

## ПРИМЕНЕНИЕ МУРАВЬИНЫХ АЛГОРИТМОВ ДЛЯ ПОИСКА ОПТИМАЛЬНЫХ МАРШРУТОВ ГРУЗОПЕРЕВОЗОК

**Семенюта Е.В., Привалов М.В.**

Донецкий национальный технический университет  
кафедра автоматизированных систем управления  
E-mail: [uspex-uspets@yandex.ru](mailto:uspex-uspets@yandex.ru), evilmax@gmail.com

### *Аннотация*

*Семенюта Е.В., Привалов М.В. Применение муравьиных алгоритмов для поиска оптимальных маршрутов грузоперевозок. Рассмотрена и формализована задача поиска оптимальных маршрутов курьерской доставки грузов. Обоснован и выбран в качестве метода решения муравьиный алгоритм. Предлагается использование локального лексикографического поиска для учета порядка обхода городов.*

### **Введение**

Динамика расширения рынка транспортно-логистических услуг, наблюдаемая в последнее время, открытие новых логистических терминалов, усиление соперничества между операторами способствуют росту потребности в решении транспортно-логистических задач в целях более эффективного обслуживания клиентов. Одной из таких задач является оптимальное планирование маршрутов грузовых перевозок, решение которой заключается в решении так называемой задачи коммивояжера (TSP) - задачи комбинаторной оптимизации.

Задача последовательного упорядочения (ЗПУ) была первоначально решена как ограниченная версия асимметричного TSP (ATSP). Первая математическая модель для ЗПУ была введена в [1], где был предложен подход секущих плоскостей, чтобы вычислить более низкие границы на оптимальном решении. В [2] был описан метод Лагранжа relax-and-cut, и были определены новые действительные усечения для получения более сильных низких границ.

Позже, основываясь на многогранном исследовании, выполненном на задачах ATSP с ограничениями предшествования [3], в [4] предложен новый класс действительных неравенств и описан алгоритм branch-and-cut для широкого класса случаев ЗПУ. Эти эвристики не содержат ограничения напрямую: в результате невозможные решения просто отвергнуты. При таком подходе [4] удалось вычислить новые верхние оценки для проблемы ЗУП в TSPLIB, хотя генетический алгоритм, называемый Maximum Partial Order/Arbitrary Insertion (MPO/AI), предложенный в [5], возможно работает лучше в том же классе задач. MPO/AI всегда работает в пространстве допустимых решений путем введения сложных операторов скрещивания, что сохраняет общую схему из двух родителей путем определения их максимального частичного порядка через матричные операции [6].

### **Общая постановка проблемы**

Для планирования маршрутов курьерской доставки грузов необходимо решить задачу последовательного упорядочения пунктов следования.

В каждом областном центре Украины существует склад, который использует некоторое количество транспортных средств поставки с идентичной грузоподъемностью  $Q$ . На  $N$  складах есть груз весом  $P_i$ ,  $i \in [1, N]$ . На каждом  $i$ -м складе,  $i \in [1, N]$ , имеется  $Z$  заказов весом  $d_{ip}$ ,  $p \in [1, Z]$ . Требуется составить маршруты доставки грузов с одних складов на

другие в течение 48 часов, причем выгрузка и дозагрузка могут осуществляться на складах по пути следования транспортного средства. Дан полный взвешенный граф из вершин  $N$ . Вершинам графа сопоставим склады, на которых имеется груз, ребрам - пути, ведущие от склада к складу, и припишем им стоимость пути  $c_{ij}$ . Решение для задачи маршрутизации транспорта может быть представлено в виде перевозок всего имеющегося на всех складах груза  $K$  маршрутами  $\{R_1, \dots, R_k\}$ ,  $K \rightarrow \min$ . Задача оптимизации грузовых перевозок может быть сформулирована как минимизация общей стоимости всех маршрутов с учетом выполнения ограничений:

$$S = \sum_{k=1}^K \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N c_{ij} r_{ij} \rightarrow \min, \forall r_{ij} \in R_k \quad (1)$$

$$d_{ip} + E \leq Q, \forall i \in [1, N] \quad (2)$$

$$S_i^k < a_i, \forall i \in [1, N], \forall k \in [1, K] \quad (3)$$

где  $c_{ij}$  - вес ребра, ведущего из вершины  $i$  в вершину  $j$ ,  $r_{ij}$  - подмаршрут от склада  $i$  к складу  $j$ ,  $R_k$  - соответствующий маршрут, где  $k \in [1, K]$ ,  $K$  - количество маршрутов,  $E$  - вес уже имеющегося груза в автомобиле.

