УДК 624. 138. 22

ДИНАМИКА ВИБРАЦИОННОГО КАТКА

Манакин Е.А., канд. техн. наук
Донецкий национальный технический университет

Проведен анализ эффективности применения уплотняющих машин в зависимости от свойств уплотняемого материала.

This paper is an attempt to analyze the performance of soil-compacting machines on the soils with different properties.

Плотность грунта земляного сооружения является основным фактором влияющим на его стабильность, поэтому повышенные требования предъявляются к грунтоуплотняющим машинам. Практика использования различных типов катков, а также многосторонние эксплутационные испытания, позволили обосновать рациональные конструктивные решения, которые являются основой интенсивного развития катков комбинированного действия или катков с различным типом воздействия рабочих органов на уплотняемый материал.

Уплотнение грунтов при строительстве земляных объектов нередко осуществляется самоходными вибрационными катками, которые состоят из тягача и шарнирно соединенной с ним рамой, внутри которой закреплен валец с вибровозбудителем, представляющим собой вращающиеся в противоположных направлениях неуравновешенные массы. Для решения задачи процесса уплотнения в зависимости от параметров вибрационного воздействия рассмотрим его динамическое состояние в соответствии с расчетной схемой одновальцового катка, представленной на рис.1.

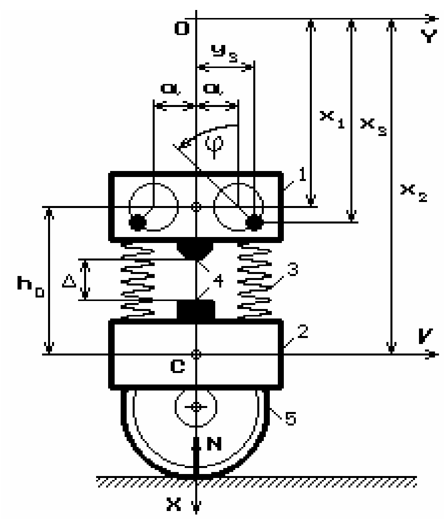

Рис. 1. Схема вибрационного катка

Вибрационный каток рассматривается как двухмассовая нелинейная система, включающая дебалансы и приведенную массу корпуса катка с вальцом. Здесь обозначено: 1 – вибровозбудитель; 2 – корпус катка; 3 – упругие элементы; 4 – ударник вибратора; 5 – валец катка, имеющий радиус R и ширину b; x_1 – координата центра тяжести вибровозбудителя; x_2 – координата центра тяжести корпуса катка; x_3 – координата центра инерции вращающегося элемента вибровозбудителя; φ – угол поворота вращающейся массы вибровозбудителя; Δ – зазор между соударяющимися молотом и наковальней ударника; V – горизонтальная скорость перемещения катка; N – вертикальная составляющая реакция грунта, зависимость которой от перемещений катка и его параметров будет рассмотрена ниже; h_0 – конструктивный параметр, равный расстоянию между центрами тяжести вибровозбудителя и корпуса катка при ненапряженных пружинах.

На основании уравнения Лагранжа получена следующая система дифференциальных уравнений, описывающих колебания рассматриваемой системы:

$$\left.\begin{aligned}
&(m_1+2m_в)\ddot{x}_1-2m_в r\ddot{\varphi}\sin\varphi-2m_в r\dot{\varphi}^2\cos\varphi+(b_1+b_3)\dot{x}_1-b_3 r\dot{\varphi}\sin\varphi+\\
&\qquad\qquad+c\,(x_1-x_2)=0,\\
&m_2\ddot{x}_2+b_2\dot{x}_2+c\,(x_2-x_1)=N_{ст}-N,\\
&2(m_в r^2+J_в)\ddot{\varphi}-2m_в r\,\ddot{x}_1\sin\varphi+b_3 r^2\dot{\varphi}-b_3 r\,\dot{x}_1\sin\varphi+2m_в r\,g\sin\varphi=\\
&\qquad\qquad=M_{дв}-M_c\,,
\end{aligned}\right\}\qquad(1)$$

где N – вертикальная составляющая реакции грунта; $M_{дв}$ – момент, развиваемый двигателем; M_c – момент сил «вредных» сопротивлений при вращении дебалансов вибровозбудителя, возникающих за счет трения в подшипниках и редукторных парах; b_1, b_2, b_3 – коэффициенты сопротивления, являющиеся экспериментально определяемыми параметрами; r – радиус инерции вращающегося элемента; $m_в$ и $J_в$ – соответственно масса и центральный момент вращающейся массы вибровозбудителя; m_1 – масса корпуса вибровозбудителя; m_2 – масса корпуса катка; $N_{ст}$ – статическая реакция грунта; φ – угол поворота вращающейся массы вибровозбудителя; c – суммарная жесткость упругих элементов подвески корпуса вибровозбудителя.

