

## РЕАЛИЗАЦИЯ ВЕРОЯТНОСТНОЙ ПАУТИНООБРАЗНОЙ МОДЕЛИ ДИНАМИКИ ЦЕН

**Целищева И.И., Назарова И.А.**

Донецкий национальный технический университет г. Донецк

Кафедра прикладной математики и информатики

E-mail: [nazar451@gmail.com](mailto:nazar451@gmail.com), [Ira\\_Irochka@mail.ru](mailto:Ira_Irochka@mail.ru)

### *Аннотация*

*Целищева И.И., Назарова И.А. Реализация вероятностной паутинообразной модели динамики цен. В работе описаны несколько видов паутинообразной модели ценообразования для исследования динамики рыночных цен с использованием вероятностных характеристик и применением различных законов распределения.*

**Общая постановка проблемы.** В настоящее время актуальной задачей является построение модели нахождения оптимального значения в задачах взаимосвязи спроса и предложения. Примером такой модели является паутинообразная модель ценообразования. Данная модель является самой простой и удобной в условиях стабильной рыночной экономики, но, к сожалению, не пользуется популярностью среди украинских ученых, хотя признана зарубежными. С помощью паутинообразной модели появляется возможность более эффективной адаптации предприятий к рыночным условиям. Исследования в данной области представляют огромный интерес.

**Задачи и исследования.** Паутинообразная модель применима для больших повторяющихся циклов в условиях хаотического колебания цен и представляет из себя вероятностную модель. Условия локального равновесия рынка в вероятностной модели описывается следующим уравнением:

$$P_T = C_T + \xi_T \quad (1)$$

где:  $P_T$  — предложение на  $T$ -ом отрезке времени;  $C_T$  — спрос на  $T$ -ом отрезке времени;  $\xi_T$  — случайная величина с заданным законом распределения с математическим ожиданием  $M(\xi) = 0$  и дисперсией  $D(\xi)$ .

Условие локального равновесия рынка означает совпадение спроса и предложение с точностью до случайной величины  $\xi_T$ .

Подставим выражение  $C_T$  и  $P_T$  в и разрешим уравнение относительно  $P_T$ :

$$O_o = \frac{1}{b}(a - c - dO_{o-1} + \xi_o + \eta_o - v_o) \quad (2)$$

где:  $P_T$  — цена на  $T$ -ом отрезке времени;  $\eta_T$  - случайная величина с заданным законом распределения с математическим ожиданием  $M(\eta) = 0$  и дисперсией  $D(\eta)$ ;  $v_T$  - случайная величина с заданным законом распределения с математическим ожиданием  $M(v) = 0$  и дисперсией  $D(v)$ ;  $a, b, c, d$  - константы.

Это отношение с учетом заданного начального значения цены  $P_0$  и законов распределения случайных величин  $\xi_T, \eta_T, v_T$  может быть принята как имитационная модель. На ЭВМ с помощью прогонов можно получить траектории переменных  $P_T, P_T, C_T$ .

Предположим, что в идеальном случае

$$\xi_T = \eta_T = v_T = 0 \quad (3)$$

В этом случае вид траектории  $Ц_t$  полностью определяется соотношением параметров  $d$  и  $b$ . В зависимости от этого отношение колебания цены  $Ц_t$  могут быть раскачивающимися, с постоянной амплитудой или затухающими:

- если  $d > b$ , амплитуда колебаний неограниченно растет, равновесие является неустойчивым, если угол наклона кривой спроса (DD) круче угла наклона кривой предложения (SS)

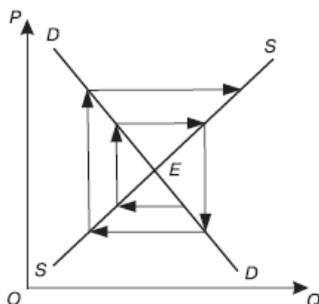


Рис. 1 – Неустойчивое равновесие

- если  $d = b$ , колебания имеют постоянную амплитуду, Цена совершает регулярные колебания вокруг положения равновесия (равновесная цена E), если углы наклона кривых спроса (DD) и предложения (SS) равны ; Равновесие называется условно-устойчивым.