Ограничение (2) определяет, что транспортное средство не может быть загружено больше, чем позволяет его грузоподъемность.  $d_{ip}$  - вес  $p$ -го груза на  $i$ -м складе,  $i \in [1, N]$ ,  $N$  - количество складов,  $p \in [1, Z]$ ,  $Z$  - количество грузов на складе. Ограничение (3) - это ограничение по времени; прибытие машины на склад не должно быть позднее установленного срока.  $S_i^k$  - это время прибытия соответствующей  $k$ -й машины на  $i$ -й склад,  $a_i$  - крайний срок времени обслуживания  $i$ -го склада.

Задача последовательного упорядочения также может быть сформулирована, как общий случай ассиметричной задачи коммивояжера, основываясь только на весах узлов. В этой интерпретации  $c_{ij}$  - вес ребра  $(i, j)$ , где  $c_{ij}$  может отличаться от  $c_{ji}$ , и этот вес может представлять собой стоимость ребра  $(i, j)$ , если  $c_{ij} \geq 0$ , или ограничение на порядок обхода, при  $c_{ij} = -1$ . Значение  $c_{ij} = -1$  означает, что узел  $i$  должен предшествовать узлу  $j$ , причем, необязательно последовательно.

### Решение задачи

Рассматриваемая задача относится к NP-сложным задачам комбинаторной оптимизации, для которых нецелесообразно находить оптимальное решение. К таким задачам разумно применять эвристические алгоритмы, которые быстро находят хорошие, хотя и не обязательно оптимальные, решения.

Можно попробовать связать с метаэвристикой локальную оптимизацию. Это интересное сочетание, так как локальный оптимизатор часто страдает от проблемы "инициализации", кроме того, локальная процедура поиска тратит много времени, улучшая низкое начальное качественное решение [6]. Поэтому интересно найти хорошие метаэвристические локальные оптимальные сцепления, где сцепление хорошо, если метаэвристика генерирует начальные решения, которые можно отнести к очень хорошим локальным оптимумам локальным оптимизатором. Необходимо решить задачу последовательного упорядочения (SOP) с помощью муравьиного алгоритма в сочетании с модифицированной версией 3-х оптимальной процедуры поиска.

Задача последовательного упорядочения может быть сформулирована как общий случай ассиметричной задачи коммивояжера (за исключением того, что маршрут не обязательно должен быть замкнутым).

В данной работе предлагается решить задачу с помощью муравьиного алгоритма.

Каждый муравей многократно начинает движение с узла 0 и добавляет новые узлы, пока все узлы не были посещены, и узел n достигнут. Находясь в узле i, муравей выбирает вероятностно следующий узел j из набора F(i) из выполнимых узлов. F(i) содержит все узлы j, которые еще должны быть посещены, и все, что должны предшествовать j, согласно ограничениям предшествования, были уже вставлены в последовательность.

Система выбирает с вероятностью  $q_0$  узел с лучшим  $\tau_{ij} \cdot \eta_{ij}, j \in F(i)$  (детерминированное правило), в то время как с вероятностью  $(1-q_0)$  узел выбран согласно вероятностному правилу, которое одобряет узлы, связанные ребрами с более высокими значениями  $\tau_{ij} \cdot \eta_{ij}, j \in F(i)$  [7].

$$j = \begin{cases} \max_{j \in F(i)} (\tau_{ij} \cdot \eta_{ij}) \\ p_{ij} = \frac{\tau_{ij} \cdot \eta_{ij}}{\sum_{i \in F(i)} \tau_{ij} \cdot \eta_{ij}} \end{cases}, \text{ с вероятностью } (1-q_0) \quad (4)$$

Значение  $q_0$  выбирается из:

$$q_0 = 1 - \frac{S}{n} \quad (5)q_0$$

основан на параметре S, который является числом узлов. S позволяет системе определить  $q_0$  независимо от задачи, измеряя его таким образом, что ожидаемое число узлов, отобранных с вероятностным правилом, является S.

Как только каждый муравей построил выполнимое решение, к нему применяют локальный поиск. В локальном масштабе оптимальные решения используются, чтобы обновить следы феромона на дугах, согласно правилу испарения следа феромона. В нашем случае только лучший муравей - муравей, который построил самый короткий тур, может отложить след феромона. Объяснение этому - то, что таким образом "привилегированный маршрут" запоминается в матрице следов феромона, и будущие муравьи будут использовать эту информацию, чтобы произвести новые решения в соседстве этого привилегированного маршрута.

$$\tau_{ij} = (1-a) \cdot \tau_{ij} + \frac{a}{L_{best}} \quad (6)$$

где  $L_{best}$  - самый короткий путь, полученный с начала вычисления (путь самого лучшего муравья).