При достаточно мощном двигателе (с «*неограниченной*» мощностью), приводящем во вращение дебалансы вибровозбудителя, можно считать, что $\dot{\varphi}=\nu=const$, $\ddot{\varphi}\equiv 0$, где ν – частота вращения масс вибровозбудителя, и тогда $\varphi=\nu t$. В этом случае первые два уравнения системы (1) примут вид:

$$\left.\begin{aligned}&(m_1+2m_в)\ddot{x}_1+(b_1+b_3)\dot{x}_1+c(x_1-x_2)=2m_в r\nu^2\cos\nu t+b_3 r\nu\sin\nu t,\\&m_2\ddot{x}_2+b_2\dot{x}_2+c(x_2-x_1)=N_{ст}-N,\end{aligned}\right\}\quad(2)$$

а третье уравнение, записанное в форме:

$$-2m_в r\,\ddot{x}_1\sin\nu t+b_3 r^2\nu-b_3 r\,\dot{x}_1\sin\nu t+2m_в r\,g\sin\nu t=M_{дв}-M_c\ ,$$

представляет собой выражение, определяющее величину момента двигателя, необходимого для обеспечения условия $\nu=const$.

Исключая отсюда $\ddot{x}_1$ с помощью первого уравнения системы (2), получим

$$M_{дв}=M_c+b_3 r^2\nu+\dot{x}_1 r\left[\frac{2m_в(b_1+b_3)}{m_1+2m_в}-b_3\sin\nu t\right]+\frac{2m_в rc}{m_1+2m_в}(x_1-x_2)-$$

$$-2m_2 rg\left[\frac{r\nu\,b_3}{(m_1+2m_в)g}-1\right]\sin\nu t-\frac{4m_в^2 r^2\nu^2}{m_1+2m_в}\cos\nu t.\qquad(3)$$

Движение рассматриваемой механической системы с постоянной частотой вращения дебалансов будем условно называть *стационарным возбуждением*. Очевидно, и это будет показано в дальнейшем, стационарное возбуждение по истечении времени переходных процессов приводит к установившемуся динамическому состоянию, при котором перемещения x_1 и x_2 являются периодическими функциями с постоянными амплитудами. Такой колебательный процесс в механике называется *стационарным*.

Как видно из (3), момент, развиваемый двигателем при вращении дебалансов, в установившемся движении при стационарном возбуждении является некоторой периодической функцией, если периодическими являются решения системы (2), то есть $x_1(t)$ и $x_2(t)$. Среднее значение $M_{дв}$ оценивается величиной $M_c+b_3 r^2\nu=M_c+M_{тр}$, то есть определяется моментом сил сопротивления и моментом сил трения при вращении дебалансов, обусловленных центробежными силами. Амплитудное значение $M_{дв}$ может достигать существенно больших величин, поэтому для выполнения условий $\dot{\varphi}=\nu=const$, $\ddot{\varphi}\equiv 0$, двигатель должен обладать не только «неограниченной» мощностью, но и абсолютно жесткой характеристикой, обеспечивающей независимость частоты вращения от моментной нагрузки. Такие свойства присущи синхронным электродвигателям или специальным регулируемым электродвигателям постоянного тока. В общем случае, когда двигатель имеет так называемую мягкую характеристику, при которой частота вращения уменьшается при увеличении момента сил сопротивлений, условия $\dot{\varphi} = \nu = const$, $\ddot{\varphi} \equiv 0$ принципиально невыполнимы, и тогда необходимо интегрировать полную систему трех принципиально нелинейных уравнений (1).

Одна из форм стационарного движения может быть и в том случае, когда амплитуда колебаний массы вибровозбудителя становится настолько большой, что вступают в контакт молот с наковальней в ударнике. Их взаимодействие в этот момент представляет собой довольно сложный физический процесс, имеющий волновой характер, так как соударяющиеся элементы ударника являются упругими пространственно протяженными телами. Для инженерных целей учет взаимно упругих свойств молота и наковальни можно осуществить путем введения некоторого упругого безынерционного элемента, обладающего эквивалентным коэффициентом жесткости $c_{экв}$, величину которого можно определить экспериментально способом статического нагружения элементов ударника.