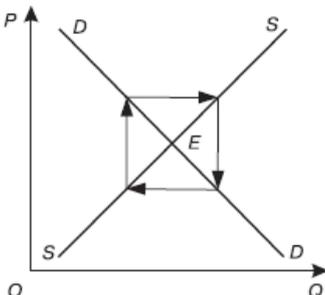


Рис. 2 – Условно-устойчивое равновесие

- если  $d < b$ , колебания затухают, Равновесие является устойчивым, если угол наклона кривой предложения (SS) круче угла наклона кривой спроса (DD)

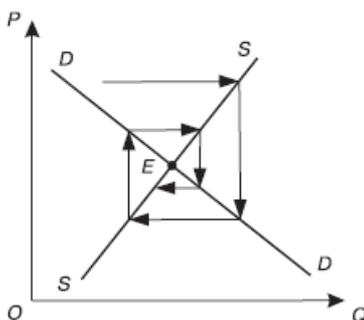


Рис. 3 – Устойчивое равновесие

Если объем предложения реагирует на изменения цен с некоторым запаздыванием, анализ стабильности равновесия существенно усложняется. Допустим, что объем спроса зависит от уровня цен текущего периода, тогда как объем предложения – от уровня цен предыдущего периода:

$$\begin{aligned} Q_i^D &= Q_i^D(P_i), \\ Q_i^S &= Q_i^S(P_{t-1}), \end{aligned} \quad (4)$$

где  $t$  – определенный период времени ( $t = 0, 1, 2, \dots, T$ ). Это значит, что производители определяют в период  $t-1$  объем предложения следующего периода  $t$ , предполагая, что цены периода  $t-1$  сохраняться и в период  $t$ .

На практике, наибольшую ценность составляют прогнозирование возможного поведения системы и выдвижение рекомендаций о том, как необходимо принимать решение в системе управления, чтобы обеспечить устойчивое состояние. Поэтому, исследования в данной модели призваны определить характеристики спроса и предложения, благодаря которым системе управления можно установить корректировки принятия решений в отношении нового спроса на продукцию и услуги в будущем, позволяющие избавиться от существующей неустойчивости.

Для анализа взаимосвязей между доходами от работы в дверной промышленности и числом рабочих на рынке труда рассмотрим простую модель рынка труда (рис. 4).

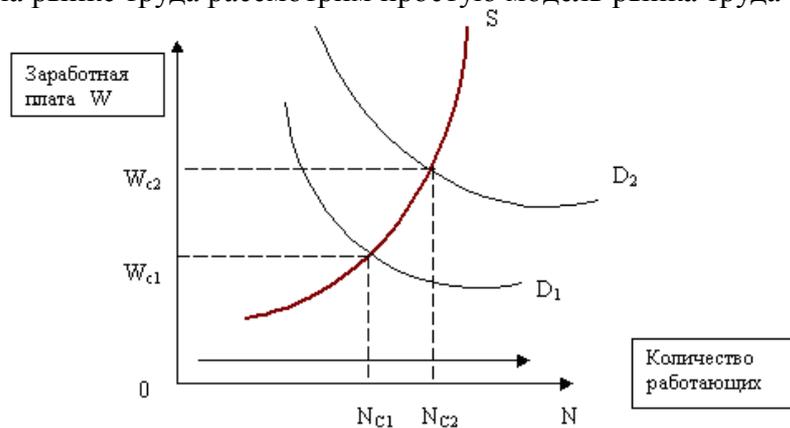


Рис.4 - Рынок для рабочих с учетом изменений в спросе на выпускаемую продукцию

Кривая предложения труда  $S$  на рис. 4 направлена вверх, так как с ростом заработной платы рабочих на новом предприятии увеличивается количество желающих получить должность и, соответственно, через некоторое время, растёт число работников.

Данная сфера применения труда быстро расширяется, число заводов по изготовлению дверей и прием на работу в них рабочего персонала в Украине возросли за последние годы в несколько раз, и кривая спроса на рабочих этого профиля сдвигается вправо – вверх, до  $D_2$ , что сопровождается ростом и заработной платы и их численности. Быстрое увеличение спроса на дверную промышленность может привести в последующие годы к перепроизводству дверей.