След феромона также испаряется в течение построения решения. В этом случае, однако, он удален из посещенных ребер. Другими словами, каждый муравей, перемещаясь из города i в город j, применяет правило испарения феромона, которое заставляет количество следа феромона на ребре (i,j) уменьшаться [7]. Правило:

$$\tau_{ij} = (1-a) \cdot \tau_{ij} + a \cdot \tau_0 \quad (7)$$

где  $\tau_0$  - первоначальное значение следов. Считается, что хорошее значение для этого параметра

$$\tau_0 = (FirstSolution \cdot n)^{-1} \quad (8)$$

Объяснение использования формулы (7) - то, что муравьи съедают след феромона, в то время как они строят решения так, чтобы определенное множество в произведенных решениях было точно.

Далее для того, чтобы учесть ограничения на порядок обхода городов (узлов графа) будет применен лексикографический поиск. Который будет заключаться в следующем. Берем найденную ранее последовательность узлов и получаем новую посредством обмена узлов в ней. Проходим все узлы и инвертируем те из них, которые стоят не в нужном

порядке. Для этого генерируем 2 пути (левый и правый), которые первоначально составлены из одного единственного узла и расширяются добавлением одного нового узла на каждом шаге. Эта особенность позволяет легко проверить выполнимость решения, потому что условия предшествования должны быть проверены только для нового добавленного узла. Будем различать прямой и обратный поиск. Процедура поиска начинается, устанавливая узел  $h=0$ , и затем перемещает  $h$  через последовательность, пока узел  $n-2$  не достигнут. Каждый раз, когда узел  $h$  отобран, процедура выполняет прямой и обратный лексикографический поиск того же самого  $h$ .

Процедура прямого лексикографического 3-орт поиска начинается установкой значения  $i$ , которое определяет самый правый узел левого пути ( $path\_left$ ), и выполняется цикл на значение  $j$ , которое определяет самый правый узел правого пути ( $path\_right$ ) (Рис. 1а и 1б):  $path\_right=(i+1, \dots, j)$  итерационно расширяется новым ребром  $\{j, j+1\}$  [6].

Когда все возможные узлы добавлены в правый путь, левый путь расширяется новым ребром  $\{i, i+1\}$  (Рис. 1в). И поиск снова начинается в правом пути. Левый и правый пути при инициализации состоят только из элементов  $i=h+1$  и  $j=i+1$  (Рис. 1г).

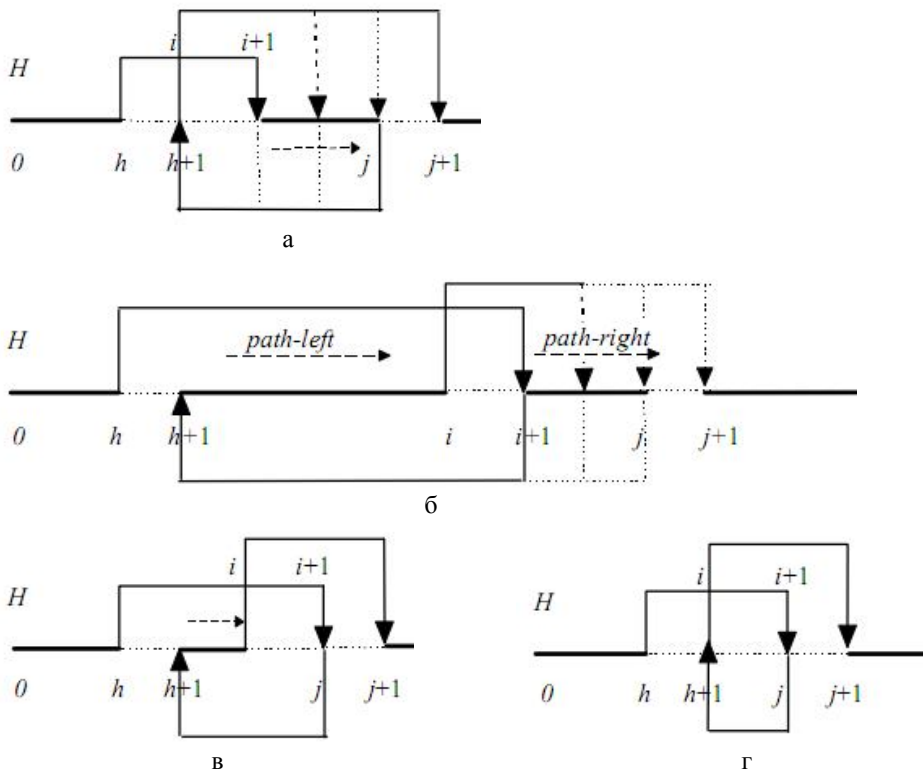


Рисунок 1. Прямой лексикографический 3-орт поиск

В случае обратного поиска (Рис. 2) левый путь идентифицируется  $(j+1, \dots, i)$  и правый  $(i+1, \dots, h)$ . После установки  $h, i=h-1$  и  $j=i-1$  (Рис. 2а), и расширяем левый путь перемещением  $j$  до начала последовательности, присваивая  $j$  значения  $i-2, i-3, \dots, 0$  (Рис. 2б). Затем правый путь итерационно расширяется в обратном порядке новым ребром  $\{i, i+1\}$ , и цикл в левом пути повторяется.