В рамках такой концепции линейная функция $c(x_1 - x_2)$ в уравнениях системы (2) заменяется нелинейной функцией вида:

$$P(x_1, x_2) = \begin{cases} c\,(x_1 - x_2) & при \quad x_1 - x_2 < \Delta\,, \\ c\,\Delta + (c + c_{экв})(x_1 - x_2 - \Delta) & при \quad x_1 - x_2 \geq \Delta\,, \end{cases} \tag{4}$$

где Δ, как было сказано выше, конструктивный зазор между молотом и наковальней ударника.

Эта запись отражает тот факт, что при малых относительных перемещениях ($x_1 - x_2 < \Delta$) в работе принимают участие только упругие элементы подвески корпуса вибровозбудителя. Контакт молота с наковальней происходит в момент времени, когда окажется, что $x_1 - x_2 = \Delta$.

При дальнейшем увеличении разности $x_1 - x_2$ в работу вступают те элементы соударяющихся тел, упругие свойства которых характеризуются принятым обобщенным коэффициентом жесткости $c_{экв}$. В этом случае ($x_1 - x_2 \geq \Delta$) сила взаимодействия складывается из постоянной составляющей $c\Delta$ и переменной компоненты – $(c + c_{экв})(x_1 - x_2 - \Delta)$, причем в этой компоненте силы суммарный коэффициент жесткости равен $c + c_{экв}$. В принятых обозначениях систему уравнений (2) запишем в форме:

$$
\left.\begin{aligned}
&(m_1 + 2m_в)\ddot{x}_1 + (b_1 + b_3)\dot{x}_1 + P(x_1, x_2) = 2m_в r\nu^2 \cos\nu t + b_3 r\nu \sin\nu t,\\
&m_2\ddot{x}_2 + b_2\dot{x}_2 - P(x_1, x_2) = N_{ст} - N.
\end{aligned}\right\} \quad (5)
$$

Для удобства дальнейшего интегрирования уравнений движения введем следующие безразмерные переменные:

$$
u_1 = \frac{x_1}{\Delta},\, u_2 = \frac{x_2}{\Delta},\, \tau = \nu t, \quad (6)
$$

и параметры:

$$
\left.\begin{aligned}
&\omega^2 = c\frac{m_1 + m_2 + 2m_в}{(m_1 + 2m_в)m_2},\; \mu = \frac{\omega}{\nu},\; \gamma = \frac{g}{k_1\omega^2\Delta},\\
&k_1 = \frac{m_2}{m_1 + m_2 + 2m_в},\; k_2 = \frac{2m_в}{m_1 + 2m_в},\; \beta = \frac{r}{\Delta},\; \lambda = 1 + \frac{c_{экв}}{c},\\
&\delta_1 = \frac{b_1}{2\omega(m_1 + 2m_в)},\; \delta_2 = \frac{b_2}{2\omega m_2},\; \delta_3 = \frac{b_3}{2\nu m_в},
\end{aligned}\right\} \quad (7)
$$

причем здесь при обозначении безразмерных коэффициентов затухания $\delta_1, \delta_2, \delta_3$ были использованы соотношения, отражающие гипотезу *внешнего трения*.

Введем также безразмерную нелинейную функцию виброударного взаимодействия по аналогии с (4), которую при использовании обозначений (6) и (7) запишем в виде:

$$
U(u_1, u_2) = \begin{cases} u_1 - u_2 & при \quad u_1 - u_2 < 1, \\ 1 + \lambda(u_1 - u_2 - 1) & при \quad u_1 - u_2 \ge 1. \end{cases} \quad (8)
$$

Определим безразмерным соотношением функцию реакции грунта, зависящую от u_2, в форме:

$$
S(u_2) = \frac{N_{ст} - N}{N_{ст}}, \quad (9)
$$

структура которой будет выяснена позже.

