов'язаний з деякою групою та її підгрупою, які разом визначають груповий автомат. Знайдені характеризации контрольних експериментів групового автомата відносно нескінченного класу звідних групових автоматів, що зв'язують експерименти й визначальні пари; отримані точні довжини таких експериментів при мінімальних допущеннях про засоби спостереження. Збільшення потужності множини спостережуваних у розміченому експерименті міток розширює можливості експериментатора й може приводити до більш ефективних за довжиною експериментів.

Зафіксуємо деяку множину M міток потужності k. Нехай $w=(p,q)\in\lambda_t$, де t – стан деякого автомата B. Нехай також $p=p_0p_1p_2...p_{k+1}$, $q=q_0q_1q_2...q_{k+1}$, де $\delta(t,p_0)=s_1$, $\delta(s_1,p_1)=s_2$, ... , $\delta(s_k,p_k)=s_{k+1}$, $\lambda(t,p_0)=q_0$, $\lambda(s_1,p_1)=q_1$, ... , $\lambda(s_k,p_k)=q_{k+1}$, і p_i непусте слово при $i=1,...,k$. Функцію φ, що співставляє кожному стану автомата деяку мітку або порожній символ e, назвемо функцією розмітки автомата B. Стан $s\in S_B$, для якого $\varphi(s)\neq e$, назвемо відміченим. Тоді розміченим словом (розміченим експериментом) називається слово $w_\varphi=(p_0,q_0)$ $\varphi(s_1)$ $(p_1,q_1)\varphi(s_2)$ ... $\varphi(s_k)(p_k,q_k)$ $\varphi(s_{k+1})(p_{k+1},q_{k+1})$, якщо s_i -- відзначений стан, $i=1,...,k+1$. Якщо $\varphi(s_i)=e$, то символ e у слові w_φ не вказується. Множина всіляких розмічених експериментів автомата B позначимо Φ_B.

Нехай F – деяка підмножина повністю визначених сильно зв'язних звідних автоматів й $A\in F$ -- еталон. Розмічений експеримент $w_\varphi\in\Phi_A$ назвемо контрольним розміченим експериментом для A й F, якщо із приналежності $w_\varphi\in\Phi_B$ для $B\in F$ витікає ізоморфізм автоматів A й B. Контрольний експеримент з однією міткою названо циклічним (КЦЕ). Розглянуто експерименти для автоматів $A\in K_{n,m}$ і нескінченного класу $F(X,Y)$ звідних групових автоматів, де $K_{n,m}\subset F(X,Y)$ клас групових автоматів зі n станами й m вхідними символами. Нехай $d_{\min}^{A}$ – мінімальна довжина КЦЕ автомата A в алфавіті $\overline{X}$, що є поповненням вхідного алфавіту символами обернених елементів. В [6] доведена

Теорема 7[6]. Кратність звідного КЦЕ д… $mn-n+1$.

2. Для кожного $A\in K_{n,m}\subseteq F(X,Y)$ спра… нерівності:

$$k((2m+1)(2m-1)^k-\frac{mn-n+1}{m})+$$

$$+(k+1)(\frac{mn-n+1}{m}-(2m-1)^k)(2m-1)+$$

$$+mn-n+1\le d_{\min}^{A}\le n(mn-n+1),$$

де $k=[\log_{2m-1}\frac{mn-n+1}{m}]$, причому обидві о… досяжні.

Оцінимо довжину мінімал… контрольних розмічених експериментів, у … можлива наявність двох різних міток. … експерименти назвемо 2-розміченими, розглядаємо їх для автоматів $A\in K_{n,m}$ … нескінченного класу $F(X,Y)$, де $K_{n,m}\subset F(X,$… клас групових автоматів зі n станами й … вхідними символами. При цьому розглядают… звідні контрольні експерименти, тобто т… експерименти, видалення будь-якого слова з які… приводить до експерименту, що не … контрольним. Нехай $d_2^{n,m}$ – довжин… мінімального контрольного 2-розміченог… експерименту для $A\in K_{n,m}$ й $F(X,Y)$.