Неспособность системы дверной промышленности быстро реагировать на изменения спроса на их продукцию может стать причиной возникновения циклов на рынке труда, состоящих из бумов и спадов. Например, первоначальная нехватка дверной продукции привела к росту заработной платы персонала и спроса на дверную промышленность. Затем, через 5 - 6 лет, пришедшие на рынок конкуренты привели к избытку предложения товара. Зарботная плата рабочих снизилась, и привлекательность получения данной должности упала. Со временем число конкурентов дверной промышленности будет уменьшаться по разным причинам, и приток дверей рынок окажется ниже спроса на них. Результатом станет новое повышение заработной платы рабочих и новый виток роста спроса на дверную промышленность. Описанный циклический процесс изменения заработной платы и числа рабочих, предлагающих свои услуги на рынке труда, иллюстрируется на рис. 5.

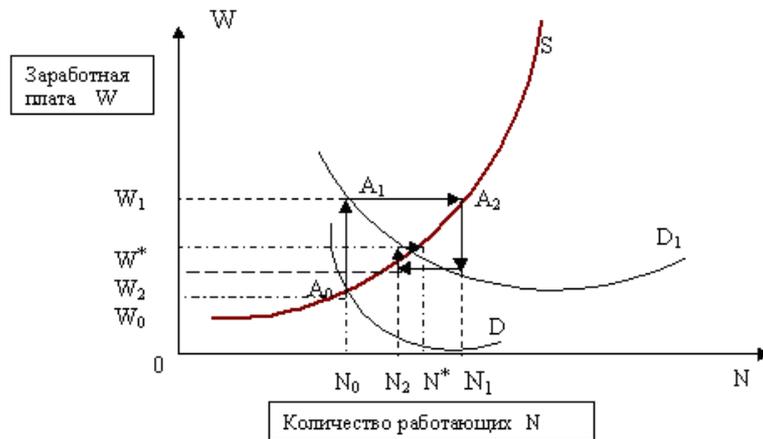


Рис. 5 - Рынок труда рабочих: паутинообразная модель

Исходное состояние ( $N_0$ ,  $W_0$ ) - в точке  $A_0$ , затем произошел сдвиг кривой спроса на рабочих от  $D$  до  $D_1$ . Это привело к повышению заработной платы от уровня  $W_0$  до  $W_1$  и достижению равновесия рынка труда в точке  $A_1$ , в которой пересекаются предложение дверей  $N_0$  и новая кривая спроса на них  $D_1$ . После расширения дверной промышленности предложение ее товара на рынке увеличивается до  $N_1$ . В результате заработная плата рабочих снижается до уровня  $W_2$ , что приводит через несколько лет к сокращению выпуска продукции, а затем к ее нехватке на рынке. Снижение предложения до уровня  $N_2$  влечет повышение заработной платы до уровня большего  $W^*$ , что создает дополнительные стимулы для расширения производства.

После нескольких таких циклических колебаний достигается новая точка равновесия на рынке труда с заработной платой  $W^*$  и числом рабочих на рынке  $N^*$ .

В данном случае амплитуда колебаний заработной платы и числа специалистов постепенно уменьшается, а процесс достижения равновесия заканчивается. Для достижения равновесия в паутинообразной модели необходимо, чтобы кривая спроса была менее крутой, чем кривая предложения. В ином случае амплитуда колебаний будет с каждым циклом увеличиваться и рынок труда никогда не придет к равновесию. Такая ситуация "хаоса" может возникнуть на рынке товаров с неэластичным спросом, когда "рынок идет вразнос" при небольших нарушениях первоначального рыночного равновесия.

#### **Выводы.**

Изучение паутинообразной модели ушло далеко вперед от ее классического представления. Эта модель позволяет узнать достаточно серьезно внутренний механизм ценообразования, определить основные параметры, влияющие на систему, и проанализировать ее поведение. Сейчас это не просто экономическая модель – это сложный математический анализ, позволяющий объяснить, впрямь не до конца ясный, процесс изменения цены и вывести схему корректного управления ценами на рынке.

#### **Литература**

1. История экономических учений (современный этап): Учебник / Под общ. ред. А. Г. Худокормова. М.: ИНФРА-М, 2002. С. 34.
2. Ruth M., Hannon B. Modeling Dynamic Economic Systems, Springer-Verlag. New York, 1997. P. 210–215.
3. Hommes C. H. Cobweb Dynamics under Bounded Rationality, CeNDEF Working paper, University of Amsterdam, 1999. September, 1999.
4. Авдеев О.Н., Мотайленко Л.В. Моделирование систем: Учебное пособие. СПб.: Изд-во СПбГТУ, 2001. с.138 -144.