В обозначениях (6), (7), (8) и (9) систему уравнений (5) запишем в виде:

$$
\left.\begin{aligned}
&\frac{d^2u_1}{d\tau^2} + (2\mu\delta_1 + k_2\delta_3)\frac{du_1}{d\tau} + k_1\mu^2 U(u_1, u_2) = k_2\beta(\cos\tau + \delta_3\sin\tau),\\
&\frac{d^2u_2}{d\tau^2} + 2\mu\delta_2\frac{du_2}{d\tau} + (1 - k_1)\mu^2 U(u_1, u_2) = \gamma\mu^2 S(u_2).
\end{aligned}\right\} \quad (10)
$$

Выражение для реакции N на основании исследования кинематических особенностей перекатывания катка по деформированному грунту в рамках упругопластической модели Прандтля и гидростатической аналогии представляется в форме:

$$\frac{N}{m_{\Pi} g} = \frac{1}{\varepsilon}\sqrt{\varepsilon^2 + 2\beta u_2 \sqrt{1-\varepsilon^2} - (\beta u_2)^2}\,, \tag{11}$$

где безразмерный параметр ε определен формулой

$$\varepsilon = \frac{m_{\Pi}\, g}{\sigma_T\, R\, b}\,,$$

причем здесь σ_T – напряжение текучести грунта, m_{Π} – полная масса катка, то есть $m_{\Pi} = m_1 + m_2 + 2m_в$.

Подкоренное выражение в соотношении (11) обращается в ноль при некотором $u_2 = -x_0^* / \Delta$, и при дальнейшем уменьшении u_2 реакция N становится равной нулю, то есть в этом случае происходит «подпрыгивание» катка (его отрыв от почвы). Следовательно,

$$\frac{N}{m_{\Pi} g} = \begin{cases} \dfrac{1}{\varepsilon}\sqrt{\varepsilon^2 + 2\beta u_2 \sqrt{1-\varepsilon^2} - (\beta u_2)^2} & при \quad u_2 > -x_0^* / \Delta\,, \\ 0 & при \quad u_2 \le -x_0^* / \Delta\,. \end{cases} \tag{12}$$

Подставляя это соотношение в (9), получим:

$$S(u_2) = \begin{cases} 1 - \dfrac{1}{\varepsilon}\sqrt{\varepsilon^2 + 2\beta u_2 \sqrt{1-\varepsilon^2} - (\beta u_2)^2} & при \quad u_2 > -x_0^* / \Delta, \\ 1 & при \quad u_2 \le -x_0^* / \Delta. \end{cases} \tag{13}$$

В соотношениях (12) и (13) x_0^* – так называемое *квазидинамическое смятие* грунта, определяемое формулой

$$x_0^* = R\left(1 - \sqrt{1 - \left(\frac{m_{\Pi}\, g}{\sigma_T\, R\, b}\right)^2}\,\right).$$

Используемая упруго-пластическая модель Прандтля применительно к деформационному состоянию уплотняемого грунта с учетом кинематических особенностей качения цилиндрического вальца по сминаемому грунту позволила получить замкнутую систему дифференциальных уравнений взаимодействия вальца с грунтом в динамическом режиме.

В рамках понятий «систем с неограниченной мощностью» динамические состояния вибрационного катка описываются системой двух нелинейных дифференциальных уравнений. Нелинейности обуславливаются учетом виброударных явлений, а также полученным нелинейным функциональным соотношением зависимости реакции грунта от вертикальных перемещений вальца.

Итак, для системы уравнений (10) с нелинейными функциями (8) и (13) имеется все необходимое для их интегрирования численным методом, что будет отображено в последующей статье.

Список источников.

1. Хархута Н.Я. Машины для уплотнения грунтов – М.: Машиностроение, 1973. – 176 с.
2. Форссблад Л. Вибрационное уплотнение грунтов и оснований – М.: Транспорт, 1987. – 186 с.
3. Попов Г.Н. Исследование и обоснование параметров вибрационных катков для уплотнения грунтов, Автореферат диссертации на соискание ученой степени к.т.н.. Ленинградский политехнический институт. –Л.: 1970. – 108 с.
4. Дворников В. И., Пенчук В. А. Моделирование процессов деформирования грунтов. Вісник Донбаської державної академії будівництва і архітектури. Вип.2000-5(25). Будівельні, дорожні машини та обладнання, 2002, с. 32-34.
5. Клигина Г.Н. Строительные материалы из горелых пород.-М.: Изд-во лит. По строительству, 1966.-207с.

Дата поступления статьи в редакцию: 3.11.08