Теорема8[10]. $d_2^{n,m}\le n(mn-n+1)+$
$2[l/2]((m-1)[l/2]+m-2)+(m-1)l(l-2n+1)+$
$l-2[l/2])([l/2]2(m-1)+2m-3)$,
де l – відстань між відзначеними станами в графі переходів автомата A без урахування орієнтації.

Співставляючи оцінку з теореми 7 з оцінкою у випадку двох міток, одержуємо, що у варіанті двох міток є виграш по довжині експерименту, рівний $2[l/2]((m-1)[l/2]+m-2)+(m-1)l(l-2n+1)+$ $l-2[l/2])([l/2]2(m-1)+2m-3)$, де l – відстань між відзначеними станами.

Висновки

Серед усього розмаїття задач теорії автоматів основна - дослідження відношення «автомат - поведінка». У роботі наведено ряд закінчених результатів у цьому напрямку, що відносяться до класичних типів автоматів. Значна кількість результатів і методів цієї теорії може бути поширена на некласичні автоматоподібні моделі, які виникли останнім часом у результаті розвитку формальних методів розробки, верифікації і супроводу програмно-апаратних систем, тео мобільних агентів, теорії дискретних подій.

Список використаних джерел

1. *Кудрявцев В.Б.* Анализ поведения автоматов. / В.Б. Кудрявцев, И.С. Грунский, В.А Козловский // Дискретная математика. – 2009. – т. 21, вып.1. – С.3 – 35.
2. *Грунский И.С* Синтез и идентификация автоматов. / И.С Грунский, В.А. Козловский. – Киев: Наук. думка, 2004. – 245 с.
3. *Крывый С.Л.*, Формальные методы анализа свойств систем. / С.Л. Крывый, Л.Е. Матвеева. // Кибернетика и системный анализ. – 2003. – № 2. – С. 15 – 36.
4. *Максименко И.К.* Эксперименты в финитно-определенных метрических пространствах автоматов: Автореферат дис. ... канд. физ.-мат. наук; 01.01.09 / СГУ – Саратов, 2000.
5. *Сенченко А.С.* Представление автоматов определяющими соотношениями их поведения: Автореферат дис. ... канд. физ.–мат. наук; 01.05.01 / ИК НАН Украины – Киев, 2005.
6. *Мучникова Л.А.* Контрольные эксперименты с групповыми автоматами: Автореф. дис. ... канд. физ-мат.наук; 01.05.01 / ИК НАН Украины – Киев, 2006.
7. *Hennie F.C.* Fault detecting experimer for sequential circuits. / F.C. Hennie Proc. 5 Annual Symp. "Switch. Circu Th.and Logic Design".– 1964. – P.95 - 11
8. *Василевский М.П.* О распознаван неисправностей автоматов. М.П. Василевский // Кибернетика. 1973. – № 4. – С. 93 - 108.
9. *Bhattacharyya A.* Checking experiments sequential machines. / A Bhattacharyya. New York: J. Wiley and Sons, 1989.
10. *Козловский В.А.* О 2-размеченны экспериментах групповых автоматов В.А. Козловский, Л.А. Мучникова. Материалы IX Международно семинара «Дискретная математика и приложения», посвященного 75-лети со дня рождения академи О.Б.Лупанова (Москва, МГУ, 18-23ию 2007г.) / Под ред. О.М. Касим-Заде. М.: Изд-во мех.-мат. ф-та МГУ. – 2007. С.324-327.

Надійшла до редколегії 15.12.

КИЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
ІМЕНІ ТАРАСА ШЕВЧЕНКА

ВІСНИК

КИЇВСЬКОГО НАЦІОНАЛЬНОГО УНІВЕРСИТЕТУ ІМЕНІ ТАРАСА ШЕВЧЕНКА

СЕРІЯ ФІЗИКО-МАТЕМАТИЧНІ НАУКИ

ВИПУСК №1 2011

ЗМІСТ

АЛГЕБРА, ГЕОМЕТРІЯ ТА ТЕОРІЯ ІМОВІРНОСТЕЙ

ДИФЕРЕНЦІАЛЬНІ РІВНЯННЯ, МАТЕМАТИЧНА ФІЗИКА ТА МЕХАНИКА

КОМП'ЮТЕРНІ НАУКИ ТА ИНФОРМАТИКА

(The Proceedings of International Conference "Theoretical and Applied Aspects of Program Systems Development")