Полный лексикографический поиск посещает все возможные узлы последовательности, но он должен быть остановлен, как только находит невыполнимый обмен. Левый путь

должен быть определен как  $(h+1, \dots, i)$ , тогда правый путь будет  $j=i+1$ . В этой ситуации возможно проверить обменную выполнимость, проверяя, есть ли отношение предшествования между узлом  $j$  и узлами в правом пути. Перед расширением правого пути новым ребром  $\{j, j+1\}$  мы проверяем, выполнимы ли все еще результирующие пути, проверкой отношения предшествования между новым узлом  $j+1$  и узлами в левом пути. В случае, если проверка не выполняется, поиск останавливается.

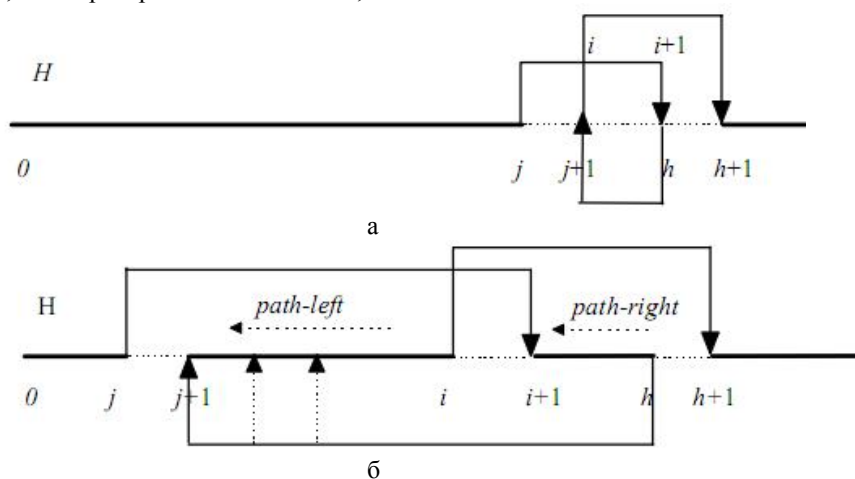


Рисунок 2. Обратный лексикографический 3-орт поиск

#### Выводы

Анализ, проведенный в работе, показал, что задача грузоперевозки с дозагрузкой по пути следования может быть формализована как асимметричный случай задачи коммивояжера с дополнительными ограничениями на направленность маршрута.

Предложен способ решения задачи с применением муравьиного алгоритма. Показано, что учет направленности маршрута может быть выполнен с применением локального лексикографического 3-орт поиска, предложенного в [6]. Направлением дальнейшей работы является реализация данного метода и его экспериментальное исследование в рамках поставленной задачи.

#### Литература

1. Ascheuer N., Escudero L. F., Grotchel M. and Stoer M., 1993, A Cutting Plane Approach to the Sequential Ordering Problem (with Applications to Job Scheduling in Manufacturing), *SIAM Journal on Optimization* 3,25–42.
2. Escudero L.F., Guignard M., Malik K., 1994. A Lagrangian Relax-and-cut Approach for the Sequential Ordering Problem with precedence Relationships, *Annals of Operations Research* 50, 219–237.
3. Balas E., Fischetti M., Pulleyblank W.R., 1995, The Precedence-constrained Asymmetric Traveling Salesman Polytope, *Mathematical Programming* 65, 241–265.9. Costa D. and A. Hertz, 1997, Ants Can Colour Graphs, *Journal of the Operational Research Society*, 48, 295–305.
4. Ascheuer N., 1996. Hamiltonian Path Problems in the On-line Optimization of Flexible Manufacturing Systems. ZIB Technical Report TR 96-3.
5. Chen S. and Smith S., 1996, S.F. Commonality and Genetic Algorithms. Carnegie Mellon University, The Robotic Institute, Technical Report CMU-RI-TR-96-27.
6. Gambardella L.M., Dorigo M. HAS-SOP Hybrid Ant System for the Sequential Ordering Problem Technical Report IDSIA 11-97. –URL: <http://citeseerx.ist.psu.edu>.
7. Штовба С.Д. Муравьиные алгоритмы// Экспонента Про. Математика в приложениях.